



Classes préparatoires aux grandes écoles

Filière économique

Voie technologique ECT

Annexe 1

Programmes de mathématiques - informatique

1^{ère} et 2^{nde} années



Classes préparatoires aux grandes écoles

Filière économique

Voie technologique ECT

Programmes de mathématiques - informatique

1^{ère} année

Table des matières

INTRODUCTION	3
1 Objectifs généraux de la formation	3
2 Compétences développées	3
3 Architecture des programmes	3
 ENSEIGNEMENT DE MATHÉMATIQUES DU PREMIER SEMESTRE	 6
I - Outils mathématiques	6
1 - Raisonnement	6
2 - Ensembles, applications	6
a) Ensembles, parties d'un ensemble	7
b) Applications	7
3 - Calculs numériques et algébriques	7
4 - Polynômes à coefficients réels	8
5 - Fonction valeur absolue	8
 II - Suites réelles	 8
 III - Fonctions réelles d'une variable réelle	 8
1 - Généralités	9
2 - Limites	9
3 - Continuité	9
4 - Dérivabilité	9
5 - Convexité	10
 IV - Probabilités sur un univers fini	 11
1 - Espaces probabilisés finis	11
a) Observation d'une expérience aléatoire - Événements	11
b) Probabilité	11
c) Probabilité conditionnelle	11
d) Indépendance en probabilité	11
2 - Variables aléatoires réelles	12

ENSEIGNEMENT DE MATHÉMATIQUES DU SECOND SEMESTRE	13
I - Systèmes linéaires et introduction au calcul matriciel	13
1 - Systèmes linéaires	13
2 - Calcul matriciel	13
II - Compléments d'analyse	13
1 - Suites réelles	13
2 - Continuité sur un intervalle	14
3 - Fonctions logarithme et exponentielle	14
III - Probabilités sur un univers fini	15
1 - Coefficients binomiaux	15
2 - Lois usuelles finies	15
IV - Intégration sur un segment	15
1 - Définition	16
2 - Premières propriétés de l'intégrale	16
3 - Application	16
ENSEIGNEMENT ANNUEL D'INFORMATIQUE ET D'ALGORITHMIQUE	17
I - Éléments d'informatique et d'algorithmique	17
1 - Langage Python	17
a) Types de base	17
b) Structures de contrôle	18
c) Utilisation de bibliothèques	18
2 - Liste de savoir-faire exigibles en première année	19
II - Liste de thèmes	19
1 - Suites	19
2 - Statistiques descriptives univariées	19
3 - Bases de données	20
a) Commandes exigibles	21
b) Commandes non exigibles	21
4 - Probabilités	21

INTRODUCTION

1 Objectifs généraux de la formation

Les mathématiques jouent un rôle important en sciences économiques et en gestion, notamment dans les domaines de la finance ou de la gestion d'entreprise, de la finance de marché, des sciences sociales. Les probabilités et la statistique interviennent dans tous les secteurs de l'économie et dans une grande variété de contextes (actuariat, biologie, épidémiologie, finance quantitative, prévision économique, ...) où la modélisation de phénomènes aléatoires à partir de bases de données est indispensable.

Les programmes définissent les objectifs de l'enseignement des classes préparatoires économiques et commerciales et décrivent les connaissances et les capacités exigibles des étudiants. Ils précisent aussi certains points de terminologie et certaines notations.

Les limites du programme sont clairement précisées. Elles doivent être respectées aussi bien dans le cadre de l'enseignement en classe que dans l'évaluation.

L'objectif n'est pas de former des professionnels des mathématiques, mais des personnes capables d'utiliser des outils mathématiques ou d'en comprendre l'usage dans diverses situations de leur parcours académique et professionnel.

Une fonction fondamentale de l'enseignement des mathématiques dans ces classes est de structurer la pensée des étudiants et de les former à la rigueur et à la logique en insistant sur les divers types de raisonnement (par équivalence, implication, l'absurde, analyse-synthèse...).

2 Compétences développées

L'enseignement de mathématiques en classes préparatoires économiques et commerciales vise à développer en particulier chez les étudiants les compétences suivantes :

- **Rechercher et mettre en œuvre des stratégies adéquates** : savoir analyser un problème, émettre des conjectures notamment à partir d'exemples, choisir des concepts et des outils mathématiques pertinents.
- **Modéliser** : savoir conceptualiser des situations concrètes (phénomènes aléatoires ou déterministes) et les traduire en langage mathématique, élaborer des algorithmes.
- **Interpréter** : être en mesure d'interpréter des résultats mathématiques dans des situations concrètes, avoir un regard critique sur ces résultats.
- **Raisonner et argumenter** : savoir conduire une démonstration, confirmer ou infirmer des conjectures.
- **Maîtriser les concepts et les techniques mathématiques** : savoir employer les symboles mathématiques à bon escient, être capable de mener des calculs de manière pertinente et efficace. Utiliser avec discernement l'outil informatique.
- **Communiquer par écrit et oralement** : comprendre les énoncés mathématiques, savoir rédiger une solution rigoureuse, présenter une production mathématique.

3 Architecture des programmes

Le niveau de référence à l'entrée de la filière EC voie technologique est celui de l'enseignement obligatoire de la classe de terminale sciences et technologies du management et de la gestion. Le programme

se situe dans le prolongement de ceux des classes de première et terminale de la filière STMG.

Il est indispensable que chaque enseignant ait une bonne connaissance des programmes du lycée, afin que ses approches pédagogiques ne soient pas en rupture avec l'enseignement qu'auront reçu les étudiants en classes de première et de terminale.

Le programme s'organise autour de quatre points qui trouveront leur prolongement dans les études futures des étudiants :

- Une approche de l'algèbre linéaire est présentée en première année par le biais des systèmes d'équations linéaires et l'introduction du calcul matriciel, qui sera poursuivi en seconde année.
- L'analyse en 1^{ère} année, vise à mettre en place l'ensemble des outils usuels autour des suites et des fonctions. L'aspect opératoire et l'interprétation graphique sont privilégiés. Aucune difficulté théorique n'est soulevée.
- Les probabilités et les statistiques s'inscrivent dans la continuité de la formation initiée dès la classe de troisième et poursuivie jusqu'en classe de terminale. Le cadre principal est celui des univers finis pour lesquels le langage abstrait des probabilités est mis en place.
- L'analyse de données sous forme descriptive ou l'utilisation d'une base de données relationnelles permettent d'aborder différents aspects de la manipulation de données volumineuses.
- L'utilisation d'un langage de programmation et de certaines de ses fonctionnalités est enseignée tout au long de l'année au service du programme de mathématiques. Cette pratique régulière permettra aux étudiants de construire ou de reconnaître des algorithmes relevant par exemple de la simulation de lois de probabilité.

Il est important de mettre en valeur l'interaction entre les différentes parties du programme. Les probabilités, par exemple, permettent d'utiliser certains résultats d'analyse (suites, séries, intégrales...) et justifient l'introduction du vocabulaire ensembliste.

Le programme de mathématiques est organisé en deux semestres de volume sensiblement équivalent. Ce découpage en deux semestres d'enseignement doit être respecté ; en revanche, au sein de chaque semestre, aucun ordre particulier n'est imposé et chaque professeur y conduit en toute liberté l'organisation de son enseignement, bien que la présentation par blocs soit fortement déconseillée.

Dans le contenu du premier semestre, figurent les notions nécessaires et les objets de base qui serviront d'appui à la suite du cours. Ces éléments sont accessibles à tous les étudiants quelles que soient les pratiques antérieures et potentiellement variables de leurs lycées d'origine. Ces contenus vont, d'une part, permettre une approche plus approfondie et rigoureuse de concepts déjà présents mais peu explicités en classe de terminale, et d'autre part, mettre en place certaines notions et techniques de calcul et de raisonnement fondamentales pour la suite du cursus.

Le programme se présente de la manière suivante : dans la colonne de gauche figurent les contenus exigibles des étudiants ; la colonne de droite comporte des précisions sur ces contenus, des applications ou des exemples d'activités.

Les développements formels ou trop théoriques doivent être évités, ils ne correspondent pas au cœur de formation de ces classes préparatoires.

Les résultats mentionnés dans le programme seront admis ou démontrés selon les choix didactiques faits par le professeur ; pour certains résultats, marqués comme « admis », la présentation d'une démonstration en classe est déconseillée. Les démonstrations ne sont pas exigibles.

La pratique des automatismes installée au lycée dans l'objectif d'acquérir des connaissances, des mé-

thodes et des stratégies immédiatement mobilisables peut être poursuivie sous différentes formes, en accord avec le contenu du cours.

Les travaux dirigés sont le moment privilégié de la mise en œuvre, et de la prise en main par les étudiants des techniques usuelles et bien délimitées inscrites dans le corps du programme. Cette maîtrise s’acquiert notamment par l’étude de problèmes que les étudiants doivent *in fine* être capables de résoudre par eux-mêmes.

Le symbole  indique les parties du programme pouvant être traitées en liaison avec l’informatique. Le langage de programmation de référence choisi pour ce programme est Python.

Le langage Python comporte de nombreuses fonctionnalités permettant d’illustrer simplement certaines notions mathématiques. Ainsi, on utilisera dès que possible l’outil informatique en cours de mathématiques pour visualiser et illustrer les notions étudiées. Dans certaines situations, en continuité avec les programmes de lycée, l’utilisation d’un tableur peut s’avérer adaptée.

Les étudiants ont déjà une pratique algorithmique acquise au lycée. Dans leurs études futures, ils seront amenés à utiliser différents logiciels conçus pour la résolution de problématiques liées à certains contextes. Une pratique régulière d’outils informatiques les prépare utilement en ce sens. Par ailleurs, l’utilisation d’un outil informatique (programme informatique ou tableur) permet l’observation de résultats mathématiques en situation, l’exploration et la modélisation de situations non triviales plus réalistes et offre la possibilité d’expérimenter et de conjecturer.

ENSEIGNEMENT DE MATHÉMATIQUES DU PREMIER SEMESTRE

Le premier semestre doit permettre la consolidation des notions étudiées jusqu'en terminale tout en les approfondissant.

I - Outils mathématiques

Ce chapitre présente quelques points de vocabulaire, quelques notations, ainsi que des modes de raisonnements indispensables pour avoir la capacité d'argumenter rigoureusement sur un plan mathématique. Ces outils ne doivent pas faire l'objet d'un exposé théorique, les notions seront introduites progressivement au cours du semestre en utilisant celles déjà acquises au lycée et à l'aide d'exemples nombreux et variés issus des différents chapitres étudiés, et pourront être renforcées au delà, en fonction de leur utilité.

1 - Raisonnement

On confrontera les étudiants à divers modes de raisonnements (démontrer une implication, une équivalence, raisonnement par l'absurde, raisonnement par récurrence) à l'aide d'exemples variés issus des différents chapitres étudiés.

Les étudiants doivent savoir :

- utiliser correctement les connecteurs logiques « et », « ou » ;
- utiliser à bon escient les quantificateurs universel, existentiel et repérer les quantifications implicites dans certaines propositions et, particulièrement, dans les propositions conditionnelles ;
- distinguer, dans le cas d'une proposition conditionnelle, la proposition directe, sa réciproque, sa contraposée et sa négation ;
- utiliser à bon escient les expressions « condition nécessaire », « condition suffisante » ;
- formuler la négation d'une proposition ;
- utiliser un contre-exemple pour infirmer une proposition universelle ;
- reconnaître et utiliser des types de raisonnement spécifiques : raisonnement par disjonction des cas, recours à la contraposée, raisonnement par l'absurde ;
- raisonnement par récurrence (récurrence simple).

Notations : $\exists$, $\forall$.

Les étudiants doivent savoir employer les quantificateurs pour formuler de façon précise certains énoncés et leur négation. En revanche, l'emploi des quantificateurs en guise d'abréviations est exclu.

On commence par le mettre en œuvre sur des exemples élémentaires. Tout exposé théorique sur le raisonnement par récurrence est exclu.

2 - Ensembles, applications

L'objectif est d'acquérir le vocabulaire élémentaire sur les ensembles et les applications. On s'appuiera sur des représentations graphiques.

a) Ensembles, parties d'un ensemble

Ensemble, élément, appartenance.
Sous-ensemble (ou partie), inclusion. Ensemble vide. Réunion. Intersection. Ensembles disjoints. Complémentaire. Complémentaire d'une union et d'une intersection.
Ensemble $\mathcal{P}(E)$ des parties de E .
Lois de Morgan.
Produit cartésien.

On fera le lien entre les opérations ensemblistes et les connecteurs logiques usuels (« et », « ou »).
Le complémentaire d'une partie A de E est noté $\bar{A}$.

On introduira les notations $\mathbf{R}^2$ et $\mathbf{R}^n$.

Cardinal d'un ensemble fini.
Si A et B sont disjoints :
 $\text{Card}(A \cup B) = \text{Card}(A) + \text{Card}(B)$.
Formule de Poincaré pour deux ensembles.
 $\text{Card}(A \times B) = \text{Card}(A) \times \text{Card}(B)$.

La notion de cardinal est introduite pour son application au calcul des probabilités (uniquement dans le cas de l'équiprobabilité). Tout exercice de dénombrement pur est exclu.

b) Applications

Définition.
Image, antécédent.
Composition.
Bijection, application réciproque.

Ces notions seront introduites sur des exemples simples.

La notion d'image réciproque d'une partie de l'ensemble d'arrivée n'est pas un attendu du programme.

3 - Calculs numériques et algébriques

Il s'agit de rappeler les notations $\mathbf{N}$, $\mathbf{Z}$, $\mathbf{Q}$ et $\mathbf{R}$, les propriétés des opérations arithmétiques, les règles de calcul, le traitement des égalités et des inégalités.

Puissances entières de 10.
Puissances entières d'un réel.
Développement, factorisation d'expressions algébriques.
Racine carrée d'un réel positif. Propriétés.
Identités remarquables.

On attend en particulier la maîtrise des formules
 $(xy)^n = x^n y^n$, $x^{n+m} = x^n x^m \dots$

On manipulera également des quotients.

Les attendus se limitent aux formules suivantes :
 $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$;
 $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$.

Manipulation des inégalités.
Notion d'intervalle.
Intervalle ouvert, fermé, semi-ouvert.
Résolution d'équations et d'inéquations simples.
Résolution de systèmes linéaires de deux équations à deux inconnues.

Il s'agit d'une reprise des types d'équations et d'inéquations abordées dans les classes antérieures et pratiquées en gestion.

4 - Polynômes à coefficients réels

Toute étude théorique sur les polynômes est exclue. On identifie polynôme et fonction polynomiale.

Racines et signe d'un polynôme du premier et du second degré. Discriminant.

Somme et produit des racines

Illustration graphique. 

Factorisation d'un trinôme du second degré de discriminant positif ou nul.

Polynômes de degré quelconque.

Somme, produit de polynômes.

Factorisation d'un polynôme par $(x - a)$ si a est racine de ce polynôme.

Pratique, sur des exemples, de la division euclidienne. 

Application à l'étude d'équations et d'inéquations.

Illustration graphique.

5 - Fonction valeur absolue

Définition, notation, propriétés, représentation graphique.

Lien avec la distance dans $\mathbf{R}$.

II - Suites réelles

On présentera des exemples de suites issus du monde économique (capital et taux d'intérêt, emprunt à annuités constantes).

Les notions de comportement et de limite ne seront abordées qu'au second semestre.

Ce chapitre fournira l'occasion d'illustrer le raisonnement par récurrence et donnera l'occasion de consolider les connaissances du lycée de programmation en Python.

Suites constantes, suites arithmétiques, suites géométriques.

Calcul du n -ième terme. 

Savoir montrer qu'une suite est constante, arithmétique ou géométrique.

Suites arithmetico-géométriques

Calcul du n -ième terme. 

Une formule explicite pourra être donnée, mais on introduira la méthode sur des exemples.

Terme général d'une suite.

Sur des exemples, application à la recherche du terme général d'autres suites à l'aide des suites usuelles.

Aucune étude générale de suites $u_{n+1} = f(u_n)$ n'est au programme.

Somme des n premiers nombres entiers naturels et somme des n premiers termes de la suite (q^k) .
Notation $\sum$.

Calculs de sommes portant sur les suites arithmétiques et géométriques. Transformation de

Somme des n premiers termes d'une suite arithmétique, somme des n premiers termes d'une suite géométrique.

$\sum_{i=1}^n au_i$ et $\sum_{i=1}^n (u_i + v_i)$. 

III - Fonctions réelles d'une variable réelle

Il s'agit de fournir aux étudiants un ensemble de connaissances de référence sur les fonctions usuelles et les notions nécessaires à leur représentation graphique. Les fonctions logarithme et exponentielle

n'étant étudiées qu'au second semestre, il convient donc ici d'utiliser des fonctions qui se déduisent simplement des fonctions polynomiales, rationnelles, valeur absolue ou racine carrée. On utilise autant que possible des représentations graphiques pour présenter et illustrer les concepts introduits.

1 - Généralités

Vocabulaire : ensemble de définition, image, antécédent, représentation graphique d'une fonction.

Fonctions paires, impaires.

Fonctions monotones, strictement monotones.

Fonctions majorées, minorées, bornées.

Somme, produit, quotient de fonctions, composée de fonctions.

Introduction de la notion de fonction bijective, fonction réciproque.

Illustration avec les fonctions usuelles connues : carré, cube, inverse, racine carrée, valeur absolue.

Lien avec l'équation $f(x) = c$.

2 - Limites

La définition formelle d'une limite est hors programme. Toute étude théorique sur les limites est exclue. Les résultats seront énoncés sans démonstration et illustrés par des représentations graphiques.

Limite d'une fonction en un point.



Limite à droite, limite à gauche.

Extension de la notion de limite finie en $+\infty$ ou en $-\infty$.

