

Calculs numérique et algébrique

Avant-propos : Ces exercices forment une synthèse de compétences et savoirs acquis durant le secondaire. Il est donc important de s'assurer rapidement de savoir les faire convenablement.

A noter : Durant toute l'année, les compétences relatives à ces exercices pourront faire l'objet de questions d'interrogations.

Exercices Numériques

Exercice 1 fractions

Simplifier les fractions suivantes jusqu'à les rendre irréductibles :

$$F_1 = \frac{35}{42} \quad ; \quad F_2 = \frac{144}{360} \quad ; \quad F_3 = \frac{196}{252} \quad ; \quad G_1 = \frac{21}{30} \quad ; \quad G_2 = \frac{216}{999} \quad ; \quad G_3 = \frac{945}{1500}$$

Exercice 2 Puissances de 10

Ecrire sous forme scientifique les nombres suivants :

$$1. \quad A = 5783 \quad ; \quad B = 10769,3809 \quad ; \quad C = 0,0081423 \quad D = 0,00028 \times 2400 \quad ; \quad E = 60300 \div 0,0027$$

$$2. \quad A = 902 \quad ; \quad B = 0,000987 \quad ; \quad C = 89,863 \quad D = \frac{0,000512709}{0,0003} \quad ; \quad E = 12000 \times 0,00035$$

Exercice 3 Puissances de 10 - en contexte

Pour chacune des situations qui suivent, déterminer un ordre de grandeur en vous basant sur vos connaissances générales.

1. Quelle distance couvrirait une chaîne humaine formée avec tous les humains de la Terre en écartant les bras ?
2. Quelle est l'espérance de vie d'un humain exprimée en secondes ?
3. Exprimer une année-lumière en kilomètres (on rappelle que $c = 299792458 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ est la vitesse de la lumière)
4. Que représente le coût de recharge annuelle de tous les smartphones de France en euros ?
5. Quelle devrait être la surface d'un appartement ayant 2m50 de hauteur de plafond pour stocker toute la nourriture et toute l'eau qu'un humain va consommer dans sa vie entière ?
6. Combien de bombonnes devrait-on utiliser pour conserver l'oxygène consommée par l'humanité en un mois ? (la pression dans une telle bouteille est de 200 bars)

d'après examen MMQ - sciences po

Exercice 4 puissances entières (numériques)

Simplifier les expressions suivantes au maximum en donnant le résultat sous forme de fraction :

$$A = \frac{36^{45} \times 50^2}{72^{36} \times 2^{25}} \quad ; \quad B = \frac{6^6}{243 \times 8192} \quad ; \quad C = \frac{6^{11} \times 81}{999 \times 360} \quad ; \quad D = \frac{8^5 - 2^{10}}{512 \times (3^4 + 9^2)}$$

Exercice 5 Racines carrées

Simplifiez au mieux les expressions suivantes :

$$1. \quad A = \sqrt{(2 - \sqrt{2})^2} \quad ; \quad B = \sqrt{1536} \quad ; \quad C = 3\sqrt{2} + 4\sqrt{50} - \sqrt{162}$$

$$2. \quad A = \sqrt{\frac{147}{8}} \times \sqrt{416} \quad ; \quad B = \sqrt{\frac{6}{35}} \times \frac{\sqrt{125}}{\sqrt{63}} \quad ; \quad C = 4\sqrt{12} + 7\sqrt{20} - 3\sqrt{45} + 5\sqrt{27}$$

Exercices Littéraires

Exercice 6 Développements

Développer puis réduire les expressions algébriques suivantes :

$$\begin{aligned} A(x) &= (2x - 6)(5x - 3) + 7(5 - 2x) & C(x) &= (3 - 2x)(3 + 2x) & E(y) &= (3y - 5)(6 + y) - 5(y - 2)(2 + y) \\ B(x) &= (x \times 7)(3x - 1) - x(x - 1) & D(x) &= (4 - 2x)^2 & F(z) &= 4(2z + 1) + 3z(4 - 7z) \end{aligned}$$

