

Intitulés de Cours

Chacun de ces intitulés est explicitement au programme officiel ECT (première année) et peut faire l'objet d'une question de cours (notamment aux oraux).

Une attention particulière est accordée, lors de la restitution du candidat, aux hypothèses des théorèmes ou des propriétés.

Premier Semestre

Ensembles, Applications

Ensembles, parties d'un ensemble

- Notion 1** Ensemble, élément, appartenance
- Notion 2** Sous-ensemble (ou partie), inclusion. Ensemble $\mathcal{P}(E)$ des parties de E .
- Notion 3** Réunion, intersection, ensembles disjoints, complémentaire.
- Notion 4** Complémentaire d'une union et d'une intersection, Lois de Morgan. (liens avec les connecteurs logiques)
- Notion 5** Produit cartésien. Ensembles \mathbb{R}^n
- Notion 6** Cardinal (ensemble fini), formule de Poincaré (à 2 éléments), cas disjoints

Applications

- Notion 7** Définitions. Composition.
- Notion 8** Bijection, application réciproque.

Calculs numériques et algébriques

Les questions de cours de cette partie ont bien peu de chances de tomber car il s'agit surtout des règles de calcul à savoir utiliser en pratique

- Notion d'intervalle (de \mathbb{R}). Intervalles ouvert, fermé, semi-ouvert.
- Propriétés des opérations arithmétiques
- Puissances de 10, puissances entières d'un réel
- Développement, factorisation d'expressions algébriques
- Racine carrée d'un réel positif. Propriétés.
- Identités remarquables
- Manipulation des inégalités
- Résolution d'équations et d'inéquations simples

Polynômes à coefficients réels

- Notion 9** Fonctions polynômiales. Degré et racines.
- Notion 10** Racines et signe d'un polynôme du premier et du second degré. Discriminant
- Notion 11** Factorisation d'un polynôme par $(x - a)$ si a est une racine de ce polynôme. Division Euclidienne.

Suites réelles

- Notion 12** Suites constantes, arithmétiques, géométriques.
- Notion 13** Suites arithmético-géométriques.
- Notion 14** Somme des n premiers nombres entiers naturels et somme des n premiers termes de la suite (q^k)
- Notion 15** Somme des n premiers termes d'une suite géométrique

Fonctions réelles d'une variable réelle : généralités

- Notion 16** Vocabulaire, représentation graphique d'une fonction.
fonctions usuelles : carré, cube, racine carrée, inverse, valeur absolue
- Notion 17** Fonctions paires, impaires.
- Notion 18** Fonctions monotones, strictement monotones.
- Notion 19** Fonctions majorées, minorées, bornée.
- Notion 20** Somme, produit, quotient de fonctions, composée de fonctions.
- Notion 21** Fonction réciproque.

Fonctions réelles d'une variable réelle : Limites

Le programme exclut la théorie et les définitions : donc rien à craindre ici au niveau des définitions

- Limite d'une fonction en un point. Limite à gauche, limite à droite.
 - Extension de la notion de limite en $+\infty$ ou en $-\infty$.
 - Notion de limite infinie en un point, en $+\infty$ ou en $-\infty$.
 - Opérations algébriques sur les limites. Limite d'une fonction composée.
- Notion 22** Limites des fonctions polynomiales et rationnelles en $+\infty$ et en $-\infty$ (règle des monômes de plus haut degré)
 - Notion 23** Interprétation graphique des limites, droites asymptotes.

Fonctions réelles d'une variable réelle : Continuité

- Notion 24** Continuité d'une fonction en un point.
- Notion 25** Continuité de la somme, du produit, du quotient de deux fonctions continues.
- Notion 26** Composition de deux fonctions continues.

Fonctions réelles d'une variable réelle : Dérivabilité

- Notion 27** Dérivabilité d'une fonction en un point, nombre dérivé.
- Notion 28** Equation de la tangente en un point
- Notion 29** Caractérisation des fonctions constantes et monotone par le signe de la dérivée (principe de Lagrange)
- Notion 30** Extremum local d'une fonction dérivable (cas de f dérivable sur I ouvert avec f' s'annule et change de signe)
Les notions suivantes sont surtout à destination de la mise en application pratique (ou calculatoire)
 - Tableau complet de variations.
 - Dérivée d'une somme, d'un produit, d'un quotient, d'une fonction composée.
 - Dérivée seconde, notation f''

Fonctions réelles d'une variable réelle : Convexité

- Notion 31** Définition d'une fonction convexe (par les cordes)
- Notion 32** Position d'une courbe par rapport aux tangentes (cas convexe et dérivable)
- Notion 33** Caractérisation des fonctions convexes deux fois dérivables.
- Notion 34** Caractérisation d'un point d'inflexion si f est deux fois dérivable.

