Interrogation $I_5(A)$

Exercice I : Intégrales

Calculer les intégrales suivantes :

$$I_1 = \int_0^1 \frac{x}{x^2+1}\mathrm{d}x \qquad ; \qquad I_2 = \int_{-1}^1 2xe^{3-2x}\mathrm{d}x$$

Exercice II : Simulation Python

Compléter la programme Python suivant pour qu'il simule 1000 lancés de dés équilibrés à 12 faces puis trace l'histogramme des résultats proposés :

```
N=.........................
A = np.zeros([N])
for .........................
    A[k] = rd.random()
    .........................
Hst=plt.hist(A, range = (0,12), bins = 12)
plt.show()
```

Exercice III : quand l'aléatoire pousse trop loin

Un joueur dispose d'un jeu dans lequel, à chaque fois qu'il passe un niveau n, sa probabilité de passer au niveau suivant $(n+1)$ est de $\dfrac{1}{n+1}$. le jeu débute au niveau 1 et on suppose que pour atteindre un niveau donné, il faut avoir déjà atteint tous les niveaux précédents.

On pose N_k l'événement "ce joueur atteint (au moins) le niveau k" pour $k \in \mathbb{N}^*$.

1. Donner la valeur de $\mathbb{P}(N_2)$ puis calculer $\mathbb{P}(N_3)$.
2. Pour $k \geq 3$, que vaut $\mathbb{P}(N_k)$ en fonction de k ? On pourra poser $p_k = \mathbb{P}(N_k)$
3. Déterminer $\lim\limits_{n\to+\infty} p_n$ et interpréter dans le contexte.

Interrogation $I_5(B)$

Exercice I : Intégrales

Calculer les intégrales suivantes :

$$I_1 = \int_0^1 \frac{x}{x+1}\mathrm{d}x \qquad ; \qquad I_2 = \int_0^2 xe^{x-1}\mathrm{d}x$$

Exercice II : Simulation Python

Compléter la programme Python suivant pour qu'il simule 500 lancés de dés équilibrés à 8 faces puis trace l'histogramme des résultats proposés :

```
N=.........................
B = np.zeros([N])
for ........................
    B[k] = rd.random()
    ........................
Hst=plt.hist(B, range = (0,8), bins = 8)
plt.show()
```

Exercice III : quand l'aléatoire pousse trop loin

On dispose d'une urne dans laquelle on place 2 boules : l'une est blanche et l'autre est boire. On procède à des tirages successifs de la façon suivante :

- Si l'on tire une boule blanche, on la remet et on en ajoute une autre
- Si l'on tire la boule noire, on s'arrête.

On considère que toutes les boules sont indiscernables au toucher et on notera N_k l'événement “la boule noire a été tirée au k ième tirage" et on pourra noter $p_k = \mathbb{P}(N_k)$ pour $k \in \mathbb{N}^*$

1. Justifier que $\mathbb{P}_{\overline{N_k}}(N_{k+1}) = \dfrac{1}{k+2}$ pour $k \in \mathbb{N}^*$. Que vaut $\mathbb{P}(N_1)$?
2. En déduire la valeur de $\mathbb{P}(N_k)$ en fonction de $k \in \mathbb{N}^*$.
3. Déterminer $\lim\limits_{n\to+\infty} p_n$ et interpréter dans le contexte.