

Intitulés de Cours

Premier Semestre

Ensembles, Applications

Ensembles, parties d'un ensemble

- Notion 1** Ensemble, élément, appartenance
- Notion 2** Sous-ensemble (ou partie), inclusion. Ensemble $\mathcal{P}(E)$ des parties de E .
- Notion 3** Réunion, intersection, ensembles disjoints, complémentaire.
- Notion 4** Complémentaire d'une union et d'une intersection, Lois de Morgan. (liens avec les connecteurs logiques)
- Notion 5** Produit cartésien. Ensembles \mathbb{R}^n
- Notion 6** Cardinal (ensemble fini), formule de Poincaré (à 2 éléments), cas disjoints

Applications

- Notion 7** Définitions. Composition.
- Notion 8** Bijection, application réciproque.

Calculs numériques et algébriques

Les questions de cours de cette partie ont bien peu de chances de tomber car il s'agit surtout des règles de calcul à savoir utiliser en pratique

- Notion d'intervalle (de \mathbb{R}). Intervalles ouvert, fermé, semi-ouvert.
- Propriétés des opérations arithmétiques
- Puissances de 10, puissances entières d'un réel
- Développement, factorisation d'expressions algébriques
- Racine carrée d'un réel positif. Propriétés.
- Identités remarquables
- Manipulation des inégalités
- Résolution d'équations et d'inéquations simples

Polynômes à coefficients réels

- Notion 9** Fonctions polynômiales. Degré et racines.

Notion 10 Racines et signe d'un polynôme du premier et du second degré. Discriminant

Notion 11 Factorisation d'un polynôme par $(x - a)$ si a est une racine de ce polynôme. Division Euclidienne.

Suites réelles

Notion 12 Suites constantes, arithmétiques, géométriques.

Notion 13 Suites arithmético-géométriques.

Notion 14 Somme des n premiers nombres entiers naturels et somme des n premiers termes de la suite (q^k)

Notion 15 Somme des n premiers termes d'une suite géométrique

Fonctions réelles d'une variable réelle : généralités

Notion 16 Vocabulaire, représentation graphique d'une fonction.

fonctions usuelles : carré, cube, racine carrée, inverse, valeur absolue

Notion 17 Fonctions paires, impaires.

Notion 18 Fonctions monotones, strictement monotones.

Notion 19 Fonctions majorées, minorées, bornée.

Notion 20 Somme, produit, quotient de fonctions, composée de fonctions.

Notion 21 Fonction réciproque.

Fonctions réelles d'une variable réelle : Limites

Le programme exclut la théorie et les définitions : donc rien à craindre ici au niveau des définitions

- Limite d'une fonction en un point. Limite à gauche, limite à droite.
- Extension de la notion de limite en $+\infty$ ou en $-\infty$.
- Notion de limite infinie en un point, en $+\infty$ ou en $-\infty$.
- Opérations algébriques sur les limites. Limite d'une fonction composée.

Notion 22 Limites des fonctions polynomiales et rationnelles en $+\infty$ et en $-\infty$ (règle des monômes de plus haut degré)

Notion 23 Interprétation graphique des limites, droites asymptotes.

Fonctions réelles d'une variable réelle : Continuité

Notion 24 Continuité d'une fonction en un point.

Notion 25 Continuité de la somme, du produit, du quotient de deux fonctions continues.

Notion 26 Composition de deux fonctions continues.

Fonctions réelles d'une variable réelle : Dérivabilité

Notion 27 Dérivabilité d'une fonction en un point, nombre dérivé.

Notion 28 Equation de la tangente en un point

Notion 29 Caractérisation des fonctions constantes et monotone par le signe de la dérivée (principe de Lagrange)

Notion 30 Extremum local d'une fonction dérivable (cas de f dérivable sur I ouvert avec f' s'annule et change de signe)

Les notions suivantes sont surtout à destination de la mise en application pratique (ou calculatoire)

- Tableau complet de variations.
- Dérivée d'une somme, d'un produit, d'un quotient, d'une fonction composée.
- Dérivée seconde, notation f''

Fonctions réelles d'une variable réelle : Convexité

Notion 31 Définition d'une fonction convexe (par les cordes)

Notion 32 Position d'une courbe par rapport aux tangentes (cas convexe et dérivable)

Notion 33 Caractérisation des fonctions convexes deux fois dérivables.

