.Les notations $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ désignent des suites réelles. Le lecteur avisé pourra adapter ces éléments de vocabulaire à des suites ayant pour rang initial un entier n_0 entier.

Vocabulaire :

- ☐ **Série** : La série notée $\sum_{n\in\mathbb{N}} u_n$ est la suite des $\left(\sum_{k=0}^{n} u_k\right)_{n\in\mathbb{N}}$.
- ☐ **Terme général** : Le terme général d'une série $\sum_{n\in\mathbb{N}} u_n$ est l'expression u_n en fonction de $n \in \mathbb{N}$.
- ☐ **Sommes Partielles** : Les sommes partielles S_n de la série $\sum_{n\in\mathbb{N}} u_n$ sont les termes $\sum_{k=0}^{n} u_k$.
- ☐ **Série convergente** : (CV) La série $\sum_{n\in\mathbb{N}} u_n$ est dite convergente si $\lim_{n\to+\infty} \sum_{k=0}^{n} u_k$ existe dans $\mathbb{R}$.
- ☐ **Série divergente** : (DV) Toute série n'étant pas convergente.
- ☐ **Nature d'une série** : caractère de convergente ou divergence.
- ☐ **Divergence grossière** : Cas d'une série $\sum_{n\in\mathbb{N}} u_n$ pour laquelle $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ ne converge pas vers 0.

  NB : Un série qui diverge grossièrement diverge au sens premier..
- ☐ **Convergence Absolue** : (CVA) Toute série $\sum_{n\in\mathbb{N}} u_n$ pour laquelle $\sum_{n\in\mathbb{N}} |u_n|$ converge elle-même.

  NB : Une série qui converge absolument est en particulier convergente au sens premier En abrégé : $CVA \implies CV$.
- ☐ **Semi-convergence** : Toute série qui converge mais ne converge pas absolument.
- ☐ **Somme d'une série** : Valeur notée $\sum_{k=0}^{+\infty} u_k$ de limite d'une série $\sum_{n\in\mathbb{N}} u_n$ convergente.
- ☐ **Restes d'une série** : Pour une série $\sum_{n\in\mathbb{N}} u_n$ convergente, les valeurs de $\sum_{k=0}^{+\infty} u_k - \sum_{k=0}^{n} u_k$, ou de façon équivalente $\sum_{k=n+1}^{+\infty} u_k$

Propriétés générales :

- **Lien suites - séries** : La suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge si, et seulement si, la série $\sum_{n\in\mathbb{N}} u_{n+1} - u_n$ converge.
- **Convergence par les restes** : Une série $\sum_{n\in\mathbb{N}}$ converge si, et seulement si, la suite de ses restes $(R_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge vers 0.
- **Structure d'espace vectoriel** : L'ensemble des séries convergentes forme un sous-espace vectoriel de l'espace $\mathbb{R}^{\mathbb{N}}$.

Critères pour séries à termes positifs :

- **DV par Comparaison** : Si l'on a $u_n \leq v_n$ *à partir d'un certain rang* et que $\sum_{n\in\mathbb{N}} u_n$ DV alors $\sum_{n\in\mathbb{N}} v_n$ DV
- **CV par Comparaison** : Si l'on a $u_n \leq v_n$ *à partir d'un certain rang* et que $\sum_{n\in\mathbb{N}} v_n$ CV alors $\sum_{n\in\mathbb{N}} u_n$ CV.
- **Critère d'équivalence** Si l'on a $u_n \sim v_n$ alors les séries $\sum_{n\in\mathbb{N}} u_n$ et $\sum_{n\in\mathbb{N}} v_n$ sont de même nature.
- **Critère en petit o** Si l'on a $u_n = o(v_n)$ et $\sum_{n\in\mathbb{N}} v_n$ CV alors $\sum_{n\in\mathbb{N}} u_n$ CV.