.

Lois à densité particulières

Exercice $\boxed{1}$ Deux amis souhaitent se retrouver dans un jeu virtuel pour une partie ensemble. Alice ($\mathcal{A}$) fidèle au rendez-vous, se connecte exactement à 20h et reste en ligne jusqu'à 22h. L'autre, Bob ($\mathcal{B}$) moins pontcuel qu'Alice et moins sérieux, se connecte à un moment T compris entre 20h et minuit de façon aléatoire et, s'il rencontre Alice, il reste connecté avec elle jusqu'à son départ (soit à 22h).

Du point de vue d'Alice, les moments de connexion de Bob semblent "équiprobables" : on considérera donc que T suit une loi uniforme sur $[20; 24[$ (et est exprimé en heure). On supposera qu'Alice et Bob se rencontrent dès lors qu'ils sont connectés en même temps.

1. Déterminer la probabilité que, au moment où Bob se connecte, Alice soit encore en ligne.
2. Calculer la probabilité que Bob reste en ligne avec Alice pendant au moins 20 minutes.
3. Sachant que Bob rencontre Alice en se connectant, quelle est la probabilité que Bob et Bob restent en ligne ensemble au moins 20 minutes ?
4. Combien de temps Alice et Bob peuvent-ils espérer rester connecté ensemble ?

   On observera que, chaque soir, avec probabilité 1/2, Alice et Bob ne se rencontrent pas en ligne.

Exercice $\boxed{2}$ $\mathcal{R}$, un étudiant de la classe ECT-2, arrive chaque matin à une heure T, aléatoire, entre 7h30 et 8h15. Du point de vue du professeur, cet horaire semble "équiprobable", ce qui suggère que T suit une loi uniforme sur $[7.5\ ;\ 8.25]$ (exprimé en heure locale).

Les étudiants sont attendus à partir de 7h55, horaire d'ouverture de la salle, et les retards sont décomptés à partir de 8h00.

1. Quelle est la probabilité que $\mathcal{R}$ arrive avant l'ouverture de la salle ?
2. Quelle est la probabilité que $\mathcal{R}$ arrive en retard ?
3. Sachant que $\mathcal{R}$ n'est pas en retard, quelle est la probabilité que $\mathcal{R}$ arrive après l'ouverture de la salle ?
4. En moyenne, à quelle heure $\mathcal{R}$ arrive-t-il le matin ?
5. En moyenne, combien de temps de cours $\mathcal{R}$ rate-t-il chaque matin ?

   On observera que, chaque matin, $\mathcal{R}$ rate un temps nul de cours avec probabilité 2/3.

Exercice $\boxed{3}$ Un ingénieur a remarqué que, chaque matin, il attend, sur son quai habituel de station, la rame pendant une durée D suivant une loi uniforme sur $[d; t]$ (exprimés en minutes). Il a relevé qu'en moyenne, son attente est de 3minutes30 et que l'écart-type est de 1minute 50s.

Quelles sont les valeurs de d et de t ? En déduire la probabilité que cet ingénieur attende sa rame plus de 10 minutes.

Exercice $\boxed{4}$ Un informaticien remarque des pannes de réseaux régulières dans son entreprise.

Ainsi, en moyenne, la durée des pannes est de 12 minutes et l'écart-type est de 2minutes 30. En supposant que le temps de panne T suit une loi uniforme sur l'intervalle $[a; b]$ avec $a < b$ réels (en minutes), quelles sont les valeurs de a et de b ?

En déduire la probabilité que la panne de réseau dure moins d'une minute.

Exercice $\boxed{5}$ Un de vos amis vient d'acheter un lave-linge (on admettra qu'il ne vieillit pas) pour lequel il vous assure que son espérance de vie est de 15 ans. Surpris d'apprendre qu'un tiers des avis de clients sur internet montrent que le même modèle d'appareil n'a pas tenu les 15 années annoncées, vous décidez de calculer la probabilité p que ce lave-linge fonctionne effectivement plus que 15 années.