Exercice 7 factorisations Factoriser les expressions algébriques suivantes :

$$\begin{aligned} A(x) &= (x - 7)(5x + 3) - (x - 7)(x - 8) & C(x) &= x^2 - 100 & E(a) &= (3a - 5)(6 + a) + 36 - a^2 \\ B(x) &= (-5x + 8)(1 + x) - (8x + 5)(1 + x) & D(x) &= 9x^2 + 6x + 1 & F(p) &= 4(2p + 1) + 4p^2 - 1 \end{aligned}$$

Exercice 8 Calculs : expressions littérales - avec des quotients

1. Simplifiez les expressions suivantes (on donnera le résultat sous forme de quotient unique) :

$$\begin{aligned} 1. \quad A &= \frac{1-x}{x+1} + \frac{2}{x+2} & ; \quad B &= \frac{2+x}{x+1} + \frac{3x+2}{x-1} & ; \quad C &= \frac{7}{2x+1} + \frac{2x-3}{x+2} \\ 2. \quad A &= \frac{1}{x-2} + \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x} & ; \quad B &= \frac{2+x}{x-1} + \frac{4}{x+3} + \frac{1-x}{x+4} & ; \quad C &= \frac{1}{2x-1} + \frac{x}{x+1} - \frac{x+1}{x-\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

2. Indiquez, pour chaque expression traitée, l'ensemble des valeurs réelles possibles pour la variable x .

Exercice 9 • \ominus ^{C#} **puissances entières (littérales)** Simplifier au mieux les expressions suivantes, la lettre n désignant un entier relatif :

$$A = \frac{6^{2n+5} \times 125}{50 \times 36^n \times 3^5} \quad ; \quad B = \frac{21^{3n+7}}{6^{2n+3} \times 7^{n+5}} \times 4^n \quad ; \quad C = \frac{3^{-n+3} \times 4^{n-5}}{9^4 \times 5^{2-n}} \times \frac{25^{n+1} \times 6^{4n}}{60^n}$$

Exercice 10 Premier degré

1. Résoudre les équations suivantes :

$$\begin{aligned} 1. \quad (E_1) : 2x + 1 = 0 & \quad ; \quad (E_2) : 2x - 7 = 3x + 4 & \quad ; \quad (E_3) : 5x + 7 = 6 - 3x & \quad ; \quad (E_4) : \frac{7}{3}x + \frac{11}{6} = \frac{x}{12} - 1 \\ 2. \quad (E_1) : 5x - 3 = 0 & \quad ; \quad (E_2) : 3x + 4 = 5 - 4x & \quad ; \quad (E_3) : 6x + 9 = x - 7 & \quad ; \quad (E_4) : \frac{5}{4}x - \frac{7}{5} = \frac{x}{20} + 2 \end{aligned}$$

2. Résoudre les inéquations suivantes :

$$\begin{aligned} 1. \quad (I_1) : 2x + 1 \geq 0 & \quad ; \quad (I_2) : 2x - 7 \leq 3x + 4 & \quad ; \quad (I_3) : 5x + 7 > 6 - 3x & \quad ; \quad (I_4) : \frac{7}{3}x + \frac{11}{6} < \frac{x}{12} - 1 \\ 2. \quad (I_1) : 5x - 3 \leq 0 & \quad ; \quad (I_2) : 3x + 4 \geq 5 - 4x & \quad ; \quad (I_3) : 6x + 9 < x - 7 & \quad ; \quad (I_4) : \frac{5}{4}x - \frac{7}{5} > \frac{x}{20} + 2 \end{aligned}$$

Exercice 11 expression rationnelle avec substitution

Pour x de type réel, chaque fois que possible, on définit l'expression $f(x) = \frac{x - \frac{1}{x}}{2x + \frac{1}{x}}$

- Déterminer l'ensemble des réels pour lesquels $f(x)$ est bien défini.
- Simplifier l'expression $f(x)$

3. Evaluer les valeurs de $f(1)$, $f\left(\frac{1}{2}\right)$ et $f(\sqrt{2})$.
4. Déterminer les valeurs de $f(-1)$, $f\left(-\frac{1}{2}\right)$ et $f(-\sqrt{2})$.
5. Simplifier l'expression de $f(\sqrt{x})$ pour $x \in \mathbb{R}_+^*$.

