

Exercice 15

1° En $x=1$ étudions la continuité :

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} 2x = 2 = f(1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x+1)^2}{2} = \frac{2^2}{2} = 2$$

Donc f est continue en $x=1$

Sur $] -\infty ; 1[$ f est linéaire continue

Sur $]1 ; +\infty[$ f est polynomiale continue

Conclusion: f est continue sur \mathbb{R}

2° f est bien continue par 1° sur \mathbb{R}

$$\int_{-1}^1 f(x) dx = \int_{-1}^1 2x dx = [x^2]_{-1}^1 = 1 - 1 = 0$$

$$\begin{aligned} \int_1^3 f(x) dx &= \int_1^3 \frac{(x+1)^2}{2} dx = \left[\frac{(x+1)^3}{6} \right]_1^3 \\ &= \frac{4^3}{6} - \frac{2^3}{6} = \frac{64-8}{6} = \frac{14}{3} \end{aligned}$$

3° Pour la relation de Chasles :

$$\int_{-1}^3 f(x) dx = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx = 0 + \frac{14}{3} = \frac{14}{3}$$