.

Vocabulaire des Relations Binaires

Nous supposerons connue la notion même de relation binaire dans ce contexte.
Comme à l'accoutumée, l'ordre d'exposition proposé est induit par la cohérence logique permettant de définir les concepts suivant à partir des concepts qui précèdent.

Spécificités de relation binaire

Dans cette section E est un ensemble sur lequel on définit $\mathcal{R}$ relation binaire.

- ☐ **Réflexivité** : La relation $\mathcal{R}$ vérifie : $\forall x \in E \quad x\mathcal{R}x$.
- ☐ **Symétrie** : La relation $\mathcal{R}$ vérifie : $\forall (x;y) \in E^2 \quad x\mathcal{R}y \;\Rightarrow\; y\mathcal{R}x$.
- ☐ **Anti-Symétrie** : La relation $\mathcal{R}$ vérifie : $\forall (x;y) \in E^2 \quad (x\mathcal{R}y \;\wedge\; y\mathcal{R}x) \;\Rightarrow\; y = x$.
- ☐ **Transitive** : La relation $\mathcal{R}$ vérifie : $\forall (x;y;z) \in E^3 \quad (x\mathcal{R}y \;\wedge\; y\mathcal{R}z) \;\Rightarrow\; (x\mathcal{R}z)$.
- ☐ **Relation d'équivalence** : Relation binaire réflexive, symétrique et transitive.
- ☐ **Relation d'ordre** : Relation de pré-ordre anti-symétrique.

Relations particulières

On suppose ici que $\sim$ est une relation d'équivalence sur l'ensemble E et que $\prec$ est une relation d'ordre sur l'ensemble E.

- ∇ **Classes d'équivalence** : Ensemble $\bar{x}$ pour $x \in E$ de tous les objets de E équivalents à x selon $\sim$.
- ☐ **Ordre Total** : Ordre $\prec$ sur E vérifiant : $\forall (x;y) \in E^2 \quad x \prec y \;\vee\; y \prec x$
  Remarque : on dit, en lange usuelle, que *tous les éléments sont comparables* dans cette situation.
- ☐ **Ordre Partiel** : Ordre $\prec$ sur E non total.
  Remarque : Il existe alors deux éléments de E non comparables selon $\prec$.
- ☐ **Classe d'indifférence** : Ensemble constitué d'objets x de E non comparables entre eux selon $\prec$.
- ☐ **Majorant M d'une partie $F \subset E$** : Elément M de E vérifiant : $\forall x \in F \quad x \prec M$.
- ☐ **Minorant m d'une partie $F \subset E$** : Elément m de E vérifiant : $\forall x \in F \quad m \prec x$.
- ☐ **Plus grand élément d'une partie $F \subset E$** : Majorant noté $M = \max F$ de F étant lui-même dans F.
- ☐ **Plus petit élément d'une partie $F \subset E$** : minorant $m = \min F$ de F étant lui-même dans F.
- ☐ **Elément maximal d'une partie $F \subset E$** : Elément a de F vérifiant $\forall x \in F \;\; a \prec x \;\Rightarrow x = a$
- ☐ **Elément minimal d'une partie $F \subset E$** : Elément a de F vérifiant $\forall x \in F \;\; x \prec a \;\Rightarrow x = a$
- ☐ **Borne supérieure d'une partie $F \subset E$** : Plus petit des majorants de F.
- ☐ **Borne inférieure d'une partie $F \subset E$** : Plus grand des minorants de F.