

Troisième semestre

Chapitre I : Vecteurs Aléatoires discrets

- Définition, loi d'un vecteur aléatoire de \mathbb{R}^n . Cas de la loi du couple.
- Lois marginales, lois conditionnelles. Cas des couples.
- Indépendance de deux, puis de n , variables aléatoires réelles.
- Espérance d'un produit, variance d'une somme : cas de l'indépendance.
- Etude plus particulière des couples : Covariance, coefficient de corrélation linéaire, variance de la somme.

Chapitre II : Variables Aléatoires Discrètes (Infinies)

Séries

- Rappels sur les sommes. Synthèse de formules rencontrées.
- Notion de série, convergence, divergence.
- Séries de référence : géométrique (et ses dérivées), exponentielle (admise)

VAR discrètes infinies

- Définition d'une VAR sur un espace infini.
- Variables aléatoires discrètes (infinies) : loi, espérance, variance, écart-type, moments d'ordre 1 et 2.
- Fonction de répartition d'une VAR discrète (infinie).
- Exemples simples d'étude de transformations $Y = g(X)$

Chapitre III : Réduction de matrices carrées

Déterminants

cette notion n'est plus explicitement au programme mais pourra être utilisée

Etude spectrale

- Valeurs propres, vecteurs propres. Sous-espaces propres.
- Diagonalisation : définition, quelques exemples. Cas des matrices $\#sp(A) = n$ et des matrices symétriques (admis)
- Matrices de passages
- Compléments sur l'étude de matrices particulières

Chapitre IV : Intégrales généralisées

Une analogie avec les séries pourra être proposée

- Rappels sur l'intégrale de Riemann, intégration par parties
- Définition des intégrales impropres.
- Convergence, divergence d'intégrales. Calculs
- Intégrales impropres usuelles.

Chapitre V : Relations binaires

- Définition, réflexivité, symétrie, antisymétrie et transitivité. Graphe d'une relation binaire.
- Ordre, relation d'équivalence. Relation de préférence
- Vocabulaire des ordres : croissance, décroissance, majorant, minorant, minimum, maximum (plus grand, plus petit élément)
- Relations d'équivalence : classes d'équivalence. Classes d'indifférence. Lien avec les partitions d'un ensemble.
- Exemples connus en analyse (domination, prépondérance et équivalence au voisinage d'un point).

Chapitre VI : Analyse des fonctions de \mathbb{R}^n dans \mathbb{R}

- Parties ouvertes et fermées de \mathbb{R}^n définies par des systèmes d'inéquations.
- Dérivées partielles et points critiques. Gradient (vocabulaire non attendu)
- Matrices Hessiennes en un point. Cas du point critique.
- Convexité, concavité des applications de \mathbb{R}^n dans \mathbb{R}
- Formule de Taylor à l'ordre 2 en un point.
- Extrema locaux : recherches de conditions nécessaires ou suffisantes (sans contrainte)

Quatrième semestre

Chapitre VII : Lois à densité

- Densités de probabilités : Définition, VAR à densité, espérance, variance et moments d'ordre 1 et 2 du cas à densité
- Exemples de lois à densité : loi uniforme et loi exponentielle.
- Loi Normale centrée réduite : étude, tableau de valeurs particulières.
- Généralisations aux lois $\mathcal{N}(\mu; \sigma^2)$
- Exemples simples d'étude de transformations $Y = g(X)$

Chapitre VIII : Estimation

- Echantillonnage : définition d'un échantillon. Problématique de l'estimation.
- Estimateur, biais d'un estimateur. Risque quadratique.
- Estimation ponctuelle d'une proportion.
- Loi faible des grands nombres.

Chapitre IX : Optimisation sous contraintes

- Extrema locaux de fonctions de \mathbb{R}^n dans \mathbb{R} sous contraintes homogènes.
- Méthode des multiplicateurs de Lagrange.