

avant-propos : Vous noterez de façon lisible la lettre (A ou B) correspondant à votre sujet.

**Une copie ne mentionnant pas le sujet traité pourra ne pas être corrigée !**

## Matrice, tes trices

On considère les matrices suivantes :

$$T_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} ; \quad T_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} ; \quad T_3 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad T_4 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

1. Si  $i$  et  $j$  sont des entiers compris entre 1 et  $n \in \mathbb{N}^*$ , rappeler le nombre de couples  $(i; j)$  possibles et précisez ceux d'entre eux qui vérifient  $i \neq j$ .
2. Pour chaque produit  $T_i \times T_j$  où  $i$  et  $j$  sont des entiers entre 1 et 4, déterminer la compatibilité.  
*On pourra résumer l'étude sous la forme d'un tableau*
3. Démontrer par récurrence que  $\forall n \in \mathbb{N}^* \quad T_3^n = 2^n T_3$

## Pas de rédaction, pas de notation !

Une assemblée générale constituée de 42 membres doit étudier une proposition. Chaque membre a la possibilité de voter "oui", "non" ou de s'abstenir. La motion doit être réétudiée ultérieurement dans le cas où au moins un tiers des membres s'abstient.

On suppose que les membres de cette assemblée proviennent d'horizons suffisamment différents pour que les avis des uns n'influencent pas ceux des autres et que chaque membre peut s'abstenir de voter pour diverses raisons avec une probabilité de  $\frac{1}{9}$ .

1. Soit  $A$  le nombre de votants abstentionnistes lors du vote. Déterminer en justifiant très soigneusement la loi de  $A$  et en préciser les paramètres.
2. Déterminer l'espérance de  $A$  ainsi que la variance de  $A$  puis en déduire  $\sigma(A)$ , l'écart-type de  $A$ .
3. On considère qu'il existe un *risque fort* de repousser la séance si le nombre espéré d'abstentions est dans l'intervalle dit *de confiance* et défini comme étant  $[\mathbb{E}[V] - 2\sigma_V; \mathbb{E}[V] + 2\sigma_V]$  où  $V$  est le nombre de votants non abstentionnistes  
En justifiant, déterminer si cette assemblée a un risque fort de repousser la séance.

## Dé-dériver (ou pas)

Effectuer les calculs suivant (on ne demande pas de déterminer les domaines)

1. Dériver la fonction  $f$  définie par  $f(x) = \frac{\ln x}{x} + x^2$
2. Dériver la fonction  $g$  définie par  $g(x) = (3x - 2)\sqrt{x} - x$
3. Calculer  $I = \int_1^2 (t^4 - 3t^2 + t) dt$
4. Calculer  $J = \int_0^1 \frac{1}{4} e^{2-3u} du$