Exercice 12 expression rationnelle avec substitution

Pour x de type réel, chaque fois que possible, on définit l'expression $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$

1. Justifier que $f(x)$ est bien défini pour tout $x \in \mathbb{R}$.
2. Simplifier l'expression de $f(-x)$ pour $x \in \mathbb{R}$.
3. Evaluer les valeurs de $f(1)$, $f\left(\frac{1}{2}\right)$ et $f(\sqrt{2})$.
4. Simplifier l'expression de $f\left(\frac{1}{x}\right)$ pour $x \in \mathbb{R}^*$.
5. En déduire les valeurs de $f\left(-\frac{1}{2}\right)$ et $f\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$.
6. Ecrire une relation générale entre $f(x)$ et $f\left(-\frac{1}{x}\right)$ pour $x \in \mathbb{R}^*$.

Exercice 13 Résolution d'équations du second degré

Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes (l'inconnue est implicite) :

1. $(E_1) : x^2 - 3x + 2 = 0$; $(E_2) : y^2 + 5 - 3y = 0$; $(E_3) : x^2 - 5x = 5x + 1$
2. $(E_1) : x^2 - 5x + 6 = 0$; $(E_2) : 2z^2 - 5z + 13 = 1$; $(E_3) : 4x^2 + 4x + 4 = 12x - 8$

Exercice 14 $\Theta^{C\#}$ - Résolution d'équations en vrac

1. $(E_1) : \frac{4}{y+1} = \frac{5}{2y+4}$; $(E_2) : 3x^2 - 5x + 8 = 2 - x + x^2$; $(E_3) : (x^2 + x + 1)^2 = (x^2 - 4x + 1)^2$
2. $(E_1) : \frac{4}{y^2 - y + 1} = \frac{5}{y+3}$; $(E_2) : \frac{3x^2 - 5x + 8}{2 - x + x^2} = 5$; $(E_3) : x - \sqrt{x} + 1 = 2x + \sqrt{x} - 5$

Exercice 15 Résolution d'équations - en contexte

1. Une perche mesure 1,80 m auxquels s'ajoute la moitié de sa propre longueur. Quelle est la longueur de cette perche ?
2. Une bouteille contient un liquide chimique qui, seul, coûte 3€ de plus que le double du prix de la bouteille vide. Ce produit est vendu dans son contenant au prix de 33€. Quel est le prix de la bouteille seule ?
3. Un pièce rectangulaire d'un appartement a une surface de $35m^2$ et sa hauteur de plafond est de $2m50$. Encadrée par 4 murs dont un avec porte, il a fallu peindre $58,75m^2$ de surface pour recouvrir tous les murs, porte comprise. Quelles sont les dimensions de la-dite pièce ?
4. Un forfait A facture 5 euros par mois pour 200Mo de données puis 5 centimes par Mo supplémentaire. Le même opérateur propose d'adhérer à un forfait B de 2Go de données pour 20 euros par mois. Combien de données doit-on consommer au maximum avec le forfait A avant que la facture ne dépasse celle du forfait B ?
5. Deux algorithmes proposés par des informaticiens traitent un même série de dossiers pour un tâche donnée : la premier traite chaque dossier en 2 ms (milliseconde) et le seconde commence par un temps de préparation de 3s puis traite chaque dossier en 1.2 ms. A partir de combien de dossiers le second algorithme devient-il le plus rentable ?
6. Un premier matin, la boulangerie facture 7 pains au chocolat et 12 croissants. En donnant un billet de 20 euros, la boulangère précise qu'il manque 15 centimes ... Un autre matin, on commande 9 croissants et treize pains au chocolat dans la même boulangerie. Avec un billet de 20 et un billet de 5, on récupère cette fois-ci 20 centimes de monnaie. Quels sont les prix pratiqués par cette boulangerie pour les pains au chocolat et les croissants respectivement ?