Notion 34 Caractérisation d'un point d'inflexion si f est deux fois dérivable.

Espaces probabilisés finis

Le vocabulaire des ensembles étant transmis aux expériences aléatoires, il n'y a pas d'attendu particulier

- Expérience Aléatoire, univers des résultats observables.
- Événements, Opérations sur les événements
- Événements incompatibles, événements contraires.

Notion 35 Système complet d'événements finis

Probabilités

Notion 36 Définition d'une probabilité

Notion 37 Formule du crible (ou de Poincaré) pour deux événements

Probabilités Conditionnelles

- Notion 38** Probabilité conditionnelle.
- Notion 39** Formule des probabilités composées
- Notion 40** Formule des probabilités totales.
- Notion 41** Formule de Bayes.

Indépendance en probabilités

- Notion 42** Indépendance de deux événements.
- Notion 43** Indépendance mutuelle de n événements.
- Notion 44** Indépendance et complémentarité.

Variables Aléatoires Réelles

- Notion 45** Variable aléatoire : définition.
- Notion 46** Système complet associé à une variable aléatoire.
- Notion 47** Fonction de répartition d'une variable aléatoire
- Notion 48** Loi de probabilité d'une variable aléatoire.
- Notion 49** Espérance d'une variable aléatoire finie
- Notion 50** Linéarité de l'espérance (formule $\mathbb{E}[aX + bY] = a\mathbb{E}[X] + b\mathbb{E}[Y]$)
- Notion 51** Théorème de transfert
- Notion 52** Variance d'une variable aléatoire, écart-type.
- Notion 53** Formule de Koenig-Huygens.
- Notion 54** Variables Aléatoires Centrées, Centrées-Réduites.

Systemes linéaires

Pas de théorie, de la pratique

- Résolution
- Méthode du pivot de Gauss

Calcul matriciel

- Notion 55** Définition d'une matrice à n lignes et p colonnes, ensemble $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{R})$, matrices lignes et matrices colonnes.
- Notion 56** Opérations sur les matrices : multiplication par un scalaire, somme, produit.

Compléments d'analyse : suites réelles

- Notion 57** Suite monotone, majorée, minorée, bornée.
- Notion 58** Limite d'une suite, définition des suites convergentes.
- Notion 59** Unicité de la limite
- Notion 60** Existence d'une limite par encadrement
- Notion 61** Théorème de la limite monotone.
Les aspects calculatoire ne font pas l'objet de questions de cours
 - Opérations sur les limites
 - Compatibilité avec la relation d'ordre

Compléments d'analyse : continuité sur un intervalle

- Notion 62** Théorème des valeurs intermédiaires
- Notion 63** cas des fonctions continues strictement monotone : caractère bijectif.
- Notion 64** Corollaire TVI et bijection

Compléments d'analyse : Fonctions logarithme et exponentielle

- Notion 65** Fonction logarithme népérien
 - Dérivée, limites
 - Propriétés algébriques

- Notion 66** Fonction exponentielle
- Dérivée, limites
 - Propriétés algébriques

- Notion 67** Fonction puissances (exposant réel)

- Notion 68** Croissances comparées

Coefficients binomiaux

- Notion 69** Factorielle
- Notion 70** Parties à k éléments d'un ensemble à n éléments
- Notion 71** Coefficients binomiaux
- Notion 72** Relation de symétrie
- Notion 73** Formule du triangle de Pascal

Lois usuelles finies

- Notion 74** Loi certaine
- Notion 75** Loi uniforme sur $1; n$
- Notion 76** Loi de Bernoulli, loi binomiale
- Notion 77** Formule du binôme de Newton

Intégration sur un segment

- Notion 78** Primitive d'une fonction continue sur un segment
- Notion 79** Théorème d'existence des primitives
- Notion 80** Intégrale sur un segment d'une fonction continue : définition
- Notion 81** Relation de Chasles