Déterminer p puis généraliser à N années d'espérance de vie.

Exercice $\boxed{6}$ Un vendeur propose un appareil (on admettra qu'il ne vieillit pas) dont il vous assure que son espérance de vie est de 10 ans. Le client préfère savoir à partir de quelle durée d (au mois près) la probabilité de voir l'appareil cesser de fonctionner tombe en-dessous de $\frac{1}{2}$.

Déterminer d puis généraliser à N années d'espérance de vie.

Exercice $\boxed{7}$ A l'aide d'une variable aléatoire suivant une loi exponentielle :

1. Déterminer la valeur de l'intégrale $\displaystyle\int_0^{+\infty} 5t\,\mathrm{e}^{-5t}\,\mathrm{d}t$.
2. Déterminer la valeur de l'intégrale $\displaystyle\int_0^{+\infty} t^2\,\mathrm{e}^{-2t}\,\mathrm{d}t$.

Exercice $\boxed{8}$ A l'aide d'une variable aléatoire suivant une loi exponentielle :

1. Déterminer la valeur de l'intégrale $\displaystyle\int_0^{+\infty} 2t\,\mathrm{e}^{-2t}\,\mathrm{d}t$.
2. Calculer la valeur de l'intégrale $\displaystyle\int_0^{+\infty} t^2\,\mathrm{e}^{-3t}\,\mathrm{d}t$.

Exercice $\boxed{9}$ Soit X une variable aléatoire qui suit la loi exponentielle de paramètre 1. On considère la variable aléatoire Y définie par $Y = \dfrac{1}{3}X$. On note F_X la fonction de répartition de X et F_Y la fonction de répartition de Y.

1. Rappeler, pour x réel, l'expression de $F_X(x)$.
2. Justifier que, pour tout réel y, on a : $F_Y(y) = F_X(3y)$.
3. En déduire, pour tout réel y, l'expression de $F_Y(y)$ en distinguant les cas $y < 0$ et $y \geq 0$.
4. En déduire la loi de Y.
5. Déterminer les valeurs de $\mathbb{P}[Y \leq 3]$ et $\mathbb{P}_{[Y\geq 2]}[5 < Y]$.

Exercice $\boxed{10}$ Soit X une variable aléatoire qui suit la loi exponentielle de paramètre 1. On considère la variable aléatoire Y définie par $Y = \dfrac{1}{5}X$. On note F_X la fonction de répartition de X et F_Y la fonction de répartition de Y.

1. Rappeler, pour x réel, l'expression de $F_X(x)$.
2. Justifier que, pour tout réel y, on a : $F_Y(y) = F_X(5y)$.
3. En déduire, pour tout réel y, l'expression de $F_Y(y)$ en distinguant les cas $y < 0$ et $y \geq 0$.
4. En déduire la loi de Y.
5. Déterminer les valeurs de $\mathbb{P}[Y \leq 3]$ et $\mathbb{P}_{[Y\geq 2]}[5 < Y]$.

Exercice $\boxed{11}$ Soit X une variable aléatoire qui suit la loi uniforme sur $[1, 2]$. On considère la variable aléatoire Y définie par $Y = 3X - 2$. On note F_X la fonction de répartition de X et F_Y la fonction de répartition de Y.

1. Calculer $\mathbb{P}\left[\frac{1}{2} \leq X \leq \frac{4}{3}\right]$.
2. Déterminer, pour tout réel x, l'expression de $F_X(x)$.
3. Exprimer $F_Y(t)$ en fonction du réel $t \in [1; 5]$
4. En déduire, pour tout réel y, l'expression de $F_Y(y)$. On pourra distinguer trois cas pour y.
5. En déduire la loi de Y. La variable aléatoire Y est-elle à densité ?

