.

Vocabulaire des Fonctions

Nous proposons ici un lexique spécifique aux fonctions. Les définitions ne sont pas triées en ordre alphabétique mais plutôt dans un ordre qui suppose connu les définitions précédantes pour chaque nouvelle lecture de définition.

Généralités

- ☐ **Fonction** : Une fonction f d'un ensemble E dans un ensemble F est notée $f : E \longrightarrow F$ est un processus d'association d'au plus un objet de F par élément de E.

  On gardera, contextuellement, les notations f, E et F introduites dans cette première définition.

- ☐ **Ensemble (ou domaine) de définition de f** : Le sous-ensemble $\mathcal{D}_f$ de E contenant tous les éléments $e \in E$ pour lesquels un objet de F est effectivement associé.

- ☐ **Image de e** : L'objet $f(e)$ de F est appelé image de e par f si e est dans le domaine de définition de f.

- ☐ **Antécédant de a** : Tout élément $x \in E$ tel que $f(x) = a$ avec $a \in F$.

- ☐ **Image directe** : Si $A \subset E$, on définit l'image directe de A par f comme : $f(A) = \{f(a) \,;\, a \in A\}$.

- ☐ **Pré-image** : Si $A \subset F$, on définit la pré-image de A par f comme : $f^{-1}(A) = \{x \in E \mid f(x) \in A\}$.

- ☐ **Domaine Image** L'image directe particulière $f(E)$ ou encore $f(\mathcal{D}_f)$. C'est un sous-ensemble de F.

- ☐ **Application :** Cas particulier de fonction f où $E = \mathcal{D}_f$.

- ☐ **Fonction Numérique (ou réelle)** : Cas particulier de fonction f avec $F \subset \mathbb{R}$ (en général $F = \mathbb{R}$)

- ☐ **Fonction constante** : Toute fonction de E dans F vérifiant $\exists c \in F \ \forall x \in E \quad f(x) = c$

- ☐ **Injection** Application f vérifiant : $\forall (a;b) \in E^2 \quad f(a) = f(b) \implies a = b$.

- ☐ **Surjection** Application f vérifiant $f(E) = F$ autrement écrit : $\forall y \in F \ \exists x \in E \quad f(x) = y$.

- ☐ **Bijection** Application f surjective et injective

Pour les fonnctions numériques :

Dans cette section, la notation I désigne un intervalle réel non vide. A noter que cet intervalle pourrait être $\mathbb{R}$ lui-même (sauf mention expresse du contraire).
Ainsi, toutes les définitions qui suivent se placent dans le contexte où $f : I \longrightarrow \mathbb{R}$

Beaucoup de ces définitions sont généraisables à des contextes plus larges (ce sera vu ultérieurement).

- ☐ **Fonction croissante sur I** : Fonction $f : I \longrightarrow \mathbb{R}$ vérifiant :

$$\forall x_1 \in I \ \forall x_2 \in I \quad x_1 \leq x_2 \implies f(x_1) \leq f(x_2)$$

- ☐ **Fonction strictement croissante** : Fonction $f : I \longrightarrow \mathbb{R}$ vérifiant :

$$\forall x_1 \in I \ \forall x_2 \in I \quad x_1 < x_2 \implies f(x_1) < f(x_2)$$

☐ **Fonction décroissante sur I** : Fonction $f : I \longrightarrow \mathbb{R}$ vérifiant :

$$\forall x_1 \in I \ \forall x_2 \in I \quad x_1 \leq x_2 \implies f(x_1) \geq f(x_2)$$

☐ **Fonction strictement décroissante sur I** : Fonction $f : I \longrightarrow \mathbb{R}$ vérifiant

$$\forall x_1 \in I \ \forall x_2 \in I \quad x_1 < x_2 \implies f(x_1) > f(x_2)$$

☐ **Fonction monotone sur I** : Fonction étant soit croissante, soit décroissante sur I.

☐ **Fonction strictement monotone sur I** : Fonction étant soit strictement croissante, soit strictement décroissante sur I.

☐ **Fonction majorée sur I** : Fonction f vérifiant :

$$\exists M \in \mathbb{R} \ \forall x \in I \quad f(x) \leq M$$

☐ **Fonction minorée sur I** : Fonction f vérifiant :

$$\exists m \in \mathbb{R} \ \forall x \in I \quad f(x) \geq m$$

☐ **Fonction bornée sur I** : Fonction étant à la fois majorée et minorée sur I

☐ **Fonction Paire** : Fonction f de domaine $\mathcal{D}_f$ symétrique par rapport à 0 et vérifiant

$$\forall x \in \mathcal{D}_f \quad f(-x) = f(x)$$

☐ **Fonction Impaire** : Fonction f de domaine $\mathcal{D}_f$ symétrique par rapport à 0 et vérifiant

$$\forall x \in \mathcal{D}_f \quad f(-x) = -f(x)$$

☐ **Fonction Continue en a** : Fonction f vérifiant $\lim\limits_{x \to a} f(x) = f(a)$ où $a \in I$.

☐ **Fonction Continue sur I** : Fonction f continue en chaque élément a de I.

☐ **Fonction Dérivable en a** : Fonction f dont la limite du taux d'accroissement $\lim\limits_{x \to a} \dfrac{f(x) - f(a)}{x - a}$ existe dans $\mathbb{R}$ avec $a \in I$.

☐ **Fonction Dérivable sur I** : Fonction f dérivable en chaque élément a de I.

Remarque : On peut parfois omettre "*sur* I" lorsque $I = \mathbb{R}$ et si le contexte est clair.