Interrogation de cours du 10 novembre. Sujet 1
Sans calculatrice évidemment !

Soit X une variable aléatoire à valeurs dans $\mathbb{N}^*$ telle que :

$$\forall k \in \mathbb{N}^*,\ P(X=k) = a5^{-k}.$$

1. Justifier que la série $\sum_{k\geqslant 1} a5^{-k}$ converge et donner sa limite.

   .....

   .....

2. Déterminer a pour qu'on définisse bien une loi de probabilité.

   .....

   .....

   .....

3. X a-t-elle plus de chance de prendre des valeurs paires ou impaires ?

   .....

   .....

   .....

4. Quelle est la loi discrète connue suivie par X ? .....

   .....

5. Donner $E(X)$ (formule et calcul)

   .....

6. Donner $V(X)$ (formule et calcul)

   .....

Interrogation de cours du 10 novembre. Sujet 2
Sans calculatrice évidemment !

Soit X une variable aléatoire à valeurs dans $\mathbb{N}^*$ telle que :

$$\forall k \in \mathbb{N}^*,\ P(X=k) = a10^{-k}.$$

1. Justifier que la série $\sum_{k\geqslant 1} a10^{-k}$ converge et donner sa limite.

   .....

   .....

2. Déterminer a pour qu'on définisse bien une loi de probabilité.

   .....

   .....

   .....

3. X a-t-elle plus de chance de prendre des valeurs paires ou impaires ?

   .....

   .....

   .....

4. Quelle est la loi discrète connue suivie par X ? .....

   .....

5. Donner $E(X)$ (formule et calcul)

   .....

6. Donner $V(X)$ (formule et calcul)

   .....

Corrigé de l'interrogation du 10/11. Sujet 1

1. La série $\sum_{k\geqslant 1} a5^{-k}$ converge car c'est une série géométrique de raison $-1 < 5^{-1} < 1$. Sa limite est :

$$\text{Premier terme} \times \frac{1}{1-q} = 5^{-1}a \times \frac{1}{1-5^{-1}} = 5^{-1}a \times \frac{5}{4} = \frac{a}{4}$$

Nous avons $\boxed{\sum_{k=1}^{+\infty} a5^{-k} = \frac{a}{4}}$.

2. Nous définissons une probabilité si la limite précédente vaut 1 soit $\boxed{a = 4}$.
3. Déterminons la probabilité que X prennent des valeurs paires soit : $\sum_{k\geqslant 1} 4 \times 5^{-2k}$. Or cette série converge et sa limite vaut :

$$\text{Premier terme} \times \frac{1}{1-q} = 5^{-2} \times 4 \times \frac{1}{1-5^{-2}} = 5^{-2} \times 4 \times \frac{25}{24} = \frac{4}{24} = \frac{1}{6} < 0,5$$

Donc X a plus de chance de prendre des valeurs impaires que paires.

4. X suit une loi géométrique de paramètre $\boxed{\frac{4}{5}}$
5. $\boxed{E(X) = \frac{1}{p} = \frac{5}{4}}$.
6. $\boxed{V(X) = \frac{1-p}{p^2} = \frac{\frac{1}{5}}{\frac{16}{25}} = \frac{5}{16}}$.

Corrigé de l'interrogation du 10/11. Sujet 2

1. La série $\sum_{k\geqslant 1} a10^{-k}$ converge car c'est une série géométrique de raison $-1 < 10^{-1} < 1$. Sa limite est :

$$\text{Premier terme} \times \frac{1}{1-q} = 10^{-1}a \times \frac{1}{1-10^{-1}} = 10^{-1}a \times \frac{10}{9} = \frac{a}{9}$$

Nous avons $\boxed{\sum_{k=1}^{+\infty} a10^{-k} = \frac{a}{9}}$.

2. Nous définissons une probabilité si la limite précédente vaut 1 soit $\boxed{a = 9}$.
3. Déterminons la probabilité que X prennent des valeurs paires soit : $\sum_{k\geqslant 1} 4 \times 10^{-2k}$. Or cette série converge et sa limite vaut :

$$\text{Premier terme} \times \frac{1}{1-q} = 10^{-2} \times 9 \times \frac{1}{1-10^{-2}} = 10^{-2} \times 9 \times \frac{100}{99} = \frac{9}{99} = \frac{1}{11} < 0,5$$

Donc X a plus de chance de prendre des valeurs impaires que paires.

4. X suit une loi géométrique de paramètre $\boxed{\frac{9}{10}}$
5. $\boxed{E(X) = \frac{1}{p} = \frac{10}{9}}$.
6. $\boxed{V(X) = \frac{1-p}{p^2} = \frac{\frac{1}{10}}{\frac{81}{100}} = \frac{81}{10}}$.