Notion de limite infinie en un point, en $+\infty$ ou en $-\infty$.

Opérations algébriques sur les limites.

Limite d'une fonction composée.

Limites des fonctions polynomiales et rationnelles en $+\infty$ et en $-\infty$.

Les limites sont données par les limites des monômes de plus haut degré ou leur quotient.

Interprétation graphique des limites : droites asymptotes, asymptotes parallèles aux axes.



Toute recherche systématique des branches infinies est hors-programme.

3 - Continuité

Continuité d'une fonction en un point.

Continuité de la somme, du produit, du quotient de deux fonctions continues. Composition de deux fonctions continues.

Une fonction f est continue en a si et seulement si $f(x)$ admet pour limite $f(a)$ quand x tend vers a .

Le prolongement par continuité est hors programme.

4 - Dérivabilité

Dérivabilité d'une fonction en un point, nombre dérivé.

Interprétation graphique.

Équation de la tangente en un point.

Approximation affine au voisinage d'un point. ►

Fonction dérivée.

Notation f' .

Dérivée d'une somme, d'un produit, d'un quotient, d'une fonction composée.

Caractérisation des fonctions constantes et monotones par le signe de la dérivée.

Résultat admis.

Principe de Lagrange : Si f est une fonction dérivable sur un intervalle I et si $f' \geq 0$ sur I , ne s'annulant qu'en un nombre fini de points, alors f est strictement croissante sur I .

Tableau de variation.

Sur des exemples, application à l'étude d'équations et d'inéquations, à l'obtention de majorations et de minoration.

Extremum local d'une fonction dérivable.

Une fonction f , dérivable sur un intervalle ouvert I , admet un extremum local en un point de I si sa dérivée s'annule en changeant de signe en ce point.

Dérivée seconde, notation f'' .

La notion de fonction de classe C^p ou C^∞ est hors programme.

Représentation graphique de fonctions.

5 - Convexité

Les fonctions convexes sont des outils de modélisation en économie. On pourra s'appuyer sur un exemple simple (par exemple, une fonction de coût) pour en motiver la définition. Les fonctions étudiées sont au moins de classe C^2 . Tous les résultats de ce paragraphe seront admis et illustrés par des représentations graphiques. L'inégalité de la convexité n'est pas un attendu. La notion de convexité sera abordée principalement pour préciser des représentations graphiques de fonctions.

Définition d'une fonction convexe.

Une fonction est convexe (respectivement concave) si la courbe est au-dessous (respectivement au-dessus) des cordes. ►

Position d'une courbe par rapport aux tangentes dans le cas où la fonction est convexe et dérivable.



Caractérisation des fonctions convexes deux fois dérivables.

Si la dérivée d'une fonction convexe f de classe C^2 sur un intervalle ouvert s'annule en un point, f admet un minimum en ce point.

Caractérisation d'un point d'inflexion si f est deux fois dérivable.



Représentation graphique des fonctions convexes.

Utilisation récapitulative des notions précédentes pour l'étude graphique de fonctions.

Allure locale du graphe.

Exemples d'étude de points d'inflexion.

IV - Probabilités sur un univers fini

L'objectif est de mettre en place dans le cas fini, un cadre dans lequel on puisse énoncer des résultats généraux et mener des calculs de probabilités sans difficulté théorique. On fera le lien avec l'emploi des arbres pondérés préconisé durant le cycle terminal du lycée.

1 - Espaces probabilisés finis

a) Observation d'une expérience aléatoire - Événements

Expérience aléatoire.

Univers Ω des résultats observables, événements. Opérations sur les événements, événements incompatibles, événements contraires.

Système complet d'événements finis.

On dégagera ces concepts à partir de l'étude de quelques situations simples.

On se limitera aux systèmes complets d'événements de type $A_1, \dots, A_n$ ($n \in \mathbf{N}^*$) où les A_i sont des parties deux à deux disjointes et de réunion égale à Ω .

b) Probabilité

Une probabilité est une application P définie sur $\mathcal{P}(\Omega)$ et à valeurs dans $[0, 1]$ vérifiant $P(\Omega) = 1$ et pour tous A et B incompatibles de $\mathcal{P}(\Omega)$, $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

Formule de Poincaré (ou du crible) pour deux événements.

Cas de l'équiprobabilité.

c) Probabilité conditionnelle

Probabilité conditionnelle.

Si $P(A) \neq 0$, $P(A \cap B) = P(A)P_A(B)$.

Formule des probabilités composées.

Notation P_A .

Si $P(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_{n-1}) \neq 0$ alors :

$$P\left(\bigcap_{i=1}^n A_i\right) = P(A_1) P_{A_1}(A_2) \dots P_{A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_{n-1}}(A_n)$$

Formule des probabilités totales.

Si $A_1, \dots, A_n$ est un système complet, alors pour tout événement B on a :

$$P(B) = \sum_{i=1}^n P(B \cap A_i)$$

Formule de Bayes.

d) Indépendance en probabilité

Indépendance de deux événements.

$$P(A \cap B) = P(A)P(B).$$

Si $P(A) \neq 0$, A et B sont indépendants si et seulement si $P_A(B) = P(B)$.

Indépendance mutuelle de n événements.
 Si n événements A_i sont mutuellement indépendants, il en est de même pour les événements B_i , avec $B_i = A_i$ ou $\overline{A_i}$.

2 - Variables aléatoires réelles

On rappelle que l'univers Ω considéré est fini. Toutes les définitions qui suivent concernent ce seul cas.

Une variable aléatoire est une application de Ω dans $\mathbf{R}$.

Système complet associé à une variable aléatoire.

Fonction de répartition d'une variable aléatoire X .

Loi de probabilité d'une variable aléatoire.

Espérance d'une variable aléatoire finie.

$$E(aX + bY) = aE(X) + bE(Y).$$

Variable aléatoire $Y = g(X)$ lorsque g est une fonction à valeurs réelles.

Théorème de transfert.

Variance d'une variable aléatoire. Écart-type.

$$V(aX + b) = a^2V(X).$$

Formule de Kœnig-Huygens.

Variables centrées, centrées réduites.

On adoptera les notations habituelles telles que $[X = x]$, $[X \leq x]$, etc.

$$F_X(x) = P([X \leq x]).$$

La fonction de répartition caractérise la loi d'une variable aléatoire. Résultat admis.

$$E(X) = \sum_i x_i P([X = x_i]).$$

Linéarité de l'espérance.

$$E(g(X)) = \sum_i g(x_i) P([X = x_i]). \text{ Théorème admis}$$

Notations $V(X)$, $\sigma(X)$.

$$V(X) = E(X^2) - (E(X))^2.$$

Notation X^* pour la variable aléatoire centrée réduite associée à X .

ENSEIGNEMENT DE MATHÉMATIQUES DU SECOND SEMESTRE

I - Systèmes linéaires et introduction au calcul matriciel

Ce chapitre sera repris, en deuxième année, avec une étude plus spécifique des matrices carrées. Tout développement théorique est hors programme.

1 - Systèmes linéaires

Résolution.

Méthode du pivot de Gauss.

On présentera la méthode du pivot de Gauss à l'aide d'exemples numériques et on se limitera à des systèmes de trois équations à trois inconnues.

On prendra les notations suivantes pour le codage des opérations élémentaires sur les lignes :

$L_i \leftrightarrow L_j$; $L_i \leftarrow L_i + \beta L_j$ avec $i \neq j$;

$L_i \leftarrow \alpha L_i$ avec $\alpha \neq 0$; $L_i \leftarrow \alpha L_i + \beta L_j$ avec $i \neq j$ et $\alpha \neq 0$.

2 - Calcul matriciel

L'objectif est d'introduire les matrices qui seront utilisées en seconde année. On s'appuie sur des exemples numériques de matrices réelles. La notation des coefficients sous la forme $m_{i,j}$ n'est pas un attendu du programme. Le programme exclut toute notion de structure.

Définition d'une matrice à n lignes et p colonnes.

Ensemble $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbf{R})$.

Matrices lignes, matrices colonnes.

Opérations sur les matrices : multiplication par un scalaire, somme, produit de deux matrices.

Les définitions des opérations sur les matrices seront présentées à l'aide d'exemples issus de situations concrètes. Les propriétés des opérations seront admises sans démonstration et illustrées sur des exemples.

Écriture matricielle d'un système.

II - Compléments d'analyse

En analyse, on évitera la recherche d'hypothèses minimales, tant dans les théorèmes que dans les exercices et problèmes, préférant des méthodes efficaces pour un ensemble assez large de fonctions usuelles.

Pour les résultats du cours, on se limite aux fonctions définies sur un intervalle de $\mathbf{R}$. Les étudiants doivent pouvoir traiter les situations qui s'y ramènent.

Toute étude théorique sur les limites (suites ou fonctions) est exclue. On utilise autant que possible des représentations graphiques pour présenter et illustrer les concepts introduits. Les résultats seront énoncés sans démonstration.

1 - Suites réelles

Ce chapitre sera l'occasion de revenir sur le raisonnement par récurrence. On utilisera autant que possible la représentation graphique des suites pour illustrer ou conjecturer leur comportement, en

particulier pour illustrer la notion de convergence. ►

Suite monotone, minorée, majorée, bornée.

Limite d'une suite, définition des suites convergentes.

Généralisation aux limites infinies.

Unicité de la limite.

Opérations sur les limites.

Compatibilité du passage à la limite avec la relation d'ordre.

Existence d'une limite par encadrement.

Théorème de la limite monotone.

$(u_n)_{n \in \mathbf{N}}$ converge vers $\ell \in \mathbf{R}$ si tout intervalle ouvert contenant ℓ contient les u_n pour tous les indices n sauf pour un nombre fini d'entre eux.



On étendra sans démonstration tous les résultats connus sur les limites de fonctions de la variable réelle aux suites.

Le théorème de composition de limite d'une suite convergente par une fonction continue est hors-programme.

Toute suite croissante (resp. décroissante) et majorée (resp. minorée) converge.

Toute suite croissante (resp. décroissante) non majorée (resp. non minorée) tend vers $+\infty$ (resp. $-\infty$).

2 - Continuité sur un intervalle

Théorème des valeurs intermédiaires : l'image d'un intervalle par une fonction continue est un intervalle.

Fonction continue strictement monotone sur un intervalle. Caractère bijectif.

Corollaire (TVI et bijection).

Ces énoncés seront admis.

On utilisera ce résultat pour étudier des équations du type $f(x) = k$. ►

On admettra la continuité de la fonction réciproque.

Représentation graphique de la fonction réciproque.

Toute étude théorique sur les fonctions réciproques est exclue.

Si f est continue et strictement monotone sur $[a, b]$ et $f(a)f(b) < 0$, alors l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution sur $]a, b[$. Extension au cas des autres intervalles, éventuellement en considérant les limites au bord.

Application à la dichotomie. ►

3 - Fonctions logarithme et exponentielle

Les fonctions hyperboliques sont hors programme.

Fonction logarithme népérien.

Dérivée, limites, représentation graphique.

Propriétés algébriques du logarithme.

La fonction logarithme est introduite comme primitive de la fonction inverse sur $\mathbf{R}_+^*$.

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$.

Fonction exponentielle.
 Dérivée, limites, représentation graphique.
 Propriétés algébriques de l'exponentielle.

Fonctions puissances (exposant réel).

Croissances comparées des fonctions exponentielle, puissances et logarithme au voisinage de l'infini et au voisinage de 0.

La fonction exponentielle est introduite comme réciproque de la fonction logarithme.
 $\exp(a+b) = \exp(a) \exp(b)$.
 Notation e^x .

Pour $\alpha > 0$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^\alpha}$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^\alpha}{e^x}$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x^\alpha}$,
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^\alpha}{\ln x}$, $\lim_{x \rightarrow 0} (x^\alpha \ln x)$.
 Pour n entier naturel non nul, $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^n e^x$.

III - Probabilités sur un univers fini

1 - Coefficients binomiaux

On donne dans ce paragraphe l'interprétation combinatoire de ces coefficients mais on évitera toute technicité dans les exercices.

Factorielle, notation $n!$.

Parties à k éléments d'un ensemble à n éléments.

Coefficients binomiaux, notation $\binom{n}{k}$.

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}.$$

Relation $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$.

Formule du triangle de Pascal :

$$\binom{n+1}{k} = \binom{n}{k} + \binom{n}{k-1}.$$

Interprétation de $n!$ en tant que nombre de permutations d'un ensemble à n éléments. 

On pourra faire le lien entre les parties à k éléments d'un ensemble à n éléments et le nombre de chemins d'un arbre réalisant k succès pour n répétitions.

Ces relations pourront faire l'objet de manipulations sur la notation factorielle.

La formule de Pascal fournit un algorithme de calcul pour le calcul numérique des coefficients. 

2 - Lois usuelles finies

Chacune de ces lois sera illustrée par un exemple concret d'une situation qu'elle modélise. Les étudiants doivent savoir reconnaître ces lois à partir de situations concrètes.

Loi certaine. Espérance et variance.

Loi uniforme sur $\llbracket 1, n \rrbracket$. Espérance et variance.

Loi de Bernoulli. Espérance et variance.

Loi binomiale. Espérance et variance.

Application : formule du binôme de Newton.

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^k b^{n-k}$$

Notation $X \hookrightarrow \mathcal{U}(\llbracket 1, n \rrbracket)$. 

Notation $X \hookrightarrow \mathcal{B}(p)$.

Notation $X \hookrightarrow \mathcal{B}(n, p)$. 

Lorsque a et b sont strictement positifs, lien avec la loi $\mathcal{B}(n, p)$ pour $p = \frac{a}{a+b}$. La formule du binôme de Newton dans le cas général pourra être démontrée par récurrence.

IV - Intégration sur un segment

Pour le calcul d'intégrales à partir des primitives, on se limitera à des exemples simples. Les changements de variable sont hors programme.

1 - Définition

Aire sous la courbe d'une fonction positive.

Dans le cas où f est affine positive, on constatera que cette fonction « aire sous la courbe » admet f pour dérivée.

Primitive d'une fonction continue sur un intervalle.

Toute fonction f continue sur un intervalle y admet au moins une primitive F .

Admis.

Sur un intervalle si F est une primitive de f alors toute autre primitive est de la forme $F + c$ où c est une constante.

Intégrale d'une fonction continue sur un segment.

Définition : $\int_a^b f(t) dt = F(b) - F(a)$, où F est une primitive de f sur I . Cette définition est indépendante du choix de la primitive F de f sur I .

2 - Premières propriétés de l'intégrale

Relation de Chasles.

Interprétation géométrique de l'intégrale d'une fonction continue positive.

Sur des exemples, illustration à l'aide de la méthode des rectangles. 

3 - Application

Introduction de la notion de variable aléatoire à densité : exemple de la loi uniforme sur un segment.

Simulation. 

ENSEIGNEMENT ANNUEL D'INFORMATIQUE ET D'ALGORITHMIQUE

I - Éléments d'informatique et d'algorithmique

L'objectif est de poursuivre la formation initiée au lycée concernant l'algorithmique et l'utilisation de l'outil informatique en mathématiques au travers de thèmes empruntés au programme pour comprendre, illustrer et éclairer les notions introduites. Dès qu'un calcul numérique est envisagé, dès qu'un problème incite à tester expérimentalement un résultat, dès qu'une situation aléatoire peut être modélisée avec des outils informatiques, le recours à des algorithmes et des logiciels devra devenir naturel.

L'utilisation de l'outil informatique se fait en continuité avec le cours de mathématiques et sera suivi d'une mise en œuvre sur ordinateur. Les séances de travaux pratiques doivent se faire le plus souvent possible sur ordinateur. Les étudiants, au cours de leurs études ultérieures puis de leur parcours professionnel, seront amenés à utiliser des outils informatiques divers choisis pour leurs fonctionnalités, et seule une pratique régulière de ces outils informatiques peut leur permettre d'en acquérir la maîtrise. De plus, en adoptant cette démarche exploratoire permise par le dialogue interactif avec la machine, cette pratique peut s'avérer bénéfique pour les apprentissages et faciliter la compréhension de concepts plus abstraits.

Le programme d'informatique s'articule autour de trois thèmes : études de suites, statistiques descriptives univariées, bases de données relationnelles.

L'ordre dans lequel les thèmes sont abordés est libre, mais il est préférable de mener ces activités en cohérence avec la progression du cours de mathématiques.

Les exemples traités dans un thème devront être tirés, autant que possible, de situations réelles (traitement de données économiques, sociologiques, historiques, démographiques, en lien avec le monde de l'entreprise ou de la finance, etc.), en faisant dès que possible un rapprochement avec les autres disciplines.

Pour certains thèmes, il sera nécessaire d'introduire de nouvelles notions mathématiques ; celles-ci seront introduites en préambule lors des séances d'informatique ; elles ne pourront en aucun cas être exigibles des étudiants, et toutes les précisions nécessaires seront données lors de leur utilisation.

Le langage informatique retenu pour la programmation dans ce programme des classes économiques et commerciales, option technologique, est Python.

1 - Langage Python

Le langage Python propose un grand nombre de bibliothèques logicielles, avec des utilités variées. Les bibliothèques jugées nécessaires sont listées, chacune avec une liste restreinte de fonctions essentielles que les étudiants devront avoir manipulées. Seules celles dans la colonne de gauche sont exigibles, et leur syntaxe précise doit être rappelée. D'autres fonctions, par commodité, pourront être utilisées en classe, mais ceci ne pourra se faire qu'avec parcimonie. L'objectif principal de l'activité informatique reste la mise en pratique de connaissances mathématiques.

a) Types de base

Affectation : `nom = expression`

L'expression peut être du type numérique, booléen, matriciel (ndarray) ou chaîne de caractères.

permet d'insérer un commentaire

+	-	*	/	**
---	---	---	---	----

==	>	<	>=	<=	!=
----	---	---	----	----	----

True	False	and	or	not
------	-------	-----	----	-----

from ... import *, import ... as

On insiste sur l'importance de l'ajout judicieux de commentaires.