Matrices

- Notion 82** Matrices carrées, ensemble $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$.
- Notion 83** Matrices triangulaires et diagonales, matrice identité,
- Notion 84** Matrices inversibles
- Notion 85** Critère d'inversibilité des matrices triangulaires
- Notion 86** Critère d'inversibilité (et inverse) des matrices carrées d'ordre 2
- Notion 87** Formule du binôme pour les matrices qui commutent
- Notion 88** Ecriture matricielle d'un système d'équations linéaires
Les méthodes calculatoires ne font pas l'objet de questions de cours
 - Inversion par pivot de Gauss
 - Inversion par résolution de $AX = Y$

Intégration : compléments

- Notion 89** Linéarité de l'intégrale
- Notion 90** Intégration par parties
- Notion 91** Positivité. Comparaisons d'intégrales

Compléments sur les sommes

- Notion 92** Sommes télescopiques *Les méthodes calculatoires ne font pas l'objet de questions de cours*
 - Décalage (ou *glissement*) d'indice

Séries

- Notion 93** Définition, convergence. Somme dans le cas de convergence.
- Notion 94** Condition nécessaire de convergence
- Notion 95** Série géométrique : convergence, somme.

Couples de VAR finies

- Notion 96** Lois de couples : lois marginales, lois conditionnelles
- Notion 97** Indépendance de deux variables aléatoires
- Notion 98** Espérance d'une somme, d'un produit (de deux VAR)
- Notion 99** Covariance d'un couple de VAR, propriétés
- Notion 100** Variance d'une somme de deux variables aléatoires
- Notion 101** Coefficient de corrélation linéaire
- Notion 102** Propriétés du coefficient de corrélation linéaire

Variables Aléatoires discrètes infinies

Extension sans développement théorique des propriétés

— (Notion) d'espace probabilisé (univers non fini)

- Notion 103** Loi de probabilité
- Notion 104** Fonction de répartition
- Notion 105** Espérance
- Notion 106** Variance, écart-type

Lois usuelles discrètes infinies

- Notion 107** loi Géométrique (Espérance et variance)
- Notion 108** loi de Poisson (Espérance et variance)

Réduction des matrices carrées

- Notion 109** Polynôme d'une matrice. Polynômes annulateurs
- Notion 110** Matrices carrées diagonalisables
- Notion 111** Valeurs propres, vecteurs propres (d'une matrice carrée)
Les calculs effectifs ne font pas l'objet de questions de cours
 - Recherche de valeurs propres
 - Diagonalisation effective sur des exemples
 - Application au calcul de puissances

Intégrales généralisées

- Notion 112** Intégrales à une borne infinie : définition, convergence.
- Notion 113** Intégrales à deux bornes infinies : définition, convergence.
- Notion 114** Intégrales de fonction continues sauf en un nombre fini de points
Aucune difficulté théorique n'est exigible sur les fonctions continues par morceaux

Variables Aléatoires à densité continue par morceaux

Le passage du cas discret au cas continu n'est pas explicité

- Notion 115** Densité de probabilité
- Notion 116** variables aléatoires à densité (Fonction de répartition)
- Notion 117** Espérance
- Notion 118** Variance, écart-type

Lois à densité particulières

- Notion 119** Loi uniforme sur $[a; b]$
- Notion 120** Loi exponentielle
- Notion 121** Lois Normales, loi normale centrée-réduite.
- Notion 122** Fonction de répartition Φ .

Convergence et approximations

Les résultats qui suivent sont explicitement NON exigibles

- Inégalités de Markov
- Bienaymé-Tchebychev

Suite de VAR discrètes finies

- Notion 123** Indépendance mutuelle de n variables aléatoires
- Notion 124** Indépendance mutuelle d'une suite de variables aléatoires
- Notion 125** Espérance de la somme de n variables aléatoires
- Notion 126** Variance d'une somme finie de variables aléatoires mutuellement indépendantes.

Loi faible des grands nombres

- Notion 127** Loi faible des grands nombres

Estimation ponctuelle

- Notion 128** Estimation ponctuelle (par réalisation de moyenne empirique)
Loi de Bernoulli et Poisson sont les seules explicitement mentionnées

Estimation par intervalle de confiance

Explicitement non exigible