Interrogation $I_6(A)$

Exercice I : Cours [format Oral]

Les notions attendues sont Explicitement au programme officiel ECT-1 ou ECT-2 (et issues du BO)

1. Fonction exponentielle : dérivée, limites et propriétés algébriques.
2. Caractérisation des fonctions monotones par le signe de la dérivée (principe de Lagrange)

Exercice II : Une densité

On considère la fonction f définie par :

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{si} \quad x \in [-1;1] \\ \frac{1}{2x^2}\ln(|x|) & \text{sinon} \end{cases}$$

1. Vérifier que f est paire.
2. Pour $A > 1$, calculer $\displaystyle\int_1^A \frac{\ln x}{x^2}\,\mathrm{d}x$ à l'aide d'une Intégration Par Parties.
3. Etablir que f est une densité de probabilités.

BONUS Décrire la fonction de répartition F associée à une VAR de densité f.

Interrogation $I_6(B)$

Exercice I : Cours [format Oral]

Les notions attendues sont Explicitement au programme officiel ECT-1 ou ECT-2 (et issues du BO)

1. Opérations sur les matrices carrées : multiplication par un scalaire, addition et multiplication.
2. Intégrales à deux bornes infinies : définition, convergence.

Exercice II : Une fonction de répartition

On considère la fonction H définie par :

$$H(x) = \begin{cases} 0 & \text{si} \quad x \leq 0 \\ x - x\ln x & \text{si} \quad x \in]0;1] \\ 1 & \text{si} \quad x > 1 \end{cases}$$

1. Vérifier que H est continue en $x = 0$.
2. Justifier que H est dérivable sur $]0;1[$ et en calculer la dérivée $H'(x)$.
3. Dresser le tableau des variations de H sur $[0;1]$.
4. Etablir que H est la fonction de répartition d'une variable aléatoire réelle à densité.

BONUS Pour X une variable aléatoire admettant H comme fonction de répartition, établir que X admet une espérance (et si vous y arrivez, déterminez cette espérance)