Opérations arithmétiques de base.

Comparaison, test.

Logique.

Importation d'une bibliothèque.

b) Structures de contrôle

On réinvestit les notions de compteurs et d'accumulateurs vues au lycée. La maîtrise des structures de programmation de base (if, while, for) constitue l'un des objectifs majeurs de l'informatique en première année.

Instruction d'affectation : =.

Instruction conditionnelle if, elif, else.

Boucle for; Boucle while.

Définition d'une fonction :

```
def f(p1, ... , pn)  
    return.
```

c) Utilisation de bibliothèques

Pour le calcul numérique, le traitement statistique ou la simulation de phénomènes aléatoires, certaines bibliothèques s'avèrent utiles. Elles sont listées ci-dessous avec les fonctions pertinentes. Toute utilisation d'une telle fonction doit obligatoirement être accompagnée de la documentation utile, sans que puisse être attendue une quelconque maîtrise par les étudiants de ces éléments.

from ... import *, import ... as

Importation d'une bibliothèque.

— Dans la bibliothèque `numpy`

Exemple d'importation : `import numpy as np`

```
np.e, np.pi  
np.exp, np.log, np.sqrt, np.abs,  
np.floor
```

```
np.array.
```

```
np.dot
```

+	-	*	/	**
---	---	---	---	----

```
np.sum, np.min, np.max, np.mean,  
np.cumsum, np.median, np.var, np.std
```

Constantes e et π .

Ces fonctions peuvent s'appliquer à des variables numériques ou vectoriellement (à des matrices ou vecteurs) élément par élément. Création de tableaux ou matrices.

```
np.zeros, np.ones, np.eye, np.arange ,  
np.linspace, np.reshape.
```

Extraction ou modification d'un élément, d'une ligne ou d'une colonne du tableau. Multiplication matricielle.

On pourra utiliser `a, b = np.shape(M)` pour obtenir la taille de la matrice M.

Opérations arithmétiques de base : coefficient par coefficient.

Ces opérations peuvent s'appliquer sur une matrice entière ou bien pour chaque colonne (ou chaque ligne). Exemple : `mean(M)`, `mean(M,0)`, `mean(M,1)`

— Dans la librairie `numpy.random`

Exemple d'importation : `import numpy.random as rd`
`rd.random.`

— Dans la librairie `pandas`

Exemple d'importation : `import pandas as pd`
`pd.mean, pd.std.`

Indicateurs statistiques.

— Dans la librairie `matplotlib.pyplot`

Exemple d'importation : `import matplotlib.pyplot as plt`
`plt.plot, plt.show`

Représentations graphiques de fonctions, de suites. On pourra utiliser les commandes non exigibles `xlim, ylim, axis, grid, legend`.
Représentations statistiques
`plt.hist, plt.bar, plt.boxplot.`

2 - Liste de savoir-faire exigibles en première année

C1 : Savoir manipuler les structures algorithmiques de base (if, for, while), connaître la syntaxe d'une fonction simple et savoir l'utiliser.

C2 : Savoir produire des graphiques et indicateurs afin d'interpréter des données statistiques.

C3 : Savoir étudier des suites numériques, calculer des valeurs, tracer des graphiques et conjecturer des résultats sur le comportement de la suite.

C4 : Stocker, organiser et extraire des données structurées volumineuses.

C5 : Savoir modéliser des phénomènes aléatoires et effectuer des simulations de variables aléatoires.

II - Liste de thèmes

1 - Suites

(Durée indicative : 6 heures. Compétences développées : **C1** et **C3**)

Calcul des termes d'une suite.

Exploitation graphique des résultats.

Exemples : taux d'intérêt, emprunt.

Calculs de valeurs approchées de la limite d'une suite.

On utilisera des structures répétitives et conditionnelles en exploitant l'étude mathématique.

Valeur approchée d'une constante.

Détermination du rang d'arrêt.

2 - Statistiques descriptives univariées

(Durée indicative : 3 heures. Compétences développées : **C2**)

Dans ce paragraphe, on analysera des données statistiques issues de l'économie, du monde de l'entreprise ou de la finance, en insistant sur les représentations graphiques. On insistera sur le rôle des différents indicateurs de position et de dispersion étudiés.

Série statistique associée à un échantillon.
Effectifs, fréquences, fréquences cumulées, diagrammes en bâton, histogrammes.

Indicateurs de position : moyenne, médiane, mode, quantiles.

Indicateurs de dispersion : étendue, variance et écart-type empiriques, écart inter-quantile.

Analyse d'un caractère quantitatif : caractéristiques de position (moyenne, médiane); mode(s); caractéristiques de dispersion (variance et écart-type empiriques, quartiles, déciles).

On pourra également utiliser les commandes :
`pd.read_csv`, `head`, `shape`, `pd.describe`

`pd.median`, `pd.count`, `pd.sort_values`

On notera bien que les paramètres empiriques sont calculés à partir de l'échantillon observé. On montrera les avantages et les inconvénients des caractéristiques liées à la structure euclidienne (moyenne et écart-type) et ceux qui sont liés à la structure d'ordre (quantiles).

3 - Bases de données

(Durée indicative : 6 heures. Compétences développées : **C4**)

L'administration, les banques, les assurances, les secteurs de la finance utilisent des bases de données, systèmes d'informations qui stockent dans des fichiers les données nombreuses qui leur sont nécessaires. Une base de données relationnelle permet d'organiser, de stocker, de mettre à jour et d'interroger des données structurées volumineuses utilisées simultanément par différents programmes ou différents utilisateurs. Un logiciel, le système de gestion de bases de données (SGBD), est utilisé pour la gestion (lecture, écriture, cohérence, actualisation...) des fichiers dans lesquels sont stockées les données. L'accès aux données d'une base de données relationnelle s'effectue en utilisant un langage informatique qui permet de sélectionner des données spécifiées par des formules de logique, appelées requêtes d'interrogation et de mise à jour.

L'objectif est de présenter une description applicative des bases de données en langage de requêtes SQL (Structured Query Language). Il s'agit de permettre d'interroger une base présentant des données à travers plusieurs relations. On pourra pour introduire la problématique donner l'exemple de la base de données utilisée par un progiciel de gestion intégré (PGI), outil informatique permettant de piloter une entreprise, présenté dans le cours de management. Cette base de données stocke les informations communes à de nombreux services (comptabilité, gestion du personnel, gestion des stocks, fichier clients...). On introduira les concepts d'interrogation et de mise à jour d'une base de données à l'aide d'exemples simples issus de ce contexte.

Modèle relationnel : relation, attribut, domaine, clef primaire "PRIMARY KEY", clef étrangère "FOREIGN KEY", schéma relationnel.

Vocabulaire des bases de données : table, champ, colonne, schéma de tables, enregistrements ou lignes, types de données.
Lecture d'un fichier de données simples. Notion de descripteur.

Opérateurs arithmétiques +, -, *.

Opérateurs de comparaison :

=, <>, <, <=, >, >=.

Opérateurs logiques : "AND", "OR", "NOT".

On s'en tient à une notion sommaire de domaine : entier "INTEGER", chaîne "TEXT".

a) Commandes exigibles

"WHERE"

"SELECT nom_de_champ FROM nom_de_table". Sélection de données dans une table.

"INSERT INTO nom_de_table ". Insertion de données dans une table. On pourra utiliser "VALUES (élément1, élément2,...)".

"DELETE FROM nom_de_table ". Suppression de données d'une table.

"UPDATE nom_de_table ". Mise à jour de données d'une table.

b) Commandes non exigibles

On pourra utiliser par commodité et si besoin la liste d'opérateurs, fonctions et commandes ci-dessous. Ce ne sont pas des attendus du programme et ils sont non exigibles.

Les opérateurs ensemblistes : union "UNION", intersection "INTERSECTION", différence "EXCEPT".

Les opérateurs spécifiques de l'algèbre relationnelle : projection, sélection (ou restriction), renommage, produit cartésien .

Les fonctions d'agrégation : min "MIN", max "MAX", somme "SUM", moyenne "AVG", comptage "COUNT".

Les commandes "DISTINCT", "ORDER BY"

4 - Probabilités

(Durée indicative : 3 heures. Compétences développées : **C1 C2** et **C5**)

Utilisation de la fonction `rd.random` pour simuler des expériences aléatoires élémentaires conduisant à une loi usuelle. Loi uniforme, loi binomiale. `rd.randint` .

Simulation de phénomènes aléatoires.



Classes préparatoires aux grandes écoles

Filière économique

Voie technologique ECT

Programmes de mathématiques - informatique

2nde année

Table des matières

1	Objectifs généraux de la formation	2
2	Compétences développées	2
3	Architecture des programmes	3
ENSEIGNEMENT DE MATHÉMATIQUES DU TROISIÈME SEMESTRE		4
I	Matrices	4
II	Compléments d'intégration : propriétés de l'intégrale	5
III	Compléments sur les sommes et séries numériques	5
1	Compléments sur les sommes	5
2	Séries	5
IV	Probabilités et statistiques	5
1	Couples de variables aléatoires discrètes finies	5
2	Variables aléatoires discrètes infinies	6
a)	Généralités	6
b)	Lois usuelles	7
ENSEIGNEMENT DE MATHÉMATIQUES DU QUATRIÈME SEMESTRE		7
I	Réduction des matrices carrées	7
II	Compléments d'analyse	8
III	Probabilités et statistiques	8
1	Variables aléatoires à densité continue par morceaux	8
2	Variables aléatoires à densité usuelles	9
3	Convergences et approximations	9
a)	Inégalité de Markov, inégalité de Bienaymé-Tchebychev.	9
b)	Suites de variables aléatoires discrètes finies	10
c)	Loi faible des grands nombres	10
4	Estimation	10
a)	Estimation ponctuelle.	11
b)	Estimation par intervalle de confiance.	11

Enseignement annuel d'informatique et d'algorithmique	12
I - Éléments d'informatique et d'algorithmique	12
1 - Liste des savoir-faire et compétences	12
II - Langage Python	13
III - Liste des thèmes	13
1 - Statistiques descriptives bivariées	13
2 - Simulation de lois, application au calcul d'espérances	13
3 - Bases de données	14
a) Commandes exigibles	14
b) Commandes non exigibles	14
4 - Théorème limite central	14

1 Objectifs généraux de la formation

Les mathématiques jouent un rôle important en sciences économiques et en gestion, notamment dans les domaines de la finance ou de la gestion d'entreprise, de la finance de marché, des sciences sociales. Les probabilités et la statistique interviennent dans tous les secteurs de l'économie et dans une grande variété de contextes (actuariat, biologie, épidémiologie, finance quantitative, prévision économique, ...) où la modélisation de phénomènes aléatoires à partir de bases de données est indispensable.

Les programmes définissent les objectifs de l'enseignement des classes préparatoires économiques et commerciales et décrivent les connaissances et les capacités exigibles des étudiants. Ils précisent aussi certains points de terminologie et certaines notations.

Les limites du programme sont clairement précisées. Elles doivent être respectées aussi bien dans le cadre de l'enseignement en classe que dans l'évaluation.

L'objectif n'est pas de former des professionnels des mathématiques, mais des personnes capables d'utiliser des outils mathématiques ou d'en comprendre l'usage dans diverses situations de leur parcours académique et professionnel.

Une fonction fondamentale de l'enseignement des mathématiques dans ces classes est de structurer la pensée des étudiants et de les former à la rigueur et à la logique en insistant sur les divers types de raisonnement (par équivalence, implication, l'absurde, analyse-synthèse...).

2 Compétences développées

L'enseignement de mathématiques en classes préparatoires économiques et commerciales vise en particulier à développer chez les étudiants les compétences suivantes :

- **Rechercher et mettre en œuvre des stratégies adéquates** : savoir analyser un problème, émettre des conjectures notamment à partir d'exemples, choisir des concepts et des outils mathématiques pertinents.
- **Modéliser** : savoir conceptualiser des situations concrètes (phénomènes aléatoires ou déterministes) et les traduire en langage mathématique, élaborer des algorithmes.

- **Interpréter** : être en mesure d'interpréter des résultats mathématiques dans des situations concrètes, avoir un regard critique sur ces résultats.
- **Raisonner et argumenter** : savoir conduire une démonstration, confirmer ou infirmer des conjectures.
- **Maîtriser le formalisme et les techniques mathématiques** : savoir employer les symboles mathématiques à bon escient, être capable de mener des calculs de manière pertinente et efficace. Utiliser avec discernement l'outil informatique.
- **Communiquer par écrit et oralement** : comprendre les énoncés mathématiques, savoir rédiger une solution rigoureuse, présenter une production mathématique.

3 Architecture des programmes

Le programme de mathématiques de deuxième année de la filière EC voie technologique se situe dans le prolongement de celui de première année et permet d'en consolider les acquis. Son objectif est de fournir aux étudiants le bagage nécessaire pour suivre les enseignements spécialisés d'économie et de gestion dispensés en Grande Ecole ou dans une formation universitaire de troisième année de Licence.

Il s'organise autour de quatre points forts :

- En algèbre linéaire, le programme se concentre sur le calcul matriciel. Le principal objectif est l'introduction de la notion de valeurs propres et de vecteurs propres et la diagonalisation des matrices carrées de taille inférieure à 3. On évitera des exemples trop calculatoires.
- En analyse, les séries et les intégrales généralisées sont étudiées en vue de leurs applications aux probabilités (variables aléatoires discrètes infinies et variables aléatoires à densité).
- En probabilités, l'étude des variables aléatoires discrètes, initiée au lycée et poursuivie en première année de classe préparatoire, se prolonge au troisième semestre par l'étude des couples et des suites de variables aléatoires discrètes ; au quatrième semestre, les notions sur les variables aléatoires à densité, abordées dès la première année, sont complétées. L'objectif de cette partie du programme est de permettre, en fin de formation, une approche plus rigoureuse et une compréhension plus aboutie des concepts d'estimation ponctuelle ou par intervalles de confiance que les étudiants ont rencontrés dès le lycée.
- Les travaux pratiques de mathématiques et d'informatique sont organisés autour de la poursuite de l'étude des fonctionnalités du langage SQL et, avec Python, de la simulation de lois de probabilités en continuité du programme de première année, et de thèmes de statistiques en lien avec le programme de mathématiques, avec l'objectif d'éclairer ces notions par des illustrations concrètes. Les savoir-faire et compétences que les étudiants doivent acquérir lors de ces séances de travaux pratiques sont spécifiés dans la liste des exigibles et rappelés en préambule de chaque thème. Les nouvelles notions mathématiques introduites dans certains thèmes ne font pas partie des exigibles du programme. L'enseignement de ces travaux pratiques se déroulera sur les créneaux horaires dédiés à l'informatique.

Le programme de mathématiques est organisé en deux semestres de volume sensiblement équivalent. Ce découpage en deux semestres d'enseignement doit être respecté. En revanche, au sein de chaque semestre, aucun ordre particulier n'est imposé et chaque professeur conduit en toute liberté l'organisation de son enseignement, bien que la présentation par blocs soit fortement déconseillée.

Le programme se présente de la manière suivante : dans la colonne de gauche figurent les contenus exigibles des étudiants ; la colonne de droite comporte des précisions sur ces contenus ou des exemples

d'activités ou d'applications.

Les développements formels ou trop théoriques doivent être évités. Ils ne correspondent pas au cœur de formation de ces classes préparatoires.

Les résultats mentionnés dans le programme seront admis ou démontrés selon les choix didactiques faits par le professeur. Pour certains résultats, marqués comme «admis», la présentation d'une démonstration en classe est déconseillée.

Les séances de travaux dirigés permettent de privilégier la prise en main, puis la mise en œuvre par les étudiants, des techniques usuelles et bien délimitées, inscrites dans le corps du programme. Cette maîtrise s'acquiert notamment par l'étude de problèmes que les étudiants doivent *in fine* être capables de résoudre par eux-mêmes.

Le symbole  indique les parties du programme pouvant être traitées en liaison avec l'informatique.

Le langage Python comporte de nombreuses fonctionnalités permettant d'illustrer simplement certaines notions mathématiques. Ainsi, on utilisera dès que possible l'outil informatique en cours de mathématiques pour visualiser et illustrer les notions étudiées. Dans certaines situations, en continuité avec les programmes de lycée, l'utilisation d'un tableur peut s'avérer adaptée.

Les étudiants ont déjà une pratique algorithmique acquise au lycée. Dans leurs études futures, ils seront amenés à utiliser différents logiciels conçus pour la résolution de problématiques liées à certains contextes. Une pratique régulière d'outils informatiques les prépare utilement en ce sens. Par ailleurs, l'utilisation d'un outil informatique (programme informatique ou tableur) permet l'observation de résultats mathématiques en situation, l'exploration et la modélisation de situations non triviales plus réalistes et offre la possibilité d'expérimenter et de conjecturer.

ENSEIGNEMENT DE MATHÉMATIQUES DU TROISIÈME SEMESTRE

I - Matrices

Le programme exclut toute notion de structure. On ne traite que le cas des matrices réelles.

Matrices carrées d'ordre n . Ensemble $\mathcal{M}_n(\mathbf{R})$.

Matrices triangulaires, matrices diagonales, matrice identité.

Matrices inversibles.

Critère d'inversibilité d'une matrice triangulaire.

Critère d'inversibilité d'une matrice carrée d'ordre 2.

Exemples de calcul des puissances n -ièmes d'une matrice. Cas d'une matrice diagonale.

Formule du binôme pour les matrices qui commutent.

Résultat admis.

$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ est inversible si et seulement si $ad - bc \neq 0$. Formule de l'inverse dans ce cas. La notation $\det(A)$ pourra être utilisée, mais elle sera limitée au cas des matrices carrées d'ordre 2. La notion de déterminant est hors-programme.