Exercice $\boxed{12}$ (d'après ESCP 2014)

Soit a un réel strictement positif et f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ à valeurs réelles telle que :

$$f(t) = \begin{cases} 2\,\mathrm{e}^{-2(t-a)} & \text{si} \quad t \geq a \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}.$$

1. (a) Soit B un réel supérieur ou égal à a. Calculer l'intégrale $\displaystyle\int_a^{B} 2\,\mathrm{e}^{-2(t-a)}\,\mathrm{d}t$.
   (b) En déduire la valeur de l'intégrale $\displaystyle\int_a^{+\infty} 2\,\mathrm{e}^{-2(t-a)}\,\mathrm{d}t$.

2. Montrer que f peut être considérée comme une densité de probabilité.

   Dans la suite, on note X une variable aléatoire admettant f comme densité.

3. Montrer que la fonction de répartition F_X de X est donnée par :

$$F_X(x) = \begin{cases} 1 - \mathrm{e}^{-2(x-a)} & \text{si} \quad x \geq a \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}.$$

4. On considère la variable aléatoire Y définie par $Y = X - a$.
   (a) Déterminer la fonction de répartition F_Y de Y.
   (b) En déduire que Y suit une loi exponentielle dont on précisera le paramètre.
   (c) Donner la valeur de l'espérance de Y.
   (d) En déduire que X admet une espérance et donner sa valeur.

Exercice 13 Soient λ un réel strictement positif et f la fonction suivante :

$$f: \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & \begin{cases} 0 & \text{si} \quad x \leq 0 \\ \lambda^2 x \, \mathrm{e}^{-\lambda x} & \text{si} \quad 0 < x \end{cases} \end{array}.$$

1. Justifier que la fonction f est une densité.

   Dans les questions suivantes, X est une variable aléatoire de densité f.

2. Montrer que X admet une espérance et la déterminer.
3. Expliciter la fonction de répartition de X.

Exercice 14 (d'après ESC 2010)

Soit f la fonction réelle définie par :

$$\begin{cases} f(t) = 0 & \text{si} \quad t \leq 0 \text{ ou } t > 2 \\ f(t) = \frac{1}{2}t & \text{si} \quad t \in]0, 2] \end{cases}.$$

1. (a) Montrer que f est continue en 0. Etablir ensuite que f est une densité de probabilité.
   (b) On note désormais X une variable aléatoire de densité f, et on note F sa fonction de répartition.
   Rappeler l'intégrale permettant de calculer $F(x)$ en fonction de la densité f. Calculer $F(x)$ en séparant les cas $x \leq 0$, $0 < x \leq 2$ et $x > 2$.
   (c) Calculer les valeurs de probabilité $\mathbb{P}[X \leq 1]$ ainsi que $\mathbb{P}\left[\frac{1}{2} < X \leq 1\right]$.
   (d) Justifier que $X(\Omega) =]0, 2]$ (où Ω désigne un univers associé à l'expérience aléatoire).
2. Déterminer l'espérance de X.

   Soient U la variable aléatoire définie par $U = X^2$ et G la fonction de répartition de U.

3. Déterminer $U(\Omega)$ puis justifier que si $x \leq 0$, $G(x) = 0$ et si $x > 4$, $G(x) = 1$.
4. (a) Justifier que $\mathbb{P}[U \leq 2] = \mathbb{P}[-\sqrt{2} \leq X \leq \sqrt{2}]$ puis en déduire la valeur de $G(2)$.
   (b) Montrer que si $0 < x \leq 4$ alors $G(x) = \frac{1}{4}x$.
   (c) Reconnaître la loi de U puis en déduire l'espérance $E(U)$ ainsi que la variance de X.

Exercice 15 Soit X une variable aléatoire qui suit la loi normale centrée réduite. On introduit la variable aléatoire Z définie par $Z = -2X + 1$. On note Φ la fonction de répartition de X et F_Z la fonction de répartition de Z.

