.

Systèmes : écriture matricielle

Dans le présent contexte, on ne cherche qu'à réécrire un système sous sa forme matricielle

Systèmes sous forme matricielle

Donnons un système linéaire :

$$(S) : \left\{ \begin{array}{llllll} a_{11}x_1 & +\dots & +a_{1j}x_j & +\dots & +a_{1k}x_k & = b_1 \\ \vdots & & \vdots & & & \vdots \\ a_{i1}x_1 & +\dots & +a_{ij}x_j & +\dots & +a_{ik}x_k & = b_i \\ \vdots & & \vdots & & & \vdots \\ a_{n1}x_1 & +\dots & +a_{nj}x_j & +\dots & +a_{nk}x_k & = b_n \end{array} \right.$$

Relevons que :

- Les inconnues sont $x_1 \dots x_k$ au nombre de k
- Les *second membres* sont $b_1 \dots b_n$ au nombre de n
- Les valeurs s'écrivant a_{ij} sont des coefficients (en pratique, des constantes) et si on les énumérent en respectant l'écriture du système, on obtient :

$$(A) : \left\{ \begin{array}{ccccc} a_{11} & \dots & a_{1j} & \dots & a_{1k} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ a_{i1} & \dots & a_{ij} & \dots & a_{ik} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{nj} & \dots & a_{nk} \end{array} \right.$$

  Et on observe qu'ils forment un tableau de nombres à n lignes et k colonnes, il y a donc en particulier $n \times k = nk$ coefficients dans un tel système.

Définition : On appelle *matrice* des coefficients du système le tableau des valeurs (a_{ij}) où $1 \leq i \leq n$ et $1 \leq j \leq k$ que l'on pourra noter :

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1j} & \dots & a_{1k} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ a_{i1} & \dots & a_{ij} & \dots & a_{ik} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{nj} & \dots & a_{nk} \end{pmatrix}$$

on encore, en condensé, $A = (a_{ij})$.

Exemple : (à compléter ensemble)

.
Définitions : Un système de type (S) étant donné :

- On appelle *vecetursolonne* des inconnues du système le tableau à une colonne des inconnues (x_j) où $1 \leq j \leq k$ que l'on pourra noter :

$$X = \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_j \\ \vdots \\ x_k \end{pmatrix}$$

on encore, en condensé, $X = (x_j)$.

- On appelle *vecetursdes seconds membres* des inconnues du système le tableau à une colonne des inconnues (b_i) où $1 \leq i \leq n$ que l'on pourra noter :

$$B = \begin{pmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_i \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}$$

on encore, en condensé, $B = (b_j)$.

Réécriture totale

Ainsi, le système (S) pourra s'écrire matriciellement sous la forme :

$$AX = B$$

Les éléments A, X et B pourront être déclarés informatiquement en tant que tableaux, lignes, colonnes.
Exemple : (à compléter ensemble)