On se limitera à des exemples simples, par exemple lorsque l'une des matrices est nilpotente.

Écriture matricielle d'un système d'équations linéaires.

Calcul de l'inverse d'une matrice par la méthode du pivot de Gauss.

Calcul de l'inverse de la matrice A par la résolution du système $AX = Y$.

On se limitera à des matrices carrées d'ordre inférieur ou égal à 3.

II - Compléments d'intégration : propriétés de l'intégrale

Ce chapitre sera l'occasion de revenir sur les calculs d'intégrales introduits au S2.

Linéarité de l'intégrale.

Intégration par parties.

Si u, v, u' et v' sont des fonctions continues sur $[a, b]$, alors :

$$\int_a^b u'(t)v(t)dt = [u(t)v(t)]_a^b - \int_a^b u(t)v'(t)dt.$$

Positivité de l'intégrale. Comparaison d'intégrales.

III - Compléments sur les sommes et séries numériques

1 - Compléments sur les sommes

Ce chapitre sera l'occasion de revenir sur les calculs de sommes traités en première année .

Somme télescopique.

Décalage d'indice.

On se limitera, sur des exemples simples, à des décalages d'indice de type $k' = k + 1$.

2 - Séries

Les séries sont introduites exclusivement pour leurs applications au calcul des probabilités. Aucune difficulté ne sera soulevée.

Définition. Convergence d'une série. Somme d'une série convergente.

Condition nécessaire de convergence.

Le terme général d'une série convergente tend vers 0.

Série géométrique. Convergence et somme.

La série $\sum x^n$ converge si et seulement si

$$|x| < 1, \text{ et dans ce cas : } \sum_{n=0}^{+\infty} x^n = \frac{1}{1-x}.$$

Les dérivées des séries géométriques ne font pas partie des attendus du programme.

IV - Probabilités et statistiques

Tout excès de technicité est exclu.

1 - Couples de variables aléatoires discrètes finies

Loi de probabilité d'un couple de variables aléatoires.

Lois marginales, lois conditionnelles.

Indépendance de deux variables aléatoires.

Espérance d'une somme de deux variables aléatoires, linéarité de l'espérance.

Espérance d'un produit de deux variables aléatoires.

Cas de deux variables aléatoires X et Y indépendantes.

Covariance. Propriétés.

Formule de Koenig-Huygens.

Variance d'une somme de deux variables aléatoires.

Coefficient de corrélation linéaire.

Propriétés.

La loi de probabilité d'un couple de variables aléatoires discrètes est caractérisée par la donnée de $X(\Omega)$, $Y(\Omega)$ et pour tout $(x, y) \in X(\Omega) \times Y(\Omega)$, $P([X = x] \cap [Y = y])$.

X et Y sont indépendantes si, pour tous intervalles réels I et J , les événements $[X \in I]$ et $[Y \in J]$ sont indépendants.

On remarquera que si l'une des variables aléatoires X, Y est constante, X et Y sont indépendantes.

Résultat admis.

$$E(XY) = \sum_{(x,y) \in X(\Omega) \times Y(\Omega)} xy P([X = x] \cap [Y = y]).$$

Résultat admis.

$$E(XY) = E(X)E(Y). \text{ Résultat admis.}$$

La réciproque est fausse.

Notation $\text{Cov}(X, Y)$.

Linéarité à droite, à gauche. Symétrie.

Si $a \in \mathbf{R}$, $\text{Cov}(X, a) = 0$.

$\text{Cov}(X, X) = V(X)$.

$$\text{Cov}(X, Y) = E(XY) - E(X)E(Y).$$

Si X et Y sont indépendantes, leur covariance est nulle, la réciproque étant fausse.

Notation $\rho(X, Y)$.

$$\text{Si } \sigma(X)\sigma(Y) \neq 0, \rho(X, Y) = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{\sigma(X)\sigma(Y)}.$$

$|\rho(X, Y)| \leq 1$. Interprétation dans le cas où $\rho(X, Y) = \pm 1$.

2 - Variables aléatoires discrètes infinies

a) Généralités

On se limitera aux variables aléatoires positives dont l'image est indexée par $\mathbf{N}$. Aucune difficulté théorique ne sera soulevée au moment de l'extension des propriétés.

Notion d'espace probabilisé avec Ω non fini.

Extension des définitions et des propriétés des variables aléatoires discrètes au cas où l'image est un ensemble infini dénombrable : loi de probabilité, fonction de répartition, espérance, variance, écart-type.

b) Lois usuelles

Chacune des lois usuelles sera illustrée par un exemple concret d'une situation qu'elle modélise.

Loi géométrique.

Notation $X \hookrightarrow \mathcal{G}(p)$. La reconnaissance de la loi géométrique comme loi du premier succès est exigible.

Espérance et variance.

Résultats admis.

Loi de Poisson.

Notation $X \hookrightarrow \mathcal{P}(\lambda)$.

Espérance et variance.

Résultats admis.

ENSEIGNEMENT DE MATHÉMATIQUES DU QUATRIÈME SEMESTRE

I - Réduction des matrices carrées

L'objectif est l'introduction de la notion de valeurs propres et de vecteurs propres d'une matrice. La notion de polynôme minimal, la résolution générale des systèmes $AX = \lambda X$ (avec λ paramètre quelconque) et toute théorie sur la réduction sont hors programme.

Dans tout ce paragraphe, on évitera les méthodes trop calculatoires pour la recherche des éléments propres d'une matrice. En particulier, la résolution de systèmes à paramètres est à proscrire. Dans la pratique, on se limitera à des matrices carrées d'ordre inférieur ou égal à 3.

Polynôme d'une matrice. Polynôme annulateur.

Sur des exemples, utilisation d'un polynôme annulateur pour la détermination de l'inverse d'une matrice carrée. Toutes les indications devront être données aux candidats pour l'obtention d'un polynôme annulateur.

On pourra vérifier que le polynôme $X^2 - (a + d)X + (ad - bc)$ est un polynôme annulateur de la matrice $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$.

Matrices carrées diagonalisables.

Une matrice carrée A est diagonalisable s'il existe une matrice D , diagonale, et une matrice carrée P , inversible, telles que $D = P^{-1}AP$.

Valeur propre, vecteur propre d'une matrice carrée.

Avec les notations de la définition précédente, on remarquera que la matrice P est construite à partir de vecteurs propres de A et la matrice D des valeurs propres correspondantes, mais leur construction n'est pas exigible.

Si Q est un polynôme annulateur de A , toute valeur propre de A est racine de Q .

Résultat admis.

Recherche de valeurs propres.

Pour ce faire, on utilisera un polynôme annulateur.

La recherche de vecteurs propres ne pourra être demandée que dans le cas de valeurs propres de multiplicité 1. Dans les autres cas, les vecteurs propres devront être donnés.

Sur des exemples, diagonalisation d'une matrice carrée d'ordre inférieur ou égal à 3.

Application au calcul des puissances de A .

Sur des exemples, étude de suites linéaires récurrentes d'ordre 2 et de systèmes de suites récurrentes.

La méthode générale de résolution est hors-programme.

II - Compléments d'analyse

Les notions introduites dans ce chapitre le sont exclusivement pour leurs applications au calcul des probabilités. Aucune difficulté ne sera soulevée.

Le calcul des intégrales généralisées est effectué par des recherches de primitives sur des intervalles du type $[a, b]$, l'application de la relation de Chasles, et des passages à la limite en $-\infty$ et/ou $+\infty$.

Les intégrales généralisées en un point réel sont hors-programme.

Intégrale $\int_a^{+\infty} f(t)dt$ où f est une fonction continue sur $[a, +\infty[$. Convergence et définition.

L'intégrale $\int_a^{+\infty} f(t)dt$ converge si $\lim_{x \rightarrow +\infty} \int_a^x f(t)dt$ existe et est finie, et dans ce cas, $\int_a^{+\infty} f(t)dt = \lim_{x \rightarrow +\infty} \int_a^x f(t)dt$.

Intégrale $\int_{-\infty}^b f(t)dt$ où f est une fonction continue sur $] -\infty, b]$.

Extension aux intégrales $\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)dt$.

Aucune difficulté théorique ne sera soulevée lors du passage du calcul des intégrales des fonctions continues à celui des intégrales des fonctions continues sauf en un nombre fini de points.

III - Probabilités et statistiques

1 - Variables aléatoires à densité continue par morceaux

Ce paragraphe généralise l'étude de la loi uniforme effectuée en première année.

Le passage du cas discret au cas continu n'est pas explicite. On se limitera à des calculs de probabilités du type $P([X \in I])$, où I est un intervalle de $\mathbf{R}$.

Densité de probabilité.

Une fonction f définie sur $\mathbf{R}$ est une densité de probabilité si elle est positive, continue sur $\mathbf{R}$ éventuellement privé d'un nombre fini de points et telle que $\int_{-\infty}^{+\infty} f(t) dt = 1$.

On se limitera en pratique à des fonctions continues par morceaux, cette notion étant elle-même hors-programme.

Variable aléatoire à densité.

Une variable aléatoire X admet une densité si sa fonction de répartition F_X peut s'écrire sous la forme $x \mapsto \int_{-\infty}^x f(t) dt$ où f est une densité de probabilité.

Sur des exemples, détermination d'une densité de $aX + b$ ou de X^2 .

Espérance, variance et écart-type.

Aucune difficulté théorique ne sera soulevée.

2 - Variables aléatoires à densité usuelles

Chacune des lois usuelles sera illustrée par un exemple concret d'une situation qu'elle modélise.

Loi uniforme. Densité et fonction de répartition.
Espérance et variance.

Notation $X \hookrightarrow \mathcal{U}[a, b]$.

Loi exponentielle. Densité et fonction de répartition. Espérance et variance.

Notation $X \hookrightarrow \mathcal{E}(\lambda)$.

Loi normale (ou de Laplace-Gauss) de paramètres m et σ^2 , où $\sigma > 0$.

Densité.

Notation $X \hookrightarrow \mathcal{N}(m, \sigma^2)$.

Espérance et variance.

Résultats admis.

Loi normale centrée réduite.

Densité.

$X \hookrightarrow \mathcal{N}(m, \sigma^2)$ si et seulement si
 $X^* = \frac{X - m}{\sigma} \hookrightarrow \mathcal{N}(0, 1)$.

On attend des étudiants qu'ils sachent utiliser la fonction de répartition Φ de la loi normale centrée réduite. Pour tout réel x : $\Phi(-x) = 1 - \Phi(x)$.

3 - Convergences et approximations

a) Inégalité de Markov, inégalité de Bienaymé-Tchebychev.

On pourra démontrer ces inégalités dans le cas d'une variable aléatoire discrète ou à densité.

Inégalité de Markov.

Si X est une variable aléatoire à valeurs positives et admettant une espérance,

$$\forall a > 0, \quad P([X \geq a]) \leq \frac{E(X)}{a}.$$

Résultat non exigible. On pourra appliquer cette inégalité à $Y = |X|^r, r \in \mathbf{N}^*$.

Inégalité de Bienaymé-Tchebychev.

Si X est une variable aléatoire admettant un moment d'ordre 2,

$$\forall \varepsilon > 0, \quad P(|X - E(X)| \geq \varepsilon) \leq \frac{V(X)}{\varepsilon^2}.$$

Résultat non exigible.

b) Suites de variables aléatoires discrètes finies

Indépendance mutuelle de n variables aléatoires.

Les variables aléatoires $X_1, \dots, X_n$ sont mutuellement indépendantes si, pour tout choix de n intervalles réels $I_1, \dots, I_n$, les événements $[X_1 \in I_1], \dots, [X_n \in I_n]$ sont mutuellement indépendants.

Indépendance mutuelle d'une suite de variables aléatoires.

Les variables aléatoires de la suite $(X_n)_{n \in \mathbf{N}^*}$ sont dites mutuellement indépendantes si, pour tout entier $n \geq 1$, les variables aléatoires $X_1, \dots, X_n$ sont mutuellement indépendantes.

Espérance de la somme de n variables aléatoires.

Variance d'une somme finie de variables aléatoires indépendantes.

Application à la somme de n variables aléatoires de Bernoulli indépendantes.

c) Loi faible des grands nombres

Loi faible des grands nombres.

Soit $(X_n)_{n \in \mathbf{N}^*}$ une suite de variables aléatoires indépendantes admettant une même espérance m et une même variance et soit pour tout $n \in \mathbf{N}^*, \bar{X}_n = \frac{X_1 + \dots + X_n}{n}$.

Alors $\forall \varepsilon > 0, \lim_{n \rightarrow +\infty} P(|\bar{X}_n - m| \geq \varepsilon) = 0$.

Illustrations. .

4 - Estimation

L'objectif de ce chapitre est, sans insister sur les aspects formels, de dégager la signification de la loi des grands nombres (approche fréquentiste) et de mettre en place la problématique de l'estimation. On introduit sur un exemple simple et concret (par exemple un sondage) cette problématique : on considère un phénomène aléatoire, qu'on a abstrait par une variable aléatoire réelle X dans une famille de lois

dépendant d'un paramètre inconnu θ (sur l'exemple du sondage, une loi de Bernoulli). Le problème de l'estimation consiste alors à déterminer une valeur approchée du paramètre θ à partir d'un échantillon de données $x_1, \dots, x_n$ obtenues en observant n fois le phénomène.

On supposera que cet échantillon est la réalisation de n variables aléatoires $X_1, \dots, X_n$ définies sur un même espace probabilisable $(\Omega, \mathcal{A})$ muni d'une famille de probabilités $(P_\theta)_{\theta \in \Theta}$. Les $X_1, \dots, X_n$ seront supposées P_θ -indépendantes et de même loi que X pour tout θ . On pourra éventuellement introduire la notion d'estimateur, mais ce n'est pas un attendu du programme. Dans les cas considérés, le paramètre sera déterminé par la moyenne de la variable aléatoire. On s'appuie sur la loi faible des grands nombres pour justifier l'utilisation de l'estimateur $\bar{X}_n = \frac{X_1 + \dots + X_n}{n}$ pour estimer l'espérance commune des variables aléatoires indépendantes X_i de même loi que X .

Echantillon.

a) Estimation ponctuelle.

La réalisation de $\bar{X}_n = \frac{X_1 + \dots + X_n}{n}$ observée sur l'échantillon $x_1, \dots, x_n$ est l'estimation du paramètre obtenue sur cet échantillon.

On donne les exemples de la loi de Bernoulli et de la loi de Poisson.

b) Estimation par intervalle de confiance.

La démarche consiste non plus à donner une estimation ponctuelle du paramètre θ mais à trouver un intervalle aléatoire, appelé intervalle de con

fiance, qui le contienne avec une probabilité minimale donnée. Ce paragraphe a uniquement pour but de préciser le vocabulaire employé. Les situations seront étudiées sous forme d'exercices dans des séances d'exercices et de travaux pratiques, aucune connaissance autre que ce vocabulaire n'est exigible sur les intervalles de confiance. On introduit l'intervalle de confiance obtenu à partir de l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev. On en explique la signification. On remarque que la précision augmente avec la taille de l'échantillon. La démonstration n'est pas un attendu du programme.

Intervalle de confiance : La probabilité que l'intervalle $\left[\bar{X}_n - \sqrt{\frac{V(X)}{na}}, \bar{X}_n + \sqrt{\frac{V(X)}{na}} \right]$ contienne la moyenne $E(X)$ est supérieure à $1 - a$.

On se limitera au cas d'une variable de Bernoulli.

Résultat non exigible.

En pratique, la variance V est inconnue, mais on peut la majorer par $\frac{1}{4}$.

On particularise numériquement les intervalles de confiance au seuil de confiance de 90 % et de 95 %.

Intervalle de confiance de la moyenne d'une loi normale dont l'écart-type est connu.

On remarque que dans la pratique, l'écart-type n'est pas connu, ce qui conduit à utiliser l'écart-type de l'échantillon (écart-type empirique).

Enseignement annuel d'informatique et d'algorithmique

I - Éléments d'informatique et d'algorithmique

En première année, les élèves ont consolidé les bases de manipulation du langage Python. L'objectif de l'enseignement d'informatique de seconde année est de permettre aux étudiants de l'utiliser de manière judicieuse et autonome pour illustrer ou modéliser des situations concrètes en mobilisant leurs connaissances mathématiques.

Le programme d'informatique s'articule autour de quatre thèmes : statistiques descriptives bivariées, études de suites et de fonctions, simulation de lois, estimation.

L'ordre dans lequel les thèmes sont abordés est libre, mais il est préférable de mener ces activités en cohérence avec la progression du cours de mathématiques.

Les exemples traités dans un thème devront être tirés, autant que possible, de situations réelles (traitement de données économiques, sociologiques, historiques, démographiques, en lien avec le monde de l'entreprise ou de la finance, etc.), en faisant dès que possible un rapprochement avec les autres disciplines.

Pour certains thèmes, il sera nécessaire d'introduire de nouvelles notions mathématiques ; celles-ci seront introduites lors des séances d'informatique ; elles ne pourront en aucun cas être exigibles des étudiants, et toutes les précisions nécessaires seront données lors de leur utilisation.

Le langage informatique retenu pour la programmation dans ce programme des classes économiques et commerciales, option technologique, est Python.

Toute la richesse du langage Python ne peut pas être entièrement maîtrisée par un étudiant, aussi seules les fonctions et commandes exigibles du programme de première année sont exigibles, et leur syntaxe précise doit être rappelée. D'autres fonctions, par commodité, pourront être utilisées en classe, mais ceci ne pourra se faire qu'avec parcimonie. L'objectif principal de l'activité informatique reste la mise en pratique de connaissances mathématiques. Ces commandes supplémentaires devront être présentées en préambule et toutes les précisions nécessaires devront être données lors de leur utilisation et leur interprétation. On favorisera à cette occasion l'autonomie et la prise d'initiatives des étudiants grâce à l'utilisation de l'aide de Python, et à l'usage d'opérations de « copier-coller » qui permettent de prendre en main rapidement des fonctions nouvelles et évitent d'avoir à connaître par cœur la syntaxe de commandes complexes.

