.

Matrices

On rappelle que $\mathcal{M}_{n,m}(\mathbb{R})$ représente l'ensemble des matrices à n lignes et m colonnes dont tous les coefficients sont des réels (n et m étant alors des entiers naturels non nuls).
Le cas particulier $n = m$ s'écrit plus facilement $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ et désigne donc l'ensemble des matrices carrées d'ordre n.

Matrices Particulières

- ☐ **Matrice Carrée d'ordre n** : Matrice M ayant autant de lignes que de colonnes (ici n).

- ☐ **Matrice triangulaire supérieure** : Matrice $T = (t_{ij})$, carrée d'ordre n, vérifiant $T_{ij} = 0$ chaque fois que $i > j$

  On peut schématiser une telle matrice ainsi : $T = \begin{pmatrix} t_{1,1} & t_{1,2} & \dots & t_{1,n} \\ 0 & t_{2,2} & \dots & t_{2,n} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & t_{nn} \end{pmatrix}$

- ☐ **Matrice triangulaire inférieure** : Matrice $T = (t_{ij})$, carrée d'ordre n, vérifiant $T_{ij} = 0$ chaque fois que $i < j$

  On peut schématiser une telle matrice ainsi : $T = \begin{pmatrix} t_{1,1} & 0 & \dots & 0 \\ t_{2,1} & t_{2,2} & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ t_{n,1} & t_{n,2} & \dots & t_{n,n} \end{pmatrix}$

- ☐ **Matrice triangulaire** : toute matrice triangulaire supérieure ou inférieure (indifféremment).

- ☐ **Matrices diagonale** : Matrice triangulaire supérieure et inférieure à la fois.
  Une telle matrice $D = (d_{ij})$ est carrée et vérifie $d_{ij} = 0$ chaque fois que $i \neq j$.

  On peut schématiser une telle matrice ainsi : $D = \begin{pmatrix} d_{1,1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & d_{2,2} & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & d_{n,n} \end{pmatrix}$

- ☐ **Matrices inversible** : Matrice P carrée pour laquelle il exite Q, carrée d'ordre n vérifiant $PQ = QP = I_n$.
  La matrice Q est alors de même taille que P et unique en cas d'existence.

- ☐ **Matrices inverse** : Lorsque $P \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ est inversible, on note P^{-1} sa matrice inverse.
  On a donc $PP^{-1} = P^{-1}P = I_n$ avec ces notations.

  La matrice Q est alors de même taille que P et unique en cas d'existence.

- ☐ **Matrices qui commutent** : Deux matrices A et B vérifiant $AB = BA$.

- ☐ **Matrices nilpotente** : Matrice carrée N vérifiant $\exists p \in \mathbb{N} \quad N^p = O$ (matrice nulle).

  La valeur p n'est pas unique en cas d'existence, mais on nomme indice de nilpotente le plus petit de ces entiers p.