1. Déterminer, pour tout z de $\mathbb{R}$, une expression de $F_Z(z)$ en fonction de z et Φ.
2. Justifier que F_Z est continue, dérivable et de dérivée continue sur $\mathbb{R}$.
3. En déduire que Z est une variable aléatoire à densité et déterminer une densité de Z.

4. Quelle est la loi suivie par Z ?

Exercice $\boxed{16}$ Soient σ un réel strictement positif et m un réel. Soit X une variable aléatoire qui suit la loi $\mathcal{N}(m, \sigma^2)$. On note X^* la variable aléatoire définie par $X^* = \dfrac{X-m}{\sigma}$.

1. Rappeler la loi suivie par X^* et préciser son espérance et sa variance.
2. Exprimer X en fonction de X^* et en déduire que X admet une espérance que l'on déterminera.
3. Montrer que X admet une variance et la déterminer.

Exercice $\boxed{17}$ **Valeurs Connues**

On admet que si $X \hookrightarrow \mathcal{N}(0;1)$ on a :

$$\mathbb{P}[-1 \leq X \leq 1] = v_1 \approx 0,683 \qquad \mathbb{P}[-2 \leq X \leq 2] = v_2 \approx 0,954 \qquad \mathbb{P}[-3 \leq X \leq 3] = v_3 \approx 0,997$$

et on note Φ la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite.

1. Justifier que l'on a $\Phi(0) = \dfrac{1}{2}$ puis réexprimer les valeurs v_1, v_2, v_3 à l'aide de Φ.
2. Démontrer que si Y suit une loi $\mathcal{N}(\mu;\sigma^2)$, avec $\mu \in \mathbb{R}$ et $\sigma > 0$ donnés, on a :
$$\forall k \in \{1;2;3\} \ \ \mathbb{P}[\mu - k\sigma \leq Y \leq \mu + k\sigma] = v_k$$
3. Etablir, de façon similaire, que si l'on note v_k la valeur $\mathbb{P}[-k \leq X \leq k]$, alors on a bien encore
$$\forall k \in \mathbb{N} \ \ \mathbb{P}[\mu - k\sigma \leq Y \leq \mu + k\sigma] = v_k$$
4. Etablir que, pour tout $\alpha \in]0;1[$, il existe un $t \in \mathbb{R}_+$ unique tel que $\Phi(t) - \Phi(-t) = \alpha$.
5. En déduire que, pour tout $\alpha \in]0;1[$, il existe un unique réel u_α vérifiant :
$$\mathbb{P}[\mu - u_\alpha\sigma \leq Y \leq \mu + u_\alpha\sigma] = 1 - \alpha$$
puis donner une valeur approchée de $u_{0,05}$.

On pourra retenir ces valeurs approchées

Exercice $\boxed{18}$ Soit X une variable aléatoire qui suit la loi $\mathcal{N}(7;9)$. Donner des valeurs approchées des probabilités suivantes :

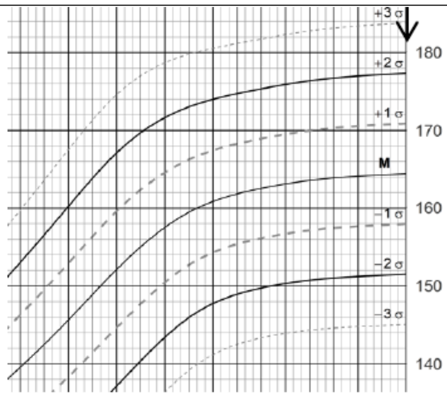
$$a) \ \mathbb{P}[X > 10] \quad b) \ \mathbb{P}[X \leq 4] \quad c) \ \mathbb{P}[X > 8,5] \quad d) \ \mathbb{P}[4 \leq X < 13] \quad e) \ \mathbb{P}_{[X>1]}[X \geq 10]$$

Exercice $\boxed{19}$ **Croissances des Filles**

Des statistiques ont permis d'établir que 15,9% des filles atteignant 18 ans ne dépassent pas la taille de 158cm et que la taille médiane observée pour cette même population est de 164cm. On admet que la taille T en cm d'une fille atteignant la majorité en France (18ans) peut être modélisée par une variable aléatoire suivant une loi normale $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$.