L'objectif de ces travaux pratiques n'est pas l'écriture de longs programmes mais l'assimilation de savoir-faire et de compétences spécifiés dans la liste des exigibles et rappelés en préambule de chaque thème.

1 - Liste des savoir-faire et compétences

C1 : Produire et interpréter des résumés numériques et graphiques d'une série statistique (simple, double) ou d'une loi.

C2 : Modéliser et simuler des phénomènes (aléatoires ou déterministes) et les traduire en langage mathématique.

C3 : Porter un regard critique sur les méthodes d'estimation et de simulation.

C4 Stocker, organiser et extraire des données structurées volumineuses.

II - Langage Python

Les commandes exigibles ont été listées dans le programme de première année.

III - Liste des thèmes

1 - Statistiques descriptives bivariées

(Durée indicative : 4 heures. Compétences développées : **C1** et **C3**)

On s'appuiera sur les représentations graphiques pour montrer l'intérêt et les limites des indicateurs.

Série statistique à deux variables, nuage de points associé.

Point moyen $(\bar{x}, \bar{y})$ du nuage.

Covariance empirique, coefficient de corrélation empirique, droites de régression.

On tracera le nuage de points et on pourra effectuer des pré-transformations pour se ramener au cas linéaire.

Analyse de deux caractères quantitatifs : covariance empirique, corrélation linéaire empirique, ajustement affine par la méthode des moindres carrés.

On différenciera les variables explicatives des variables à expliquer et on soulignera la distinction entre corrélation et causalité.

On pourra donner des exemples d'utilisation de la droite de régression pour faire des prévisions dans le cadre de problèmes concrets.

On pourra utiliser les commandes : `plt.scatter`, `np.polyfit`, `np.corrcoef` ou un tableur

2 - Simulation de lois, application au calcul d'espérances

(Durée indicative : 4 heures. Compétences développées : **C1**, **C2**, et **C3**)

Ces simulations de variables aléatoires seront introduites comme illustrations de problèmes concrets, et permettront d'en vérifier la compréhension par les étudiants. Dans toutes les simulations effectuées, on pourra comparer les échantillons obtenus avec les distributions théoriques, en utilisant des diagrammes en bâtons et des histogrammes. On pourra aussi tracer la fonction de répartition empirique et la comparer à la fonction de répartition théorique. On pourra utiliser les générateurs de nombres aléatoires selon les lois uniformes, binomiales, géométriques, normales, de la bibliothèque `numpy.random` : `rd.random`, `rd.binomial`, `rd.randint`, `rd.geometric`, `rd.poisson`, `rd.exponential`, `rd.normal` .

Simulation de la loi uniforme sur $[0, 1]$; sur $[a, b]$.

Simulation de phénomènes aléatoires à partir de lois usuelles.

Méthodes de simulation d'une loi géométrique.

Comparaison entre différentes méthodes : utilisation d'une loi de Bernoulli et d'une boucle `while`, utilisation du générateur `rd.random`.

Simulation de lois usuelles.

3 - Bases de données

(Durée indicative : 4 heures. Compétences développées : **C4**)

Dans la continuité du programme de première année, on poursuit l'étude du langage SQL avec la création de table et l'interrogation avancée via l'instruction JOIN. On introduira ces concepts à l'aide d'exemples simples issus de contextes appropriés.

a) Commandes exigibles

"SELECT* FROM nom_de_table_1 INNER JOIN nom_de_table_2".

Réalisation d'une jointure. On pourra ajouter une condition "ON Φ " dans le cas où Φ est une conjonction d'égalités.

Aucune autre notion de jointure n'est dans ce programme.

"CREATE TABLE nom_de_table".

Création d'une table.

b) Commandes non exigibles

Les commandes non exigibles ont été listées dans le programme de première année.

4 - Théorème limite central

(Durée indicative : 4 heures. Compétences développées : **C1**, **C2**, et **C3**)

L'objectif est ici de dégager des conséquences importantes du théorème limite central qui n'est pas au programme. On met en œuvre sur des exemples ce théorème, qu'on pourra énoncer sans formaliser la notion de convergence. On souhaite dégager la pertinence de l'utilisation de la loi normale pour modéliser les phénomènes résultant de nombreux phénomènes aléatoires indépendants et de l'intervalle de confiance asymptotique dont on pourra mettre en valeur la précision.

Etude de la distribution des moyennes empiriques par simulation informatique de la loi de $X = \frac{Y_1 + \dots + Y_n}{n}$ où $Y_1, \dots, Y_n$ sont des variables aléatoires indépendantes suivant toutes une même loi discrète d'espérance μ et d'écart type σ .

On cherche à visualiser la convergence vers la loi normale d'espérance μ et d'écart type σ . On pourra produire un échantillon de taille N des moyennes empiriques d'échantillons de taille n d'une variable aléatoire d'espérance μ et d'écart type σ , et le représenter sous forme d'un histogramme. On observera l'effet de l'augmentation de n sur la dispersion des moyennes.

Simulation informatique de la loi de $X = \frac{Y_1 + \dots + Y_n}{n}$ où $Y_1, \dots, Y_n$ sont des variables aléatoires indépendantes suivant toutes la loi uniforme à densité sur $[0, 1]$.

On remarquera que la variable aléatoire centrée réduite associée à X est une approximation de la loi normale centrée réduite et on sensibilisera les étudiants au théorème limite central, en testant cette simulation avec d'autres lois.

Intervalle de confiance asymptotique.

On compare l'intervalle de confiance obtenu avec l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev avec l'intervalle de confiance asymptotique, qu'on présentera en invoquant le théorème limite central pour estimer le paramètre d'une loi de Bernoulli.



Classes préparatoires aux grandes écoles

Filière économique

Voie technologique ECT

Annexe 2

Programmes de droit et d'économie

1^{ère} et 2^{nde} années

ECT – PROGRAMMES DE DROIT ET D'ÉCONOMIE

PRÉAMBULE

Les enseignements de Droit et d'Économie, en classe préparatoire aux grandes écoles voie économique et commerciale option technologique, s'inscrivent dans la continuité de l'enseignement « Droit-économie » prodigué au lycée en voie technologique. Chaque programme propose des approfondissements et des prolongements en prenant appui sur des questionnements en lien avec la réalité dans ses dimensions juridiques ou économiques.

L'enseignement du droit et de l'économie permettent de développer chez l'étudiant :

- une capacité à comprendre les enjeux du monde contemporain, afin de pouvoir mener une réflexion critique ;
- une compréhension de la diversité des approches autour d'un même sujet ;
- un discernement pour exercer sa citoyenneté en se situant au sein de la société, en identifiant les droits et obligations afférents à une situation et en formulant des raisonnements argumentés.

1- PROGRAMME DE DROIT

L'enseignement de droit vise à développer la compréhension et la maîtrise des mécanismes juridiques fondamentaux. Ce programme centré sur l'entreprise permet de parcourir un éventail de questions rencontrées lors de l'exercice d'une activité économique.

Il accorde une place importante à la veille juridique qui exprime le caractère évolutif du droit et qui s'avère indispensable aujourd'hui pour tout acteur devant se référer au droit. Structurée autour d'un thème permanent et défini, la veille juridique vise à mobiliser les sources de droit comme objet de l'étude et de la compréhension de l'évolution du droit.

S'inscrivant dans la continuité de l'enseignement de droit en voie technologique, l'étudiant va poursuivre ses apprentissages autour de 3 objectifs :

- acquérir une culture juridique à travers notamment une activité de veille juridique qui vise à repérer les évolutions du droit pour en identifier les incidences afférentes ;
- mobiliser des notions juridiques à partir de l'analyse de situations juridiques didactisées issues de la vie des entreprises ;
- mettre en œuvre les différentes méthodologies juridiques : qualification juridique, argumentation, recherche et exploitation d'une documentation juridique.

Le programme s'articule en deux parties :

- une première partie consacrée à la veille juridique,
- une seconde partie structurée autour de 5 thèmes présentant chacun un questionnement. Ce choix vise à favoriser le développement de l'argumentation par la construction de réponses aux questions formulées. Dans ce cadre, l'étudiant sera amené à développer les capacités énoncées à partir des contenus notionnels et d'éléments issus de l'actualité juridique.

PREMIÈRE PARTIE - VEILLE JURIDIQUE : LE DROIT DES ENTREPRISES, UN DROIT ÉVOLUTIF ET VIVANT

Dans le cadre de l'enseignement du droit, l'activité de veille juridique doit permettre, au travers notamment de l'étude des sources de droit, de faire prendre conscience à l'étudiant du caractère évolutif du droit et des liens qu'il entretient avec les différentes activités de l'entreprise.

L'étudiant développe la capacité à analyser et à exploiter les sources de droit pour comprendre comment les sources de droit principalement nationales et européennes encadrent l'activité des entreprises et comment elles évoluent au regard du thème de veille défini ci-dessous.

Les sources de droit obéissent à une hiérarchie qui forme un ordre juridique cohérent. Les contenus notionnels visés dans la seconde partie du programme sont issus de ces sources.

L'activité de veille juridique accompagne donc l'acquisition et la compréhension des notions et capacités tout au long de l'étude du programme et porte sur le thème suivant :

« Activités des entreprises et libertés individuelles »

Le thème de veille juridique constitue un fil directeur dans la formation des étudiants et son exercice s'opère en continu au fur et à mesure de l'avancée du programme et dans la limite de celui-ci.

L'activité de veille pourra permettre aux étudiants de développer et de construire un travail collaboratif valorisant ainsi une capacité nécessaire à la poursuite d'études supérieures. L'accès à des équipements informatiques et à des outils numériques est nécessaire afin de permettre aux étudiants de mobiliser les différentes modalités de veille et de curation.

À cette occasion, sont mobilisées et enrichies les capacités méthodologiques et transversales de l'étudiant(e) énoncées ci-dessous :

- repérer parmi les sources du droit les éléments pertinents permettant de comprendre l'évolution du droit des entreprises ;
- analyser et exploiter une documentation juridique fournie (arrêt, article juridique...) au regard des éléments de veille étudiés ;
- déterminer la règle applicable dans une situation juridique donnée ;
- apprécier l'apport d'un document au regard du thème de la veille juridique.

D'autres capacités plus spécifiques à l'étude des sources du droit sont mobilisées par les étudiant(e)s tout au long de leurs deux années de formation dans la perspective du thème de veille :

- analyser les sources de droit garantes des libertés individuelles des personnes dans le cadre de l'activité économique ;
- expliquer le rôle du pouvoir législatif et le rôle du pouvoir réglementaire ;
- analyser le rôle et l'apport de la jurisprudence de la Cour de cassation et de la Cour européenne des droits de l'homme (CEDH) pour les entreprises ;
- analyser et comprendre la portée des décisions d'autorités administratives indépendantes (AAI) pour les entreprises et l'activité économique ;
- identifier les missions du défenseur des droits ;
- expliquer l'intérêt pour l'entreprise de recourir au droit négocié dans l'exercice de ses activités.

DEUXIÈME PARTIE - LES THÈMES JURIDIQUES MOBILISANT DES QUESTIONS POSÉES PAR LE DROIT AUX ENTREPRISES

THÈME 1 - LE CADRE JURIDIQUE DE LA VIE DES ENTREPRISES

➤ Qu'est-ce que le droit pour les entreprises ?

CAPACITÉS	NOTIONS
- Identifier les finalités et spécificités de la règle de droit pour l'activité de l'entreprise.	La règle de droit : finalités et caractéristiques Le droit objectif et les droits subjectifs La personnalité juridique
- Expliquer la distinction entre les différents droits des personnes juridiques.	La classification des droits La distinction entre droits patrimoniaux et droits extrapatrimoniaux
- Justifier l'application du droit à une entreprise.	Le droit au respect de la vie privée Les caractéristiques juridiques de l'entreprise

➤ Comment s'articulent les sources du droit pour encadrer l'activité des entreprises ?

CAPACITÉS	NOTIONS
- Déterminer l'origine des différentes sources du droit s'appliquant aux entreprises.	La typologie des sources de droit La classification des institutions et organes nationaux et européens créateurs de la règle de droit
- Expliquer l'application de la hiérarchie des sources de droit dans le cadre de l'activité économique.	Les acteurs et les mécanismes du contrôle de la hiérarchie des sources : le contrôle de légalité, contrôle de constitutionnalité, le contrôle de conventionalité
- Distinguer les missions des organes de contrôle de la hiérarchie des sources .	

➤ Comment le droit permet-il de régler les litiges impliquant des entreprises ?

CAPACITÉS	NOTIONS
- Analyser les grands principes de la justice qui s'appliquent aux entreprises en France.	Les grands principes de la justice Le principe du contradictoire Les voies de recours : appel, pourvoi et saisine de la CEDH
-Proposer une voie de recours pertinente d'accès à la justice.	La spécialisation des règles de droit Les conditions de mise en œuvre de la règle
- Déterminer le champ d'application d'une règle de droit.	Les actes et faits juridiques Les systèmes de preuve
- Apporter la preuve de l'existence d'un droit.	Les procédés de preuve

THÈME 2 - LA PROTECTION DES DROITS DES ENTREPRISES

➤ Quelle est l'étendue des libertés économiques et quelles en sont les limites?

CAPACITÉS	NOTIONS
- Justifier le rôle et la portée des libertés économiques.	La liberté d'entreprendre La liberté du commerce et de l'industrie
- Analyser les limites des libertés économiques.	L'ordre public de protection ; l'ordre public de direction
- Qualifier les pratiques anticoncurrentielles.	La liberté de la concurrence Les pratiques anticoncurrentielles : entente illicite et abus de position dominante

➤ Comment entreprendre ?

CAPACITÉS	NOTIONS
- Conseiller sur le choix d'un type de structure juridique pour entreprendre.	L'entreprise individuelle (dans le domaine commercial) Le type de société commerciale : notion de société de personnes, de société de capitaux, de société hybride
- Analyser les conséquences de l'acquisition de la personnalité juridique pour l'entreprise.	Les mécanismes juridiques de protection du patrimoine des propriétaires de l'entreprise
- Identifier les conditions d'attribution de la commercialité.	Les personnes physiques et personnes morales La qualité de commerçant

➤ Comment le droit encadre-t-il l'exploitation des actifs immatériels des entreprises ?

CAPACITÉS	NOTIONS
- Identifier et mettre en œuvre les modalités juridiques de protection de la propriété industrielle.	La propriété industrielle Le brevet La marque Les mécanismes de protection : action civile en contrefaçon, action en nullité, action en déchéance, action en épuisement du droit
- Analyser les conditions de mise en œuvre du RGPD.	La territorialité de la protection : protection nationale et européenne
- Analyser la protection de l'entreprise face à des comportements déloyaux.	Le RGPD : données personnelles, traitement et territorialité
- Identifier les informations protégées par le secret des affaires et les modalités juridiques de cette protection.	Les faits constitutifs de concurrence déloyale Le secret des affaires

THÈME 3 - LE CONTRAT : UN INSTRUMENT JURIDIQUE D'ORGANISATION DES RELATIONS ÉCONOMIQUES DES ENTREPRISES AVEC LEURS PARTENAIRES

➤ Quels sont les enjeux juridiques de la formation du contrat pour les entreprises ?

CAPACITÉS	NOTIONS
<i>- Expliquer le rôle du contrat dans la sécurisation des relations de l'entreprise avec ses partenaires.</i> <i>- Analyser les modalités de formation du contrat dans le cadre d'une relation économique.</i>	La notion d'obligation La classification des contrats Le principe du consensualisme Le principe de la force obligatoire du contrat pour les parties Le principe de la liberté contractuelle La négociation du contrat La formation du contrat Les vices du consentement La violence économique Le principe de bonne foi (négociation, formation et validité) L'action en nullité

➤ Comment le contrat permet-il à l'entreprise de s'adapter à l'évolution du contexte économique ?

CAPACITÉS	NOTIONS
<i>- Évaluer la possibilité de la révision du contrat pour l'entreprise.</i> <i>- Analyser les effets juridiques de certaines clauses contractuelles.</i>	Le droit à la renégociation dans le cadre de l'imprévision La clause résolutoire La clause pénale La clause suspensive La clause de renégociation

➤ Quelles sont les réponses juridiques en cas de manquement contractuel ?