Espaces probabilisés finis

Le vocabulaire des ensembles étant transmis aux expériences aléatoires, il n'y a pas d'attendu particulier

- Expérience Aléatoire, univers des résultats observables.
 - Événements, Opérations sur les événements
 - Événements incompatibles, événements contraires.
- Notion 35** Système complet d'événements finis

Probabilités

- Notion 36** Définition d'une probabilité

- Notion 37** Formule du crible (ou de Poincaré) pour deux événements

Probabilités Conditionnelles

- Notion 38** Probabilité conditionnelle.
- Notion 39** Formule des probabilités composées
- Notion 40** Formule des probabilités totales.
- Notion 41** Formule de Bayes.

Indépendance en probabilités

- Notion 42** Indépendance de deux événements.
- Notion 43** Indépendance mutuelle de n événements.
- Notion 44** Indépendance et complémentarité.

Variables Aléatoires Réelles

- Notion 45** Variable aléatoire : définition.
- Notion 46** Système complet associé à une variable aléatoire.
- Notion 47** Fonction de répartition d'une variable aléatoire
- Notion 48** Loi de probabilité d'une variable aléatoire.
- Notion 49** Espérance d'une variable aléatoire finie
- Notion 50** Linéarité de l'espérance (formule $\mathbb{E}[aX + bY] = a\mathbb{E}[X] + b\mathbb{E}[Y]$)
- Notion 51** Théorème de transfert
- Notion 52** Variance d'une variable aléatoire, écart-type.
- Notion 53** Formule de Koenig-Huygens.
- Notion 54** Variables Aléatoires Centrées, Centrées-Réduites.

Systemes linéaires

Pas de théorie, de la pratique

- Résolution
- Méthode du pivot de Gauss

Calcul matriciel

- Notion 55** Définition d'une matrice à n lignes et p colonnes, ensemble $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{R})$, matrices lignes et matrices colonnes.
- Notion 56** Opérations sur les matrices : multiplication par un scalaire, somme, produit.

Compléments d'analyse : suites réelles

- Notion 57** Suite monotone, majorée, minorée, bornée.
- Notion 58** Limite d'une suite, définition des suites convergentes.
- Notion 59** Unicité de la limite
- Notion 60** Existence d'une limite par encadrement
- Notion 61** Théorème de la limite monotone.
Les aspects calculatoire ne font pas l'objet de questions de cours
 - Opérations sur les limites
 - Compatibilité avec la relation d'ordre

Compléments d'analyse : continuité sur un intervalle

- Notion 62** Théorème des valeurs intermédiaires
- Notion 63** cas des fonctions continues strictement monotone : caractère bijectif.
- Notion 64** Corollaire TVI et bijection

Compléments d'analyse : Fonctions logarithme et exponentielle

- Notion 65** Fonction logarithme népérien
 - Dérivée, limites
 - Propriétés algébriques

- Notion 66** Fonction exponentielle
- Dérivée, limites
 - Propriétés algébriques

- Notion 67** Fonction puissances (exposant réel)

- Notion 68** Croissances comparées

Coefficients binomiaux

- Notion 69** Factorielle

- Notion 70** Parties à k éléments d'un ensemble à n éléments

- Notion 71** Coefficients binomiaux

- Notion 72** Relation de symétrie

- Notion 73** Formule du triangle de Pascal

Lois usuelles finies

- Notion 74** Loi certaine

- Notion 75** Loi uniforme sur $\llbracket 1; n \rrbracket$

- Notion 76** Loi de Bernoulli, loi binomiale

- Notion 77** Formule du binôme de Newton

Intégration sur un segment

- Notion 78** Primitive d'une fonction continue sur un segment

- Notion 79** Théorème d'existence des primitives

- Notion 80** Intégrale sur un segment d'une fonction continue : définition

- Notion 81** Relation de Chasles