

Programme de colle – Semaine 14 – du lundi 10 février au samedi 15 février 2025

Reprise du programme précédent sur le Thème 9 :
espaces probabilisés finis

Thème 10 - Analyse - cours n°5 : dérivation, variations et convexité

1. Fonctions dérivables

1.1. Nombre dérivé

1.1.1. Introduction

1.1.2. Définition

- Savoir étudier la dérivabilité d'une fonction en un réel a de \mathcal{D}_f en étudiant la limite du taux d'accroissement de cette fonction entre a et $a + h$.

Exemple : démontrer que la fonction carré est dérivable en 2.

- Savoir étudier la dérivabilité d'une fonction définie par morceaux en le point de raccordement a de \mathcal{D}_f .

Exemple : on considère la fonction f définie sur \mathbb{R}^+ par $f(x) = \begin{cases} x - \frac{7}{3} & \text{si } x \in [0; 3[\\ \frac{2}{x} \sin x & \text{sinon} \end{cases}$.

Justifier que la fonction f est continue et dérivable en 3.

- Savoir donner l'équation cartésienne réduite de la tangente à la courbe de la fonction f au point d'abscisse a , lorsque cette dernière est dérivable en a .

1.2. Fonction dérivée

1.3. Opérations sur les fonctions et dérivation

- Savoir calculer la fonction dérivée d'une fonction construite à partir des fonctions de références et des opérations usuelles (**sauf la composition, que l'on garde pour le prochain programme de colle**).

Exemple :

Déterminer les fonctions dérivées des fonctions suivantes, après avoir donné leurs ensembles de dérivabilité :

(1) $f: x \mapsto 3x^4 - 5x^3 + 2x^2 - 7x + 8$

(2) $g: x \mapsto 2\sqrt{x} - \frac{3}{x} + 2x + 3$

(3) $h: x \mapsto x^3\sqrt{x} + 5$

(4) $k: x \mapsto \frac{3}{x^9} - \frac{7}{x^7} + \frac{3}{x^2} - 1$

(5) $\ell: x \mapsto 1 - \frac{3}{\sqrt{x}}$

(6) $m: x \mapsto \frac{3x+1}{-5x+3}$