CAPACITÉS	NOTIONS
<i>- Conseiller un ou plusieurs mécanismes mobilisables par le créancier en cas de manquement contractuel.</i> <i>- Identifier les causes d'exonération possibles.</i>	L'exception d'inexécution L'exécution forcée La réduction du prix La résolution ou résiliation du contrat Les conditions de la mise en jeu de la responsabilité contractuelle La réparation La clause limitative de responsabilité La clause d'exonération de responsabilité La cause étrangère (force majeure, fait d'un tiers et fait du créancier)

➤ **Comment préserver l'équilibre contractuel entre l'entreprise et le consommateur ?**

CAPACITÉS	NOTIONS
<i>- Qualifier une personne de consommateur ou de non professionnel dans une situation juridique donnée.</i>	La notion de consommateur, non-professionnel et professionnel
<i>- Montrer les spécificités d'un contrat de consommation.</i>	L'obligation d'information L'obligation de conseil Le droit de rétractation du consommateur La protection du consommateur dans le cadre du contrat électronique La garantie légale de conformité
<i>- Analyser les conséquences juridiques d'une clause d'abus en droit de la consommation.</i>	La clause abusive
<i>- Analyser les obligations des entreprises pour l'exécution du contrat de vente formé avec un consommateur.</i>	L'obligation de délivrance conforme La garantie des vices cachés

THÈME 4 - LA RESPONSABILITÉ CIVILE EXTRA CONTRACTUELLE DES ENTREPRISES

➤ **Sur quels fondements l'entreprise peut-elle voir sa responsabilité extracontractuelle engagée ?**

CAPACITÉS	NOTIONS
<i>- Distinguer les fondements de la responsabilité civile de la responsabilité pénale.</i>	La distinction entre responsabilité civile et responsabilité pénale Les différents types de dommages Les caractères du dommage réparable
<i>- Identifier les caractéristiques du dommage réparable dans une situation juridique donnée.</i>	Les conditions de mise en jeu de la responsabilité civile extracontractuelle La responsabilité du fait personnel La responsabilité du fait des choses La responsabilité de l'employeur du fait de ses salariés
<i>- Conseiller une ou plusieurs actions en réparation dans une situation donnée et en déduire les modes d'exonération possibles.</i>	Les causes d'exonération (faits justificatifs et cause étrangère)
<i>- Évaluer le risque de mise en œuvre de la responsabilité civile du fait du préjudice écologique résultant de l'activité d'une entreprise.</i>	Le régime spécial de responsabilité du fait des produits défectueux et ses causes spécifiques d'exonération Le préjudice écologique

➤ **Comment le droit cherche-t-il à préserver l'équilibre dans les relations commerciales ?**

CAPACITÉS	NOTIONS
<i>- Identifier la présence d'un déséquilibre dans une relation commerciale et en déduire les conséquences juridiques.</i>	Les pratiques restrictives de concurrence Le déséquilibre significatif L'obtention d'un avantage sans contrepartie
<i>- Caractériser une rupture brutale de relations commerciales établies et en déduire les conséquences juridiques.</i>	La rupture brutale des relations commerciales établies

THÈME 5 : LES RELATIONS INDIVIDUELLES DE TRAVAIL DANS LES ENTREPRISES

➤ Comment le droit reconnaît-il l'existence d'une relation de travail avec les entreprises ?

CAPACITÉS	NOTIONS
- <i>Distinguer le contrat de travail du contrat d'entreprise ou du contrat de prestation de services.</i>	La définition du contrat de travail Les critères d'existence du contrat de travail
- <i>Conseiller le choix d'un contrat de travail dans une situation donnée.</i>	Les principaux types de contrats de travail : le CDI et le CDD La conclusion des contrats de travail Le régime juridique du CDI et du CDD
- <i>Analyser l'exercice du pouvoir de direction de l'employeur face aux droits des salariés.</i>	Les pouvoirs de l'employeur Les droits individuels des salariés

➤ Quels sont les principaux aménagements que les entreprises peuvent apporter à la relation de travail ?

CAPACITÉS	NOTIONS
- <i>Analyser la mise en œuvre de clauses particulières du contrat de travail dans une situation donnée.</i>	La clause d'essai La clause de non-concurrence La clause de mobilité géographique
- <i>Qualifier l'évolution de la relation de travail et en déduire le régime juridique applicable.</i>	La modification du contrat de travail Le changement des conditions de travail Les effets sur le contrat de travail de la modification de la situation juridique de l'employeur

➤ Comment les parties au contrat de travail peuvent-elles rompre leur relation de travail ?

CAPACITÉS	NOTIONS
- <i>Déterminer le mode de rupture du contrat de travail adapté dans une situation donnée et en déduire le régime juridique applicable.</i>	Les motifs du licenciement pour fait personnel Les motifs du licenciement économique La rupture initiée par le salarié : la démission La rupture conventionnelle individuelle La rupture conventionnelle collective
- <i>Analyser les suites de la rupture du contrat de travail.</i>	La prise d'acte de la rupture La transaction La mise en œuvre de la clause de non concurrence La mise en œuvre de la clause de confidentialité

2- PROGRAMME D'ÉCONOMIE

L'enseignement d'économie vise à développer la compréhension du monde contemporain, à travers l'étude de questions économiques permettant aux étudiants de construire un raisonnement argumenté à partir d'un dossier documentaire ou d'une problématique posée.

S'inscrivant dans la continuité de l'enseignement d'économie en voie technologique, l'étudiant va poursuivre ses apprentissages méthodologiques autour de 4 objectifs :

- analyser une documentation économique non retraitée et de nature variée (textes économiques, tableaux, graphiques, schémas...) ;
- mobiliser des notions et des données économiques pour expliquer des phénomènes économiques ;
- structurer une argumentation sur un sujet contemporain donné ;
- synthétiser un dossier documentaire après avoir hiérarchisé les informations.

Au travers des différents travaux proposés, les étudiants seront amenés à développer leur sens critique.

Le programme s'articule autour de 5 thèmes présentant chacun un questionnement. Ce choix vise à favoriser le développement de l'argumentation par la construction de réponses aux questions formulées. Dans ce cadre, l'étudiant sera amené à développer les capacités énoncées à partir des contenus notionnels et d'éléments issus de l'actualité économique.

THÈME 1 : LES FONDEMENTS ET LES FINALITÉS DE L'ACTIVITÉ ÉCONOMIQUE

➤ Comment l'activité économique crée-t-elle de la richesse ?

CAPACITÉS	NOTIONS
- Distinguer les principales ressources mobilisées pour produire des biens et des services.	La rareté des ressources Les principales classifications des biens et services Les ressources pour produire La technologie de production
- Analyser l'allocation des ressources.	Les besoins humains L'allocation des ressources : choix économique sous contraintes, coût d'opportunité, raisonnement à la marge
- Évaluer la pertinence du PIB pour mesurer la richesse.	Le Produit intérieur Brut (PIB) Le revenu national brut (RNB)
- Comparer à l'aide du PIB les performances économiques d'un pays dans le temps et dans l'espace.	

➤ Quelles sont les transformations contemporaines du système productif ?

CAPACITÉS	NOTIONS
- <i>Caractériser un système productif national.</i> - <i>Identifier les principales transformations contemporaines du système productif.</i> - <i>Analyser les causes des mutations du système productif et les défis économiques et sociaux qui en découlent.</i>	La structure du système productif La classification des activités économiques (secteurs et branches) La concentration de l'offre, Les effets de la demande (notamment niveau de vie et effet revenu) Les effets de l'offre (notamment gains de productivité et évolution des prix relatifs) La tertiarisation La désindustrialisation La numérisation de l'économie L'ouverture des économies

➤ Quelles relations d'interdépendance entretiennent les acteurs de l'activité économique ?

CAPACITÉS	NOTIONS
- <i>Décrire les fonctions et les ressources principales des agents économiques résidents.</i> - <i>Expliquer le rôle de la monnaie dans les échanges entre les agents économiques.</i> - <i>Identifier les différents flux d'échanges entre les agents économiques résidents et non-résidents.</i> - <i>Analyser les relations d'interdépendance entre les différents agents économiques.</i>	Les secteurs institutionnels Les principales fonctions économiques des agents Les ressources principales des agents La monnaie : attributs, fonction, formes, les crypto-actifs. La création monétaire Les différents types de marchés Les flux de production, de consommation et d'investissement entre les agents résidents Les flux de revenu : revenus primaires et revenu disponible Les principaux flux du compte des transactions courantes L'équilibre emplois et ressources en biens et services L'équilibre épargne-investissement en économie fermée et ouverte

THÈME 2 : LE FONCTIONNEMENT DE L'ÉCONOMIE DE MARCHÉ

➤ Pourquoi l'économie de marché s'est-elle imposée ?

CAPACITÉS	NOTIONS
<i>-Expliquer la formation du prix d'équilibre sur un marché.</i> <i>-Discuter des différentes fonctions d'un prix sur un marché.</i> <i>-Expliquer le rôle du marché dans le fonctionnement de l'économie.</i>	Les déterminants de l'offre et de la demande et leurs effets La loi de l'offre et de la demande Les rôles des prix : rôle informationnel, rôle autorégulateur, rôle incitatif L'équilibre économique de marché L'intervention de l'État sur les prix Les principes du capitalisme Le libéralisme et l'interventionnisme L'économie de marché(s)

➤ Quelles sont les dynamiques contemporaines de la concurrence et de la compétition entre firmes sur les marchés ?

CAPACITÉS	NOTIONS
<i>- Caractériser un marché.</i> <i>- Analyser le rôle de la concurrence dans une économie de marché.</i> <i>- Expliquer la réalité de la concurrence imparfaite sur de nombreux marchés.</i>	Les structures de marché et l'intensité concurrentielle La concurrence parfaite et imparfaite La concentration horizontale et verticale Les indicateurs de concentration d'un marché Le pouvoir de marché La contestabilité d'un marché Les effets de la concurrence sur les consommateurs et sur les producteurs La concurrence et le bien être : le surplus collectif Le paradoxe de la concurrence et la dynamique de concentration des marchés Les stratégies de différenciation Les effets de réseau Les pratiques anticoncurrentielles : ententes illicites et abus de position dominante

- Quelles sont les réponses de l'État aux défaillances de marché et aux imperfections de la concurrence ?

CAPACITÉS	NOTIONS
- Expliquer les défaillances de marché dans l'allocation des ressources. - Analyser la capacité de l'État à remédier aux défaillances de marché. - Questionner l'efficacité de la politique de concurrence pour répondre aux imperfections de marché.	- Les externalités - Les biens collectifs, les biens communs - Les monopoles naturels - Les asymétries d'informations - La réglementation : interdictions, normes, obligations - Les solutions incitatives : fiscalité, subventions, distribution de droits de propriété - Les missions et instruments de la politique de la concurrence - Les stratégies d'ouverture à la concurrence et de déréglementation des marchés

THÈME 3 : ORIGINE ET SOUTENABILITÉ DE LA CROISSANCE ÉCONOMIQUE

- D'où vient la croissance économique ?

CAPACITÉS	NOTIONS
- Analyser l'origine de la croissance économique à partir de la première révolution industrielle. - Caractériser les facteurs de la croissance. - Distinguer les explications théoriques de la croissance.	- La croissance économique - Les révolutions industrielles - Le rattrapage économique - Les explications conjoncturelles de la croissance du PIB - Les déterminants de la croissance de long terme - La productivité globale des facteurs - La croissance extensive et intensive - La croissance effective et la croissance potentielle - Les cycles longs de la croissance : innovations et destruction-créatrice - La croissance et le progrès technique - Le rôle de l'État dans la croissance de long terme

➤ Quelles influences du système bancaire et financier sur la croissance économique ?

CAPACITÉS	NOTIONS
- Analyser la structure et le fonctionnement des systèmes financiers. - Analyser les modalités de financement des entreprises et de l'État. - Expliquer les effets du financement de l'économie par les banques et les marchés financiers, sur la croissance économique.	La finance directe et la finance indirecte Les fonctions principales du système bancaire et financier Les modes de financement alternatifs La structure des marchés de capitaux : marché monétaire et marché financier (marchés dérivés exclus) La libéralisation de la finance et la financiarisation de l'économie Les risques bancaires et le cycle du crédit L'efficacité des marchés financiers et la formation de bulles spéculatives Les crises financières et les modes de propagation à l'économie réelle

➤ Quels sont les enjeux d'une croissance économique inclusive et durable ?

CAPACITÉS	NOTIONS
- Analyser les effets ambivalents de la croissance économique sur le développement économique et humain. - Caractériser les dimensions du développement durable. - Analyser la relation entre croissance économique et inégalités économiques.	La croissance et le développement économique Les indicateurs de mesure du niveau de développement humain Le développement durable La soutenabilité forte et faible La croissance et la répartition des revenus Les inégalités économiques de revenus et de patrimoine contemporaines La croissance économique inclusive Les modalités de transmission des inégalités à la croissance

➤ Repenser la croissance ?

CAPACITÉS	NOTIONS
- Expliquer les limites de la croissance économique. - Identifier les enjeux d'une croissance soutenable. - Analyser les modèles économiques alternatifs à la croissance économique.	L'état stationnaire Le capital naturel, les biens premiers et les capacités La transition écologique La croissance verte La finance responsable La décroissance L'économie sociale et solidaire, L'économie collaborative L'économie de la fonctionnalité Les limites des modèles économiques alternatifs à la croissance économique

THÈME 4 : OUVERTURE INTERNATIONALE DES ÉCONOMIES

➤ Pourquoi les économies font-elles le choix de s'ouvrir ?

CAPACITÉS	NOTIONS
- Analyser les principales évolutions contemporaines du commerce européen et mondial. - Expliquer le choix de l'ouverture aux échanges de biens et de services. - Justifier la régulation du commerce international.	Les indicateurs de l'intégration commerciale des nations La structure du commerce mondial Les échanges inter branches et intra branches Les fondements du libre-échange Les EMN, les IDE et les chaînes de valeur mondiales La dynamique du marché européen L'OMC et les principes du multilatéralisme Le régionalisme

➤ Quelles sont les principales controverses relatives à l'ouverture internationale des économies ?

CAPACITÉS	NOTIONS
- Présenter les effets de l'ouverture du commerce international sur les inégalités et l'environnement. - Analyser les enjeux de la globalisation financière. - Discuter des avantages et des contraintes de l'appartenance à la zone euro.	Les inégalités internes Les effets de l'ouverture du commerce international sur : - le système productif et sur l'emploi - les effets sur le bien être - les effets de composition d'échelle et de progrès technique La globalisation financière La stabilité financière Risque systémique Les crises financières (à l'exclusion des crises de changes) La zone monétaire optimale Zone euro : avantages, modalités de gouvernance, politique monétaire unique, l'encadrement des politiques budgétaires

➤ Comment l'Etat cherche-t-il à adapter son économie au contexte de l'ouverture internationale ?

CAPACITÉS	NOTIONS
- Présenter la nature et les effets des politiques commerciales nationales. - Étudier les politiques industrielles et de compétitivité nationales. - Analyser les enjeux des politiques d'attractivité du territoire.	Les politiques tarifaires et non tarifaires Protectionnisme : justifications et effets La politique industrielle La politique de compétitivité La politique d'attractivité du territoire La politique de concurrence La stratégie européenne de compétitivité

THÈME 5 : LA RÉGULATION PUBLIQUE DES QUESTIONS ÉCONOMIQUES, SOCIALES ET ENVIRONNEMENTALES

- Pourquoi mettre en œuvre des actions de régulation macroéconomique par des politiques économiques ?

CAPACITÉS	NOTIONS
- Distinguer les principaux déséquilibres macro-économiques. - Identifier les principales formes de la politique économique. - Analyser la place de l'État face à la question des biens publics globaux.	- L'inflation/déflation - Le chômage - Le déséquilibre extérieur - Les politiques économiques : typologie, objectifs et instruments - La typologie des biens publics mondiaux

- Quelles régulations face aux problèmes économiques ?

CAPACITÉS	NOTIONS
- Analyser les fondements et les contraintes de la politique budgétaire. - Identifier les caractéristiques d'une fiscalité efficace dans une économie globalisée. - Analyser les fondements et les contraintes de la politique monétaire des banques centrales. - Expliquer le besoin de coopération interétatique en matière de politiques économiques.	- Les stabilisateurs automatiques de la politique budgétaire - Les multiplicateurs de la politique budgétaire - La soutenabilité des finances publiques - La crédibilité de la politique budgétaire - La fiscalité optimale, la fiscalité incitative - La concurrence fiscale - La coopération fiscale internationale - L'indépendance des banques centrales - Les politiques monétaires conventionnelles et non-conventionnelles - L'efficacité du policy mix - Les organes et institutions régionales et internationales

- Quelles politiques face aux problèmes d'emploi et de chômage ?

CAPACITÉS	NOTIONS
- Analyser les déséquilibres sur le marché du travail. - Expliquer les causes des déséquilibres sur le marché du travail. - Discuter l'efficacité des politiques de l'emploi.	- Le chômage : mesure et formes - L'emploi : taux d'emploi, taux d'activité - La rigidité du marché du travail et des salaires - Le dualisme du marché du travail - Les politiques actives et passives de l'emploi - Les politiques d'action sur la demande et l'offre de travail - La flexibilité et sécurité sur le marché du travail

- Quelles politiques face aux risques sociaux, aux inégalités économiques et aux défis environnementaux ?

CAPACITÉS	NOTIONS
<i>- Analyser la protection sociale.</i> <i>- Identifier les principales politiques sociales de lutte contre les inégalités économiques et la pauvreté.</i> <i>- Présenter les politiques de l'environnement.</i>	Les politiques de redistribution Les politiques sociales La protection sociale : logiques d'assurance, d'assistance, de protection universelle Les effets de la mondialisation sur l'environnement La politique environnementale : principes généraux et instruments de la politique environnementale



Classes préparatoires aux grandes écoles

Filière économique

Voie technologique ECT

Annexe 3

Programmes de management et sciences de gestion

1^{ère} et 2^{nde} années

Programme de Management et Sciences de gestion (classe ECT)

Le programme de « management et sciences de gestion » en classe préparatoire aux grandes écoles voie économie et commerciale option technologique (CPGE ECT) intègre des savoirs et démarches disciplinaires que les étudiants ont abordés au cours du cycle terminal du lycée en série Sciences et Technologies du Management et de la Gestion (STMG)¹. Il constitue une étape d'un parcours de formation au terme duquel les étudiants prétendent à l'obtention d'un master en école de management ou à l'université. L'enseignement de « management et sciences de gestion » place délibérément les étudiants en position d'analyser des situations organisationnelles complexes ; ils sont conduits à étudier la pertinence des solutions mises en œuvre pour répondre à des problématiques de gestion repérées. Cet enseignement répond à une double exigence, de consolidation et d'approfondissement des savoirs de sciences de gestion mais également de développement de capacités de réflexion, d'analyse et d'argumentation. Dans cette perspective, le recours à des éléments théoriques permet d'éclairer et d'enrichir les analyses conduites.