On note Φ la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite. On pourra utiliser les **valeurs connues** de $\boxed{17}$ et on rappelle que, pour tout x de $\mathbb{R}$, on a $\Phi(-x) = 1 - \Phi(x)$.

1. Déterminer une valeur approchée de $\Phi(-1)$
2. Donner une valeur approchée de $\Phi^{-1}(0,159)$.
3. Quelles sont les probabilités associées aux données de l'énoncé ?
4. En utilisant Φ, montrer que $\mu = 164$.
5. A l'aide de μ et de Φ^{-1}, exprimer σ pour en préciser une valeur approchée.
6. Quelle est la probabilité qu'une fille atteignant 18 ans dépasse 182cm ?
   On pourra s'intéresser à la valeur $t = \mu + 3\sigma$



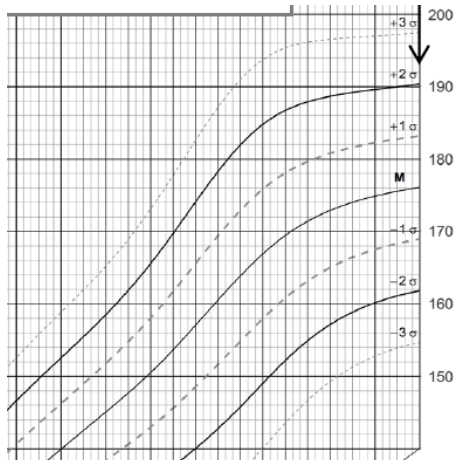
D'après études de l'Association Publique de Pédiatrie Ambulatoire - Avril 2018

Exercice $\boxed{20}$ **Croissances des Garçons**

Des statistiques ont permis d'établir que 2,3% des garçons atteignant 18 ans dépassent la taille de 190cm et que la taille médiane observée pour cette population est de 176cm. On admet que la taille T en cm d'un garçon atteignant la majorité en France (18ans) peut être modélisée par une variable aléatoire suivant une loi normale $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$.

On note Φ la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite. On pourra utiliser les **valeurs connues** de $\boxed{17}$.

1. Déterminer une valeur approchée de $\Phi(-2)$.
2. Simplifier $\Phi\left(-\Phi^{-1}(0,977)\right)$ puis donner une valeur approchée de $\Phi^{-1}(0,977)$.
3. Quelles sont les probabilités associées aux données de l'énoncé ?
4. En utilisant Φ, montrer que $\mu = 176$.
5. A l'aide de μ et de $\Phi^{-1}(0,977)$, exprimer σ pour en préciser une valeur approchée.
6. Quelle est la probabilité qu'un garçon atteignant 18 ans ne dépasse pas 154cm ?
   On pourra s'intéresser à la valeur $t = \mu - 3\sigma$



D'après études de l'Association Publique de Pédiatrie Ambulatoire - Avril 2018

Exercice $\boxed{21}$ **Transformation de lois (1)** Soit U une variable aléatoire de loi uniforme (continue) sur $[0;1[$.

On pose $Z = -\ln(1-U)$ et on note F_U la fonction de répartition de U ainsi que F_Z la fonction de répartition de Z.

1. Rappeler l'expression générale de F_U
2. Etablir, pour tout réel t, l'équivalence $t \geq 0 \iff 1 - e^{-t} \in [0;1[$
3. Démontrer que, pour tout $t \in \mathbb{R}_+$, on a $F_Z(t) = 1 - e^{-t}$. Que vaut $F_Z(t)$ si $t < 0$?
4. En déduire que Z suit une loi exponentielle de paramètre 1.
5. On considère le programme Python suivant :

```
from math import*
import numpy.random as rd
U=rd.random()
Z=-log(1-U)
print(Z)
```

L'exécution de ce programme affiche une valeur : que représente-t-elle ?

