

Interrogation de cours numéro 1. Sujet 1

Considérons la matrice $M = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$

1. Calculer M^2 puis $M^2 - 11M + 24I_2$ où I_2 est la matrice identité de taille 2.

2. Calculer $M \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ et $M \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$:

3. Considérons les matrices $P = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ et $Q = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

Calculer QMP .

Interrogation de cours numéro 1. Sujet 2

Considérons la matrice $\begin{pmatrix} 7 & 2 \\ 3 & 8 \end{pmatrix}$.

1. Calculer M^2 puis $M^2 - 15M + 50I_2$ où I_2 est la matrice identité de taille 2.

2. Calculer $M \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ et $M \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$:

3. Considérons les matrices $P = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ et $Q = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.
Calculer QMP .

Corrigé de l'interrogation de cours numéro 1

1. Nous avons :

$$M^2 = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 25+6 & 10+12 \\ 15+18 & 6+36 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 31 & 22 \\ 33 & 42 \end{pmatrix}$$

Et

$$M^2 - 11M + 24I_2 = \begin{pmatrix} 31 & 22 \\ 33 & 42 \end{pmatrix} - 11 \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 6 \end{pmatrix} + 24 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 31-55+24 & 22-22 \\ 33-33 & 42-66+24 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

2. Nous avons

$$M \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5-2 \\ 3-6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \end{pmatrix} = 3 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

De même,

$$M \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10+6 \\ 6+18 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16 \\ 24 \end{pmatrix} = 8 \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

3. Nous avons :

$$QM = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 6 \end{pmatrix} = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 15-6 & 6-12 \\ 5+3 & 2+6 \end{pmatrix} = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 9 & -6 \\ 8 & 8 \end{pmatrix}$$

Puis

$$QMP = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 9 & -6 \\ 8 & 8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 9+6 & 18-18 \\ 8-8 & 16+24 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 8 \end{pmatrix}$$

Corrigé de l'interrogation de cours numéro 2

1. Nous avons :

$$M^2 = \begin{pmatrix} 7 & 2 \\ 3 & 8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 & 2 \\ 3 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 49+6 & 14+16 \\ 21+24 & 6+64 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 55 & 30 \\ 45 & 70 \end{pmatrix}$$

Et

$$M^2 - 15M + 50I_2 = \begin{pmatrix} 55 & 30 \\ 45 & 22 \end{pmatrix} - 15 \begin{pmatrix} 7 & 2 \\ 3 & 8 \end{pmatrix} + 50 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 55-105+50 & 30-30 \\ 45-45 & 70-120+50 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

2. Nous avons

$$M \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 2 \\ 3 & 8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7-2 \\ 3-8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -5 \end{pmatrix} = 5 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

De même,

$$M \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 2 \\ 3 & 8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14+6 \\ 6+24 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 20 \\ 30 \end{pmatrix} = 10 \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

3. Nous avons :

$$QM = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 & 2 \\ 3 & 8 \end{pmatrix} = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 21-6 & 6-16 \\ 7+3 & 2+8 \end{pmatrix} = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 15 & -10 \\ 10 & 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Puis

$$QMP = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 3+2 & 6-6 \\ 2-2 & 4+6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 10 \end{pmatrix}$$