Cet enseignement s'intéresse à l'entreprise à la fois comme un tout, au sens où les stratégies retenues l'engagent dans des axes de développement globaux, mais aussi comme un système complexe conduisant à réaliser des compromis selon les situations ou les parties prenantes considérées. La confrontation de différents angles d'analyse doit permettre aux étudiants de porter un regard réflexif sur les choix stratégiques et sur les enjeux, la portée, la cohérence des choix de gestion retenus au regard des spécificités du contexte d'étude.

L'enseignement de « management et sciences de gestion » en CPGE ECT intègre nécessairement les évolutions actuelles qui déterminent le cadre stratégique contingent auquel les entreprises sont confrontées et constituent des sources d'opportunités qu'elles peuvent saisir : nouvelles attentes exprimées par les parties prenantes, différentes dimensions de la performance, exigences éthiques et de développement durable, digitalisation de plus en plus avancée des activités ou encore élaboration et mise en œuvre de nouveaux modèles économiques (« business model »). L'enseignement de « management et sciences de gestion » intègre également une perspective temporelle qui s'appuie à la fois sur des éléments historiques de l'entreprise et sur la nécessité de s'adapter à des contraintes liées au temps pour assurer sa pérennité et son développement. En outre, il intègre aussi une perspective interculturelle en lien avec l'internationalisation des processus et la mondialisation de l'environnement.

C'est à l'intérieur de ce cadre d'analyse que le programme de « management et sciences de gestion » doit permettre aux étudiants de développer progressivement des capacités transversales, auxquelles chacun des thèmes contribue :

- analyser l'entreprise et ses différents processus dans leur complexité (attentes des parties prenantes, interdépendance entre les fonctions, prise en compte des facteurs de contingence, spécificité des types d'activité : BtoB, BtoC, CtoC, ...) ;
- analyser les apports et les conséquences de la digitalisation de l'entreprise sur sa stratégie et sa mise en œuvre, y compris sur le plan technologique ;
- analyser les déterminants de la prise de décision des managers, les dilemmes, les arbitrages, auxquels ils sont confrontés ;

¹Première STMG, en management ainsi qu'en sciences de gestion et numérique et, en classe de terminale STMG, en management, sciences de gestion et numérique (enseignement commun et enseignements spécifiques : gestion et finance, mercatique (marketing), ressources humaines et communication, systèmes d'information de gestion).

- étudier les enjeux, les modalités et les conséquences de la prise en compte des intérêts des différentes parties prenantes de l'entreprise, y compris sur les plans éthique et responsable ;
- intégrer les contraintes et les dynamiques temporelles à l'œuvre au sein de l'entreprise et dans son environnement ;
- appréhender l'entreprise dans une dimension internationale, globale et interculturelle;
- articuler entre elles les différentes dimensions de la performance.

Le programme ne constitue pas une progression et il ne doit pas être abordé de manière séquentielle. En effet, l'analyse de situations d'entreprise complexes nécessite la mobilisation d'éléments issus de différents thèmes. Il est donc essentiel d'envisager ce programme en valorisant les liens entre les thèmes afin de développer les capacités transversales. Il est attendu des étudiants qu'ils puissent analyser des situations d'entreprise existantes à partir de données réelles. Il est fortement suggéré d'explicitier, d'analyser les arbitrages à effectuer, les tensions à résoudre entre différents éléments de la prise de décision. Les notions à mobiliser sont évoquées comme autant de balises ou d'arguments permettant de structurer l'étude de ces situations. Le niveau analytique peut également être renforcé par le recours à des documents de nature théorique ouvrant la réflexion des étudiants sur des enjeux organisationnels auxquels les décideurs sont confrontés, ou sur des compromis à trouver.

Le programme est structuré en 6 thèmes :

Thème 1 – Analyse du contexte stratégique

Thème 2 – Système d'information et décision

Thème 3 – Organisation et coordination des activités

Thème 4 – Analyse de la performance et des équilibres financiers

Thème 5 – Mobilisation des ressources humaines

Thème 6 – Élaboration et valorisation de l'offre

Thème 1 – Analyse du contexte stratégique

Quels que soient les secteurs d'activité considérés ou leur degré de maturité, la définition et la mise en œuvre des orientations stratégiques d'une entreprise prennent appui sur l'analyse de son environnement ainsi que sur celle de ses ressources et de leur combinaison. Dans cette perspective, les étudiants doivent être capables d'étudier le cadre stratégique d'une entreprise, en relation avec ses différentes missions, finalités et objectifs, à partir des outils usuels du diagnostic stratégique. Selon la logique entrepreneuriale ou managériale sous-jacente, ils doivent être également en mesure de positionner l'entreprise au sein de son réseau de parties prenantes². Les étudiants doivent être enfin en capacité d'apprécier les relations de l'entreprise avec son écosystème, c'est-à-dire l'ensemble des acteurs intervenant, à des degrés divers, dans le processus de création de valeur mis en œuvre.

L'analyse du cadre stratégique permet de justifier les stratégies définies et mises en œuvre ainsi que les choix de gestion. Dès lors, il est attendu des étudiants qu'ils soient en mesure d'apprécier la pertinence des décisions stratégiques prises au niveau global (ou niveau « corporate ») et par domaine d'activités stratégiques (ou niveau « business ») et, quand cela est possible, celle de leurs évolutions successives. Pour ce faire, ils pourront, à titre d'exemples, s'intéresser à la capacité de l'entreprise à atteindre un niveau de performance (globale) suffisant pour assurer sa pérennité et son développement, à transformer les ressources et les compétences détenues en offre dont la valeur peut être perçue comme supérieure à celle de ses concurrents, à obtenir des avantages concurrentiels soutenables et durables, etc.

L'approche par les modèles économiques (ou « business models ») traduit la logique globale par laquelle une entreprise crée et capte de la valeur, en identifiant les différentes sources possibles de performance permettant d'assurer une meilleure prise en charge de la complexité de l'environnement. Elle constitue à la fois un outil de compréhension du fonctionnement d'une entreprise et un outil de créativité en produisant de nouvelles idées génératrices de valeur concernant l'offre, l'organisation de l'entreprise, les modalités de gestion de sa chaîne de valeur ou son insertion dans l'environnement. Dans cette perspective, les étudiants doivent être en mesure d'apprécier, dans le temps, la cohérence entre les choix stratégiques retenus et le modèle économique, classique ou innovant, implicitement ou explicitement, mis en œuvre.

Ce thème est organisé autour de quatre capacités, articulées selon un niveau de difficulté croissant d'analyse et d'argumentation. Il permet d'envisager l'étude du contexte et des choix stratégiques à partir de plusieurs entrées : l'étude des opportunités et des menaces de l'environnement, l'étude des ressources et des compétences détenues ou à développer, les décisions de nature stratégiques, la définition et la mise en œuvre du modèle économique de l'entreprise. Il est attendu des étudiants qu'ils puissent analyser la cohérence entre les décisions de niveau stratégique et toutes les autres décisions.

Capacités	Notions
Repérer les éléments de base d'analyse du cadre stratégique de l'entreprise	Finalités, missions, objectifs, responsabilité sociétale de l'entreprise Domaines d'activités stratégiques Ressources, compétences Chaîne de valeur, création de valeur, captation de valeur

² Selon l'approche développée par Freeman.

	Macro-environnement / Micro-environnement Parties prenantes Logique entrepreneuriale et logique managériale
Évaluer la place et le potentiel de développement de l'entreprise sur son/ses marché(s)	Potentiel stratégique des ressources et compétences Position concurrentielle Facteurs clés de succès (FCS) Avantage(s) concurrentiel(s) Synergies Portefeuille d'activités stratégiques
Analyser la dynamique et la pertinence des choix stratégiques des entreprises	Stratégie globale (spécialisation, diversification, recentrage) Stratégie de domaine (stratégie de domination, de différenciation et de focalisation) Stratégie d'internationalisation Modalités de développement et d'internationalisation (croissance interne, croissance externe, croissance conjointe, etc.) Frontières de l'entreprise (intégration, externalisation) et écosystèmes d'affaires Innovation
Analyser la cohérence du modèle économique avec les orientations stratégiques de l'entreprise	Caractéristiques d'un modèle économique (<i>par exemple l'offre faite aux clients, les clients, l'organisation interne, la structure des coûts, les sources de revenus</i>) Modèles économiques (traditionnel, low-cost, freemium, plateforme, ...)

Thème 2 –Système d’information et décision

Compte tenu de l'évolution et de l'instabilité de l'environnement, l'entreprise doit développer des capacités d'adaptation. Elle devient alors ouverte, intégrée à son écosystème et collabore avec ses partenaires pour structurer sa chaîne de valeur et se transformer. Pour cela, elle a besoin d'informations afin d'améliorer la connaissance de son environnement. Dans ce contexte, la numérisation³ peut constituer un levier de reconfiguration des processus. Elle contribue à faciliter la communication, à améliorer la coordination, à diffuser la connaissance. Les étudiants doivent être capables d'analyser le rôle des informations pour une entreprise et de présenter les différentes fonctionnalités d'un système d'information (collecte, stockage, analyse et diffusion des informations), d'en repérer les différentes composantes, d'identifier sa contribution au fonctionnement de l'entreprise. Ils doivent également être en capacité de distinguer et d'analyser les différents processus mis en œuvre et, plus généralement, la façon avec laquelle le système d'information (SI) structure l'organisation de l'entreprise et prend en charge la diffusion ainsi que le partage des informations entre les acteurs.

Les informations participent également au processus de prise de décision. Elles le facilitent ou l'enrichissent en même temps que leur nombre, en constante augmentation, est susceptible de le complexifier. C'est dans ce cadre que les étudiants doivent être capables d'analyser les enjeux de la décision, notamment en termes de rationalité, de risque ou encore d'automatisation de la décision.

Si la digitalisation des processus favorise un fonctionnement cohérent de l'organisation, affecte la culture d'entreprise et facilite la prise de décision, elle reste soumise à des contraintes et peut être une source de vulnérabilités devant être prises en compte. Les étudiants doivent mettre en évidence les opportunités et les risques associés.

Le système d'information et les décisions stratégiques sont liés. Les étudiants doivent être en mesure d'analyser ces interactions notamment en termes d'alignement stratégique, de gouvernance ou encore de besoins en information, de mise en œuvre des procédures de contrôle et d'évaluation. Ils doivent également être capables d'analyser comment le système d'information devient fondement d'innovations organisationnelles et comment la digitalisation de l'entreprise peut transformer la chaîne de valeur, l'expérience client et les pratiques de fidélisation tout en modifiant à la fois les compétences, les métiers et les parcours professionnels.

L'étude du système d'information permet de présenter la grande diversité de ses usages. Les services rendus par le système d'information aux différents métiers de l'entreprise sont étudiés (par exemple : système d'information marketing, système d'information des ressources humaines, système d'information comptable) en mobilisant les autres thèmes du programme.

Capacités	Notions
Présenter les composantes du système d'information	Données, informations, qualités de l'information Source des données, réseaux sociaux Sources d'informations, traces numériques Système d'information / système informatique Dimensions humaine, technologique et organisationnelle Base de données, droits d'accès Modélisation d'un processus organisationnel (<i>indications complémentaires : il est recommandé d'utiliser le modèle</i>)

³ Le terme numérique se rapporte ici à la fois aux technologies et aux processus qui les mobilisent.

	<i>événement résultats avec acteur et le schéma de processus).</i> Progiciel de gestion intégré / Workflow
Présenter les rôles du système d'information	Coordination / Outils collaboratifs (Réseau social d'entreprise...) Veille, Mémorisation / Intelligence collective Communication interne et externe Régulation / Contrôle / Indicateurs / Tableaux de bord Aide à la décision Gestion des connaissances / Communautés de pratiques
Présenter les enjeux de la prise de décision	Décision / types de décision Processus de décision et contraintes Rationalité, biais cognitifs Risque / incertitude Intelligence artificielle / Intelligence décisionnelle Big Data Intérêt et attentes des parties prenantes
Présenter les enjeux de la digitalisation des processus	Digitalisation des processus Risques informatiques / risques pour les individus Sécurité du système d'information Cybersécurité Utilisation et protection des données personnelles et stratégiques / RGPD Transformation humaine et culturelle (nature des emplois, appropriation des outils, freins culturels, ...)
Analyser les interactions entre le système d'information et l'action stratégique	Gouvernance des systèmes d'information Alignement stratégique

Thème 3 – Organisation et coordination des activités

Au regard des attentes, de l'incertitude et de l'instabilité croissantes de l'environnement, l'organisation, la coordination et le contrôle des activités contribuent directement à la performance des entreprises tout en étant un élément clé du développement de nouveaux modèles économiques. Les étudiants doivent être en capacité d'analyser la relation d'influence réciproque entre structure et stratégie.

En outre, la coordination des processus internes à l'organisation ou impliquant des partenaires répond à des exigences multiples dont la prise en compte simultanée renforce la capacité concurrentielle des entreprises en même temps qu'elle permet de satisfaire les intérêts des différentes parties prenantes. Il s'agit, tout à la fois, de maîtriser les coûts (coûts d'approvisionnement, coût de production, etc), d'assurer un niveau élevé de qualité de produit et de service ainsi que de satisfaction des clients (renouvellement de l'offre, délai de mise sur le marché, délai de livraison, etc), d'adapter la production ou encore de respecter les principes du développement durable (traçabilité, recyclage, etc). Dans un contexte où les technologies actuelles permettent d'optimiser et d'automatiser les processus, les étudiants doivent être capables d'analyser les enjeux et les modalités de l'organisation des activités requises pour amener au consommateur un produit ou un service depuis sa conception jusqu'à sa distribution.

Dans ce cadre, les étudiants doivent être en capacité, pour chacun des acteurs sollicités (producteurs, sous-traitants, prestataires, distributeurs, etc) d'analyser la valeur ainsi créée en comparant la satisfaction des utilisateurs vis-à-vis du produit ou du service avec les coûts engagés pour mettre en place les ressources qui assurent cette satisfaction. Dans une logique de contrôle et pour favoriser la prise de décision, les étudiants doivent également être en mesure d'analyser les écarts entre les coûts prévisionnels et les coûts réalisés. De manière générale, ils doivent être capables de mesurer le risque d'exploitation d'une entreprise en fonction des spécificités et de l'évolution de son cadre stratégique.

Capacités	Notions
Caractériser la structure de l'entreprise et étudier sa pertinence	Modes et degrés de spécialisation Centralisation / décentralisation Formalisation Mécanismes de coordination Nouvelles formes structurelles : organisation par processus, structure par projet, structure en réseau <i>(indications complémentaires : seules les composantes de la structure sont présentées sans entrer dans le détail des différentes configurations structurelles).</i>
Analyser l'organisation de la chaîne de valeur et ses enjeux	Activités principales / activités de soutien Processus de production Gestion de la chaîne logistique Externalisation / intégration / entreprise étendue Coopération / coopération Productivité / flexibilité Efficacité / efficacité
Analyser la valeur et contrôler le processus de création de valeur	Arbitrage coût / qualité / délai Lean management Structure de coût (fixes / variables, directs / indirects, moyen / marginal) Calcul de coûts partiels

	Calcul des coûts complets à partir des méthodes des centres d'analyse et à base d'activités <i>(indications complémentaires : la prise en compte des prestations croisées ainsi que la valorisation des stocks sont exclues du calcul des coûts complets).</i> Calcul des coûts spécifiques Contrôle des coûts et calcul des écarts de coût prévisionnel / réalisé <i>(indications complémentaires : la décomposition des écarts se limite aux écarts sur prix et écarts sur quantité)</i>
Évaluer le risque d'exploitation (ou opérationnel)	Seuil de rentabilité Marge et indice de sécurité Levier d'exploitation

Thème 4 – Analyse de la performance et des équilibres financiers

La turbulence de l'environnement rend fondamentaux le rôle et les qualités de l'information et notamment de l'information comptable et financière, qui favorise l'efficacité du système de gestion de l'entreprise et la prise de décision. Les étudiants doivent alors être capables d'identifier et analyser avec pertinence l'information permettant de justifier, étayer et rationaliser les décisions prises dans le contexte proposé.

La gestion de l'entreprise doit aussi prendre en compte les attentes des différentes parties prenantes, qui requièrent des informations afin d'apporter un éclairage en matière de décision, en matière d'investissement (prêteurs/actionnaires), d'achat/vente (clients/fournisseurs), ou encore pour améliorer son attractivité (collaborateurs). Pour mieux les satisfaire et les fidéliser, l'entreprise se doit de répartir sa valeur ajoutée entre ces différentes parties prenantes. Dès lors, de nombreux enjeux et compromis apparaissent. Les étudiants doivent alors être capables d'évaluer cette répartition, de mesurer la performance de l'entreprise et de justifier les choix effectués.

La gestion financière a notamment pour objet l'étude des ressources financières et de leur emploi. Aussi, l'enjeu pour l'entreprise tient dans la mesure de la nature du risque lié à l'équilibre financier et à sa capacité à faire face à ses échéances. Dans ce cadre, les étudiants doivent être capables d'analyser le compte de résultat et le bilan en cohérence avec le contexte, grâce à des indicateurs et ratios pertinents et d'examiner l'évolution de l'activité et des performances réalisées, y compris par des comparaisons avec celles du secteur.

Les informations comptables et financières apportent un éclairage nécessaire en matière de décisions d'investissement et de financement. Cet éclairage est d'autant plus fondamental qu'il existe des biais informationnels entre les emprunteurs et les prêteurs, des risques financiers émanant, soit de la gestion de l'entreprise, soit de l'environnement. Les étudiants devront donc être capables d'analyser des décisions en matière d'investissement ou de financement et de justifier ces choix au regard du contexte stratégique proposé.