Exercice $\boxed{22}$ **Transformation de lois (2)**

On pose X, une variable aléatoire de loi $\mathcal{E}(\lambda)$ où $\lambda > 0$ est supposé quelconque. Le but de cet exercice est de démontrer que $Z = \lambda X$ suit une loi $\mathcal{E}(1)$.

1. Rappeler l'expression générale de F_X
2. Déterminer $F_Z(t)$ pour $t \geq 0$. Que vaut $F_Z(t)$ si $t < 0$?
3. En déduire que Z suit une loi exponentielle de paramètre 1.

Remarque finale : On pourrait démontrer de même que, si Z suit une loi $\mathcal{E}(1)$ alors $X = \frac{1}{\lambda}Z$ suit une loi $\mathcal{E}(\lambda)$.

Exercice $\boxed{23}$ **Variance de la loi Exponentielle : démonstration**

L'objectif de ce problème est d'établir la formule de calcul donnant la variance d'une loi exponentielle $\mathcal{E}(\lambda)$.
On se donne Z une variable aléatoire suivant une loi exponentielle de paramètre $\lambda = 1$. On commence par traiter ce cas particulier. On pourra utiliser le fait que Z admet une espérance et que cette espérance vaut $\mathbb{E}[Z] = 1$.

1. On pose $Y = Z^2$ et on note F_Z la fonction de répartition de Z ainsi que F_Y la fonction de répartition de Y.
   (a) Etablir que, pour tout $t \geq 0$ on a : $F_Y(t) = 1 - e^{-\sqrt{t}}$
   (b) Exprimer de façon générale la fonction de répartition F_Y de Y.
   (c) En déduire que Y est une variable aléatoire à densité.
   (d) Vérifier que, pour tout $t > 0$ on a $F_Y'(t) = \frac{1}{2\sqrt{t}}e^{-\sqrt{t}}$

   Dans la suite, on posera f_Y fonction définie sur $\mathbb{R}$ par
   $$f_Y : t \mapsto \begin{cases} \frac{1}{2\sqrt{t}}e^{-\sqrt{t}} & \text{si } t > 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$
   Et on admettra que f_Y ainsi définie est une densité de Y.
2. On pose $g(t) = tf_Y(t)$ pour $t \in \mathbb{R}$.
   (a) Démontrer que g est continue en $t = 0$.
   (b) En déduire que g est continue sur $\mathbb{R}$.
3. On pose à présent $\varphi : x \mapsto \displaystyle\int_0^x g(t)\,\mathrm{d}t$ et $\psi : x \mapsto \displaystyle\int_0^x t^2 e^{-t}\,\mathrm{d}t$ définies sur $\mathbb{R}_+$.
   (a) A l'aide d'une Intégration Par Parties, établir que, pour tout $x \in \mathbb{R}_+$ on a :
   $$\psi(x) = -x^2e^{-x} + 2\int_0^x te^{-t}\,\mathrm{d}t$$
   (b) En déduire la valeur de $\lim\limits_{x\to+\infty} \psi(x)$
   (c) Justifier que $H : x \mapsto \varphi(x^2)$ est de classe $\mathcal{C}^1$ sur $\mathbb{R}_+$ et que l'on a :
   $$\forall x \geq 0 \quad H'(x) = \psi'(x) = x^2e^{-x}$$
   (d) En déduire que H et ψ coïncident sur $\mathbb{R}_+$. *On pourra observer que $H(0) = \psi(0) = 0$.*
4. Justifier que $\displaystyle\int_{-\infty}^0 g(t)\,\mathrm{d}t$ converge et déterminer sa valeur.
5. Conclure quant à la convergence de $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} g(t)\,\mathrm{d}t$ et déterminer sa valeur.
6. Justifier que $\mathbb{V}[Z] = 1$
7. A l'aide de l'exercice **Transformation de lois (2)**, établir que, si X suit une loi $\mathcal{E}(\lambda)$ avec $\lambda > 0$ alors $\mathbb{V}[X] = \frac{1}{\lambda^2}$

Exercice 24 On considère un parc informatique flambant neuf constitué de $N \geq 2$ machines d'un même modèle toutes sorties d'usines.

