.

Vocabulaire des Relations Binaires

Nous supposerons connue la notion même de relation binaire dans ce contexte.
Comme à l'accoutumée, l'ordre d'exposition proposé est induit par la cohérence logique permettant de définir les concepts suivant à partir des concepts qui précèdent.

Spécificités de relation binaire

Dans cette section E est un ensemble sur lequel on définit $\mathcal{R}$ relation binaire.

☐ **Réflexivité** : La relation $\mathcal{R}$ vérifie : $\forall x \in E \quad x\mathcal{R}x$.

☐ **Symétrie** : La relation $\mathcal{R}$ vérifie : $\forall (x;y) \in E^2 \quad x\mathcal{R}y \ \Rightarrow \ y\mathcal{R}x$.

☐ **Anti-Symétrie** : La relation $\mathcal{R}$ vérifie : $\forall (x;y) \in E^2 \quad (x\mathcal{R}y \ \wedge \ y\mathcal{R}x) \ \Rightarrow \ y = x$.

☐ **Transitive** : La relation $\mathcal{R}$ vérifie : $\forall (x;y;z) \in E^3 \quad (x\mathcal{R}y \ \wedge \ y\mathcal{R}z) \ \Rightarrow \ (x\mathcal{R}z)$.

☐ **Relation d'équivalence** : Relation binaire réflexive, symétrique et transitive.

☐ **Relation d'ordre** : Relation de pré-ordre anti-symétrique.

Relations particulières

On suppose ici que $\sim$ est une relation d'équivalence sur l'ensemble E et que $\prec$ est une relation d'ordre sur l'ensemble E.

∇ **Classes d'équivalence** : Ensemble $\bar{x}$ pour $x \in E$ de tous les objets de E équivalents à x selon $\sim$.

☐ **Ordre Total** : Ordre $\prec$ sur E vérifiant : $\forall (x;y) \in E^2 \quad x \prec y \ \vee \ y \prec x$
Remarque : on dit, en lange usuelle, que *tous les éléments sont comparables* dans cette situation.

☐ **Ordre Partiel** : Ordre $\prec$ sur E non total.
Remarque : Il existe alors deux éléments de E non comparables selon $\prec$.

☐ **Classe d'indifférence** : Ensemble constitué d'objets x de E non comparables entre eux selon $\prec$.

☐ **Majorant M d'une partie $F \subset E$** : Elément M de E vérifiant : $\forall x \in F \quad x \prec M$.

☐ **Minorant m d'une partie $F \subset E$** : Elément m de E vérifiant : $\forall x \in F \quad m \prec x$.

☐ **Plus grand élément d'une partie $F \subset E$** : Majorant noté $M = \max F$ de F étant lui-même dans F.

☐ **Plus petit élément d'une partie $F \subset E$** : minorant $m = \min F$ de F étant lui-même dans F.

☐ **Elément maximal d'une partie $F \subset E$** : Elément a de F vérifiant $\forall x \in F \ \ a \prec x \ \Rightarrow x = a$

☐ **Elément minimal d'une partie $F \subset E$** : Elément a de F vérifiant $\forall x \in F \ \ x \prec a \ \Rightarrow x = a$

☐ **Borne supérieure d'une partie $F \subset E$** : Plus petit des majorants de F.

☐ **Borne inférieure d'une partie $F \subset E$** : Plus grand des minorants de F.