Capacités	Notions
Repérer les éléments d'information comptable	Système d'information comptable Documents de synthèse (<i>indications complémentaires : limiter au bilan et compte de résultat</i>) Communication financière
Analyser la performance économique et la rentabilité	Indicateurs de performance liés à l'activité : soldes intermédiaires de gestion (SIG), capacité d'autofinancement (CAF), ratios Rentabilité économique et rentabilité financière Analyse de la répartition de la valeur ajoutée
Analyser les équilibres financiers	Bilan fonctionnel (<i>indications complémentaires : l'étude du tableau de financement est exclue</i>) FRNG, BFRE et BFRHE et Trésorerie nette Ratios de structure et de rotation (<i>indications complémentaires : les formules de calcul des ratios sont fournies</i>) Déterminants de la variation de la trésorerie (<i>indications complémentaires : le calcul de l'ETE et son analyse sont exclus</i>)

Analyser les choix d'investissement	Choix d'investissement Flux nets de trésorerie (<i>indications complémentaires : le calcul des FNT peut être demandé</i>) Rentabilité économique d'un investissement (VAN, TRI, DRCI) (<i>indications complémentaires : les calculs du TRI et du DRCI sont uniquement effectués par la méthode de l'interpolation linéaire avec bornes</i>) Taux d'actualisation (<i>indications complémentaires : on analysera ses déterminants et ses conséquences</i>)
Analyser les choix de financement	Moyens de financement de l'entreprise (<i>indications complémentaires : l'étude des nouveaux moyens de financement est intégrée</i>) Choix de financement Effet de levier

Thème 5 – Mobilisation des ressources humaines

La gestion des ressources humaines permet non seulement la mise en œuvre des choix stratégiques mais en détermine également la faisabilité voire l'émergence. Elle joue un rôle central dans la mise à disposition et le développement de ressources humaines, la construction d'actions collectives, la coordination mais aussi dans la mise en œuvre de la responsabilité sociétale des entreprises ou la construction de la marque employeur. À ce titre, les étudiants doivent être capables d'en identifier les enjeux comme condition essentielle de la compétitivité et de la pérennité des entreprises.

La gestion des ressources humaines cherche à attirer, à valoriser, à développer et à fidéliser les compétences dans un contexte stratégique, organisationnel, réglementaire et technologique évolutif. Les nouvelles formes d'emploi, les évolutions en matière de formation professionnelle, les problématiques actuelles autour de la diversité, de l'inclusion ou du télétravail figurent parmi les enjeux essentiels à prendre en compte. Sur la base d'un diagnostic mobilisant le calcul et le choix d'indicateurs pertinents, les étudiants doivent être en mesure d'analyser les leviers d'action disponibles pour favoriser l'adéquation entre ressources et besoins.

La mobilisation des ressources humaines conduit à agir non seulement sur l'individu mais également sur le collectif. Les étudiants doivent être capables d'analyser la pertinence et la cohérence des dispositifs destinés à susciter la motivation et l'engagement des individus au travail et d'en mesurer les effets (performance, bien-être, mais aussi développement des risques psychosociaux). L'étude de la dimension collective doit leur permettre d'évaluer l'importance du climat social, des compromis à réaliser et d'envisager les moyens d'action possibles pour fédérer les acteurs.

La digitalisation des processus, abordée dans le thème 2 du programme, a non seulement des conséquences sur la nature du travail, mais concerne également spécifiquement la fonction ressources humaines. Les étudiants doivent pouvoir décrire les modalités de la digitalisation de l'activité et de la fonction RH et en analyser les conséquences, tant sur l'individu que sur l'organisation.

Les dispositifs mis en œuvre pour mobiliser les ressources humaines et les outils et modes d'action qui les accompagnent posent enfin des questions éthiques dont les étudiants doivent prendre conscience.

Il est attendu des étudiants qu'ils soient en mesure de mettre en évidence l'interdépendance entre la fonction ressources humaines et les autres domaines du management, en particulier la stratégie, la structure de coût, le système d'information (apports et conséquences des Big Data et de l'intelligence artificielle, des progiciels de gestion intégrés...) ou encore l'analyse de la performance économique (productivité du travail, masse salariale...). La mise en évidence des transversalités avec l'enseignement de droit est également souhaitable.

Capacités	Notions
Présenter les enjeux stratégiques de la gestion des ressources humaines (GRH).	Responsabilité sociétale des entreprises Culture d'entreprise Marque employeur, marketing RH Compétences (valorisation, développement)
Construire et interpréter les éléments d'un diagnostic RH	Indicateurs RH Bilan social, tableau de bord social Masse salariale et déterminants de son évolution <i>(Indications complémentaires : les calculs liés à la</i>

	<i>masse salariale restent élémentaires et excluent le traitement des effets de structure, d'effectif...)</i> Climat social Risques psychosociaux (stress, burnout, harcèlement...)
Repérer et analyser les leviers d'actions pour favoriser l'adéquation entre besoins et ressources humaines	Gestion prévisionnelle des emplois et des compétences (GPEC) Modes de recrutement Diversité, inclusion Intégration Formation professionnelle (enjeux, obligations) Employabilité Mobilité professionnelle, gestion des carrières Nouvelles formes d'emploi / ubérisation <i>(Indications complémentaires : la conception et l'étude d'outils tels que les profils de poste sont donc exclues).</i>
Analyser les outils de GRH pour agir sur l'individu au travail	Motivation, satisfaction, bien-être, engagement organisationnel Fidélisation, expérience collaborateur Politique de rémunération Conditions de travail Promotion Enjeux de l'évaluation « empowerment »
Analyser les moyens d'agir sur le collectif	Styles de management Dialogue social, négociation collective, gestion des conflits Communication interne / gestion du changement Management interculturel
Analyser la digitalisation de l'activité et de la gestion des ressources humaines ainsi que leurs conséquences	Réorganisation des processus e-learning, e-recrutement Travail coopératif (et ses dispositifs numériques) Action collective, communauté de pratiques, coordination Télétravail SIRH

Thème 6 – Élaboration et valorisation de l'offre

L'analyse du marché porte sur l'offre (produits, offreurs, réseaux de distribution...) et la demande. Elle est essentielle pour permettre à l'entreprise de développer une proposition adaptée aux évolutions du marché et de créer de la valeur. Elle s'appuie sur des résultats d'études, qu'il s'agit d'interpréter, de synthétiser et de relier à une problématique managériale.

La multiplication des applications Internet et mobiles connectées et la collecte massive des données (Big Data) créent et installent de nouveaux comportements et usages chez les clients, que cela soit en BtoB, BtoC, CtoC. Dans ce contexte, également marqué par l'affirmation d'un consommateur multifacettes, à la fois émotionnel et rationnel, les étudiants doivent être en mesure d'analyser la demande, dans ses aspects quantitatifs (structure, évolution, prévision) et qualitatifs (besoins, motivations, freins, attitudes, processus d'achat...).

Les entreprises, tout à la fois, s'adaptent à ces nouveaux comportements, les initient ou les renforcent, modifient en profondeur, en cohérence avec les orientations stratégiques retenues et leur modèle économique, le rapport qu'elles entretiennent avec leurs clients. Cela renvoie tout d'abord à la façon avec laquelle elles définissent, communiquent ou commercialisent leur offre (personnalisation, expérience client, commerce phygital, ...). Cela concerne ensuite la place et le rôle que les clients occupent dans l'élaboration de cette offre (réseaux sociaux, « empowerment », co-production). Dans un contexte d'affirmation et de développement d'un marketing à la fois relationnel, collaboratif, expérientiel et communautaire, marqué par une logique basée fondée non plus seulement sur le service au client mais sur la solution apportée (« Service dominant logic, co-crétation »), les étudiants doivent être capables de distinguer et de comprendre le lien entre le marketing stratégique (segmentation / ciblage / positionnement) et le marketing opérationnel (le plan de marchéage) ainsi que la pertinence et la cohérence des choix retenus pour chaque variable du mix (produit, prix, communication et distribution).

Enfin, les évolutions du comportement des clients d'une part, de l'élaboration et de la valorisation de l'offre d'autre part, conduisent à penser différemment la performance commerciale autour des notions de satisfaction, de confiance, de fidélité, d'attachement et d'engagement. Les étudiants doivent être en capacité de présenter les (nouveaux) enjeux de la gestion de la relation client et ses modalités de mise en œuvre sur les plans humain (rôle des vendeurs) et technologique (système d'information marketing, analyse des données, ...).

Il est attendu des étudiants qu'ils soient en mesure de situer la position et le rôle des activités commerciales au sein de la chaîne de valeur, d'apprécier sa contribution à la création de valeur ou d'analyser la cohérence du marketing stratégique et du marketing mix avec la stratégie de domaine et le modèle économique de l'entreprise. Ils doivent également être capables d'identifier, sur le plan des ressources humaines, la nécessaire évolution des compétences des équipes commerciales pour accompagner la digitalisation de la relation client ainsi que le rôle et la contribution du système d'information marketing (SIM) dans sa mise en œuvre. Les étudiants doivent pouvoir mesurer la performance des actions marketing menées au regard d'indicateurs pertinents, synthétisés dans des tableaux de bord stratégiques ou opérationnels.

Capacités	Notions
Analyser le comportement des clients sur les plans quantitatif et qualitatif	Caractéristiques du marché, segments de clientèle Clients / utilisateurs / prescripteurs Prospects Demande effective / demande potentielle Demande dérivée (B to B to C) Étude de marché Prévision / saisonnalité des ventes Déterminants du comportement des clients
Caractériser les éléments du marketing stratégique	Stratégie(s) de segmentation du marché– ciblage (marketing de masse, indifférencié, différencié, concentré, individualisé) Positionnement (attributs déterminants, différenciants et saillants) Positionnement voulu / perçu / vécu
Analyser les différentes composantes de la politique de produit	Offre globale Cycle de vie Gamme Normes et labels Marque Conditionnement Expérience d'achat on et off-line
Étudier les objectifs et la complexité de la politique de prix	Déterminants de la fixation du prix : coûts, demande, concurrence Sensibilité au prix Politiques d'écrouissage, de pénétration, d'alignement Modulation(s) du prix, Yield management Modèle(s) de gratuité
Analyser et évaluer la politique de communication commerciale	Cible(s), objectif(s), message(s) Communication media, hors-media Typologie de medias (paid, owned, earned) Indicateurs d'efficacité : audience (totale, utile), coût, rentabilité,....
Analyser la spécificité et la cohérence de la politique de distribution des producteurs et/ou des distributeurs	Type de canal (canal direct, court, long) Type de distribution (intégrée, intensive, sélective, exclusive) Forme du réseau (intégré, associé, mixte) Formats de vente Distribution multi-canal, cross-canal, omni-canal Dépendance / coopération producteurs et distributeurs
Présenter les enjeux de la gestion de la relation – client (GRC)	Analyse des données (datamining, marketing prédictif) Digitalisation de la relation client Satisfaction, confiance, fidélité, engagement, attachement Attrition, fidélisation, valeur à vie d'un client Rôle(s) du vendeur



Classes préparatoires aux grandes écoles

Filière économique

Voie technologique ECT

Annexe 4

Programme de lettres et philosophie

1^{ère} et 2^{nde} années

CPGE économiques et commerciales Programme « Lettres et Philosophie »

Objectifs de formation

Commun à l'ensemble des classes préparatoires économiques et commerciales, cet enseignement, qui implique à part égale les Lettres et la Philosophie, est partie constituante de la formation générale des étudiants.

Sa finalité est de former les élèves à une réflexion autonome et éclairée, par la lecture ample et directe d'œuvres de littérature et de philosophie, par l'étude des arts et des techniques, et par la pratique régulière de travaux écrits et oraux. Les étudiants développent ainsi leurs capacités à s'interroger, à conduire une pensée cohérente et à tirer profit avec finesse et pertinence de leurs connaissances.

L'enseignement « Lettres et Philosophie » a trois objectifs majeurs :

1. il permet aux élèves d'enrichir leur culture et de mieux comprendre le monde dans lequel ils vivent ;
2. il les entraîne à développer leur réflexion personnelle, ainsi qu'à aiguïser leur sens critique ;
3. il vise à développer la maîtrise de l'expression écrite et orale ainsi que l'aptitude à communiquer, compétences indispensables pour la future vie professionnelle des étudiants.

Les exercices écrits sont pris en charge collégalement par les deux professeurs de Lettres et de Philosophie.

Programme

Chaque professeur détermine librement et en pleine responsabilité, selon les parcours intellectuels et les choix pédagogiques qui répondent aux besoins des élèves, les œuvres philosophiques, littéraires ou relevant de l'ensemble des arts, dont il juge l'étude nécessaire à son enseignement. Les deux professeurs, de Lettres et de Philosophie, s'accordent pour assurer la cohérence d'ensemble de l'enseignement dispensé.

Première année

Le programme permet d'élargir et d'enrichir les connaissances acquises au cours des études secondaires, et de consolider la culture nécessaire à une réflexion personnelle. Il s'inscrit dans la continuité des enseignements de tronc commun, Lettres ou Philosophie, mais également d'un enseignement de spécialité comme « Humanités, Littérature et Philosophie ».

L'enseignement tient compte des relations qui unissent les notions ou les concepts à leur histoire, aux contextes et résonances à travers lesquels se sont précisés leur usage et leur

sens. On rapporte ainsi l'étude des œuvres littéraires, artistiques ou philosophiques aux représentations mythologiques, religieuses, esthétiques, ainsi qu'à l'histoire des sciences, des arts et des techniques.

Ce programme est constitué des rubriques suivantes :

- l'héritage de la pensée grecque et latine ;
- les apports du judaïsme, du christianisme et de l'islam à la pensée occidentale ;
- les étapes de la constitution des sciences exactes et des sciences de l'homme ;
- l'essor technologique, l'idée de progrès ;
- la société, le droit et l'Etat modernes ;
- les figures du moi et la question du sujet depuis la Renaissance ;
- l'esprit des Lumières et leur destin ;
- quelques grands courants artistiques et esthétiques depuis la Renaissance ;
- les principaux courants de pensée contemporains.

Les rubriques sont abordées selon un parcours que les professeurs de Lettres et de Philosophie déterminent ensemble, en fonction de regroupements et de problématiques dont ils ont l'initiative et la responsabilité.

Seconde année

Etude d'un thème renouvelé chaque année par arrêté conjoint du ministre chargé de l'éducation et du ministre chargé de l'enseignement supérieur.



Classes préparatoires aux grandes écoles

Filière économique

Voie technologique ECT

Annexe 5

Programmes de langues vivantes étrangères

1^{ère} et 2^{nde} années

Objectifs de formation

L'enseignement des langues vivantes en classes préparatoires économiques et commerciales constitue un volet essentiel de la formation générale. La raison en est claire : les carrières auxquelles se destinent les étudiants des écoles de management ont une dimension internationale et interculturelle.

Dans cette perspective, l'enseignement obligatoire de deux langues vivantes est proposé aux étudiants afin qu'ils acquièrent les compétences linguistiques et les connaissances culturelles nécessaires à leur insertion professionnelle et à leur ouverture au monde.

Les niveaux de compétences ciblés en fin de 2^{de} année sont C1 pour la LVA, notamment dans les compétences de réception, et B2-C1 pour la LVB.

L'étude des langues vivantes, dans toutes les classes préparatoires économiques et commerciales, a comme objectifs :

- de consolider et d'approfondir les compétences de l'enseignement du second degré, dans le prolongement des enseignements du cycle terminal (en tronc commun et, le cas échéant, en enseignement de spécialité LLCER), sur le plan linguistique et culturel ;
- de faire travailler la langue en contexte sur la base de supports variés ;
- de faire acquérir aux étudiants un niveau plus élevé de compréhension et d'expression, tant à l'écrit qu'à l'oral ; le développement des compétences orales et oratoires en langue étrangère – prise de parole en continu et en interaction – fait l'objet d'une attention particulière et d'un entraînement régulier ;
- d'assurer la mise en place des repères culturels indispensables à la connaissance de la civilisation et de la culture des pays concernés, de façon à éclairer les réalités économiques, sociales et politiques du monde contemporain ; on proposera, le cas échéant, des thématiques croisées avec d'autres disciplines ;
- d'apprendre à utiliser des ouvrages et des outils de référence, d'approfondir les compétences acquises précédemment pour rechercher, sélectionner et exploiter des documents. Les ressources et outils numériques sont utilisés avec profit ;
- d'entraîner à la traduction de textes variés, à la compréhension fine de documents, et à différents types de production écrite.

Organisation des enseignements

Le premier semestre est conçu pour aider les étudiants, dans leur diversité, à réussir la transition entre le lycée et les études supérieures. Il aura une fonction bien particulière, dont l'objectif essentiel est la prise en charge individualisée et l'homogénéisation du niveau des étudiants, en tenant compte, pour le compenser le cas échéant, de leur historique de formation dans chacune des deux langues étudiées.

Pour cela, les premiers mois devront être axés sur :

- un travail de la langue et sur la langue en contexte ;
- l'accès progressif à une compréhension fine, à l'écrit comme à l'oral ;
- l'acquisition d'une expression maîtrisée et adéquate ;
- l'acquisition d'une méthode adaptée aux différents savoir-faire visés.

Dans le cadre de la liberté pédagogique, le professeur choisit ses méthodes et sa progression. Il organise son enseignement en suivant deux principes directeurs :

- a) le professeur choisit le contexte, les problématiques et les méthodes qui favorisent les apprentissages et diversifie les modes d'acquisition des savoirs et des compétences. Il explicite pour les élèves les objectifs poursuivis, les méthodes utilisées et les critères d'évaluation ;
- b) le professeur privilégie la mise en activité des étudiants : l'acquisition des connaissances et des capacités est d'autant plus efficace que les étudiants sont acteurs de leur formation. Ils sont amenés à manipuler la langue, les notions et les concepts en exerçant leur esprit critique. La pédagogie mise en œuvre développe la participation, la prise d'initiative et l'autonomie des étudiants.