Le fournisseur assure que la "*durée de vie moyenne*" de chaque machine, avant la première panne, est de 10 ans (c'est du solide hein !). Or, bien vite, un employé va déclarer une (première) panne au bout de quelques mois (disons $m \in [\![3;10]\!]$).

Cette étude vise à évaluer les niveaux de vraissemblances relatives des observations afin de créditer l'hypothèse du hasard, le défaut imputable au fournisseur ou, éventuellement, la faute de l'employé utilisateur de la machine.

On assimile chaque machine $\mathcal{M}_i$ ($i \leq N$) à une variable aléatoire X_i suivant une loi exponentielle de paramètre $\lambda > 0$, renvoyant alors la durée de vie observée au moment de la première panne.

Pour traduire l'indépendance des machines entre elles, on considère que, pour tous réels $t_1, t_2, \ldots, t_N$ on a l'indépendance mutuelle des événements $[X_1 \leq t_1], [X_2 \leq t_2], \ldots , [X_N \leq t_N]$ Enfin, on pose T la variable aléatoire renvoyant la valeur minimale observée des temps $X_1, X_2, \ldots, X_N$.

1. Déterminer la valeur de $\lambda > 0$ d'après les données de l'énoncé.
2. Une machine $\mathcal{M}_i$ étant fixée, quelle est la probabilité que cette machine ne subisse aucune panne avant 10 ans ?
3. Déterminer la durée (au mois près) pour laquelle une machine donnée (de ce parc) a une probabilité $1/2$ de ne subir aucune panne.
4. On considère le programme Python suivant (muni des bibliothèques d'importations adéquates) :

```
a=float(input("paramètre à fournir")
U=rd.random()
if a > 0:
        X=-log(1-U)/a
        print(X)
else
        print("simulation hors domaine")
```

   Expliquer en quoi ce programme permet la simulation du temps écoulé jusqu'à la première panne observée de l'une des machines du parc informatique étudié.
   On précisera la valeur du paramètre a d'entrée choisie à cette fin.
5. Justifier que, pour tout $t \in \mathbb{R}_+$ on a $[T > t] \ = \ [X_1 > t] \cap \cdots \cap [X_N > t]$
6. On note F_T la fonction de répartition de T.
   (a) Etablir que, pour tout $t \in \mathbb{R}_+$, on a $1 - F_T(t) = e^{-\lambda N t}$
   (b) En déduire une expression de la fonction F_T de répartition de T.
   On observera que F_T est nulle sur $\mathbb{R}_-$.
   (c) Reconnaître alors la loi de T. En donner une densité.
7. Déterminer l'espérance $\mathbb{E}[T]$ de la variable aléatoire T. Interpréter dans la situation présentée.
8. En expliquant vos choix, indiquer les valeurs de N pouvant rendre crédible l'idée que l'observation de la première panne au bout de $m \in [\![3;10]\!]$ mois ne résulte pas d'une mauvaise manipulation de l'employé ou d'un produit fourni qui ne respecterait pas la charte qualité proposée.

Remarques : L'exercie propose une modélisation simplifée et discutable qui conserve cependant, et de façon acceptable, les ordres de grandeurs en jeu. L'objectif est de bien comprendre la façon dont une situation peut être traitée à l'aide des outils proposées. Le gain de rigueur et de précision peut être obtenu à l'aide d'un investissement acceptable en situation réelle (et à l'aide d'une machine qui ne tomberait pas en panne) et de la notion d'intervalle de confiance à venir.