

Interrogation I₇(A)

Exercice I : Série

On considère la série $\sum_{k \geq 1} \frac{e^k}{(k+1)!}$.

Etablir la convergence de cette série puis calculer la valeur de $\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{e^k}{(k+1)!}$.

Exercice II : Couple de VAR

On donne le tableau de loi conjointe d'un couple $(X; Y)$ de VAR :

	$Y = -1$	$Y = 1$
$X = 1$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$
$X = 2$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{3}$
$X = 3$	$\frac{1}{6}$	0

1. Vérifier que l'on peut considérer que $X(\Omega) = \{1; 2; 3\}$ et que $Y(\Omega) = \{-1; 1\}$
2. Donner, en justifiant, les lois marginales de X et de Y .
3. Que valent $\mathbb{E}[X]$ et $\mathbb{E}[Y]$ respectivement ?
4. Les variables aléatoires X et Y sont-elles indépendantes ? Justifier.

Exercice III : Simulation Python

On considère un jeu consistant à lancer une pièce truquée dont la probabilité d'obtention de *pile* est $\frac{1}{3}$. Chaque fois que la pièce marque *pile*, le joueur gagne 1 euro. Sinon, il perd 2 euros.

Compléter le script suivant pour qu'il simule 100 parties successives et renvoie la valeur de gain total accumulé (ou perdu) par le joueur à l'issue de ces parties :

```
from math import *
import numpy.random as rd
G=0
P = rd.random()
for .....
    if.....
        G=G+1
    else:
        .....
print(.....)
```

Exercice IV : Intégrale

Calculer, pour $x \in [1; +\infty[$, la valeur de $\int_1^x \frac{\ln(t+2)}{t^2} dt$.

On pourra réaliser une intégration par parties et observer que $\frac{2}{t(t+2)} = \frac{1}{t} - \frac{1}{t+2}$

Interrogation $I_7(B)$

Exercice I : Série

On considère la série $\sum_{k \geq 1} \frac{k}{k!e^k}$.

Etablir la convergence de cette série puis calculer la valeur de $\sum_{k \geq 1} \frac{k}{k!e^k}$.

Exercice II : Couple de VAR

On donne le tableau de loi conjointe d'un couple $(U; V)$ de VAR :

	$V = 1$	$V = 2$
$U = -1$	$1/4$	$1/6$
$U = 0$	$1/12$	$1/3$
$U = 1$	0	$1/6$

1. Vérifier que l'on peut considérer que $U(\Omega) = \{-1; 0; 1\}$ et que $V(\Omega) = \{1; 2\}$
2. Donner, en justifiant, les lois marginales de U et de V .
3. Que valent $\mathbb{E}[U]$ et $\mathbb{E}[V]$ respectivement ?
4. Les variables aléatoires U et V sont-elles indépendantes ? Justifier.

Exercice III : Simulation Python

On considère un jeu consistant à lancer une pièce truquée dont la probabilité d'obtention de *pile* est $\frac{1}{3}$. Chaque fois que la pièce marque *pile*, le joueur gagne 1 euro. Sinon, il perd 2 euros.

Compléter le script suivant pour qu'il simule 100 parties successives et renvoie la valeur de gain total accumulé (ou perdu) par le joueur à l'issue de ces parties :

```
from math import *
import numpy.random as rd
G=0
P = rd.random()
for .....
    if.....
        G=G+1
    else:
        .....
print (.....)
```

Exercice IV : Intégrale

Calculer, pour $x \in [1; +\infty[$, la valeur de $\int_1^x \frac{t+1}{2} \ln(t+1) dt$.