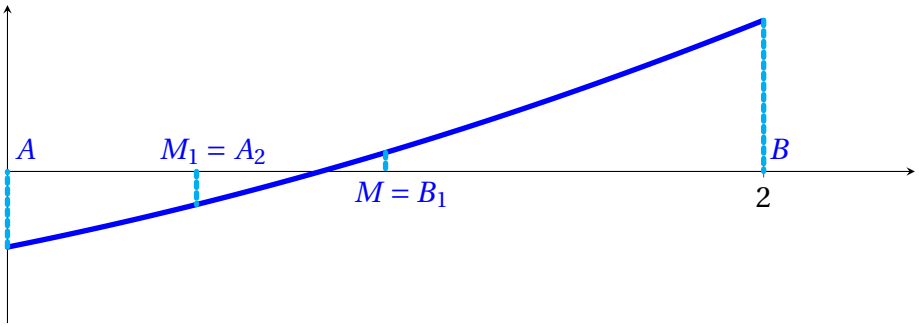
Dichotomie

1 Présentation de la méthode

Soit deux valeurs a et b et soit une fonction f continue sur l'intervalle $[a,b]$, telle que $f(a)$ et $f(b)$ soient de signes contraires pour garantir l'existence d'au moins une solution à l'équation $f(x)=0$.
Pour trouver la solution,

- Nous divisons l'intervalle en deux parties égales avec comme milieu $m=\dfrac{a+b}{2}$.
- Si $f(a)\times f(m)$ sont de même signe, la solution se trouve alors dans l'encadrement $[m,b]$ sinon elle se trouve dans l'encadrement $[a,m]$.
- Nous réitérons alors la recherche dans le nouveau l'encadrement jusqu'à ce que $a-b$ soit inférieur à la précision ε voulue.



Maintenant complétons puis recopions sur la console Python cet algorithme.

```
def dichotomie(f, a, b, epsilon):
    if f(a)*f(b) > 0:  # On vérifie l'encadrement de la fonction
        print("Mauvais_choix_de_a_ou_b.")
    else:
        m = (a+b)/2
        while abs(a - b) > epsilon:
            if f(m) == 0.:
                return m
            elif f(a)*f(m) > 0:
                a =m
            else:
                b = m
            m = (a+b)/2
        return a,b
```

2 Exemple

Cherchons à résoudre $f(x) = 0$ avec :

$$f(x) = 5x^3 + 2x - 2$$

Définissons la fonction $f(x)$ dans python :

```
def f(x):
    return 5*x**3+2*x-2
```

En utilisant le programme précédent déterminer une solution approchée de $f(x) = 0$ à 10^{-3} près sur l'intervalle $[0,1]$.
Nous trouvons :(0.5595703125, 0.560546875)
Nous pouvons représenter la fonction en Python avec les instructions suivantes :

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

x = np.linspace(-4, 4, 100)

plt.plot(x, f(x))
plt.axhline(y=0, color="black")
plt.axvline(x=0, color="black")
plt.grid(True)
plt.xlabel("x")
plt.ylabel("f(x)")
plt.title("Tracé de f(x)")
plt.show()
```

Justifier mathématiquement que $f(x) = 0$ admette une solution réelle
La fonction f est dérivable et $f'(x) = 15x^2 + 2 > 0$. Donc f est croissante

- f est continue et monotone.
- $f(0) = -2 < 0$ et $f(1) = 5 > 0$
- $0 \in [-2;5]$
- Par le théorème de bijection monotone, il existe une unique solution à l'équation $f(x) = 0$.