.

Vocabulaire des VAR discètes

Les définitions ne sont pas triées en ordre alphabétique mais plutôt dans un ordre qui suppose connu les définitions précédantes pour chaque nouvelle lecture de définition.
L'objectif principal est d'étendre le vocabulaire déjà connu au cas des espaces probabilisés non finis (sans soulever de difficultés théoriques)

Vocabulaire (et notations) des variables aléatoires

Dans cette section, on se place dans un espace probabilisé $(\Omega \ ; \ \mathcal{A} \ ; \ \mathbb{P})$ non fini

☐ **Variable Aléatoire Réelle (VAR) :** Application $X : \Omega \longrightarrow \mathbb{R}$ vérifiant, pour tout intervalle I de $\mathbb{R}$: $X^{-1}(I) \in \mathcal{A}$.

☐ **VAR finie :** On dira que X est finie lorsque $X(\Omega)$ est de cardinal fini.

☐ **VAR discrète infinie :** On dira que X est discrète infinie lorsque $X(\Omega)$ est en bijection avec $\mathbb{N}$ (i.e. dénombrable).
Le cas particulier $X(\Omega) \subset \mathbb{N}$ est à retenir.

☐ Notations : Les événements associés aux manipulations de VAR restent définies par :
- Pour I, intervalle de $\mathbb{R}$, on préfère noter $[X \in I]$ l'événement $X^{-1}(I) = \{\omega \in \Omega \ ; \ X(\omega) \in I\}$
- On peut écrire $[X = a]$ au lieu de $[X \in \{a\}]$
- On peut écrire $[X \leq a]$ au lieu de $[X \in]-\infty \ ; \ a]]$
- On peut écrire $[X < a]$ au lieu de $[X \in]-\infty \ ; \ a[]$
- On peut écrire $[X \geq a]$ au lieu de $[X \in [a \ ; \ +\infty[]$
- On peut exploiter les notations $[a < X < b]$, $[a \leq X \leq b]$, $[a < X \leq b]$ ou encore $[a \leq X < b]$ de façon analogue.

☐ **Loi de VAR discrète infinie :** En écrivant $X(\Omega) = \{x_k \ ; \ k \in \mathbb{N}\}$, la loi de X est caractérisée par les valeurs $(\mathbb{P}[X = x_n])_{n \in \mathbb{N}}$

Indicateurs des VAR discrètes :

On se place dans un espace probabilisé $(\Omega \ ; \ \mathcal{A} \ ; \ \mathbb{P})$ non fini et on considère que X est une VAR discrète infinie définie sur cet espace.

☐ **Espérance :** Valeur définie par la formule : $\mathbb{E}[X] = \displaystyle\sum_{x \in X(\Omega)} x\mathbb{P}[X = x]$
Remarques : Sous couvert de convergence absolue de la série associée, existence assurée si X est finie.

☐ **Variance :** Valeur définie par la formule : $\mathbb{V}[X] = \mathbb{E}\left[(X - \mathbb{E}[X])^2\right]$
Remarques : Sous couvert de convergence absolue de la série associée, existence assurée si X est finie.

☐ **Ecart-type :** Sous-couvert d'existence de $\mathbb{V}[X]$, valeur $\sigma(X) = \sqrt{\mathbb{V}[X]}$.

☐ **Fonction de Répartition d'une VAR :** La fonction, notée F_X définie sur $\mathbb{R}$ par : $\forall t \in \mathbb{R} \quad F_X(t) = \mathbb{P}[X \leq t]$
Remarque : Existence assurée.

☐ **VAR centrée :** On dit de X qu'elle est centrée lorsque $\mathbb{E}[X] = 0$.

☐ **VAR réduite :** On dit de X qu'elle est réduite lorsque $\mathbb{V}[X] = 1$.

☐ **VAR centrée-réduite :** On dit de X qu'elle est centrée lorsque $\mathbb{E}[X] = 0$ et que $\mathbb{V}[X] = 1$.

☐ **VAR centrée-réduite associée à X :** On définit X^* associée à X où $\sigma(X) \neq 0$ comme : $X^* = \dfrac{1}{\sigma_X} \cdot (X - \mathbb{E}[X])$