

Vocabulaire des Relations Binaires

La notion même de relation binaire est supposée connue. L'ordre d'exposition proposé est induit par la cohérence logique.

Spécificités de relation binaire

Dans cette section E est un ensemble sur lequel on définit \mathcal{R} relation binaire.

- Réflexivité** : La relation \mathcal{R} vérifie : $\forall x \in E \quad x\mathcal{R}x$. (NB : *antiréflexif* : $\forall x \in E \quad \neg x\mathcal{R}x$ non officiellement au programme)
- Symétrie** : La relation \mathcal{R} vérifie : $\forall (x; y) \in E^2 \quad x\mathcal{R}y \Rightarrow y\mathcal{R}x$.
- Anti-Symétrie** : La relation \mathcal{R} vérifie : $\forall (x; y) \in E^2 \quad (x\mathcal{R}y \wedge y\mathcal{R}x) \Rightarrow y = x$.
- Transitive** : La relation \mathcal{R} vérifie : $\forall (x; y; z) \in E^3 \quad (x\mathcal{R}y \wedge y\mathcal{R}z) \Rightarrow (x\mathcal{R}z)$.
- Relation d'équivalence** : Relation binaire réflexive, symétrique et transitive.
- Relation d'ordre** : Relation binaire, réflexive, antisymétrique et transitive. NB : *Cet ordre est, par défaut, large*
- Relation d'ordre stricte** : Relation binaire, antiréflexive, antisymétrique et transitive.
NB : *Ecrire la contraposée de l'antisymétrie pour mieux comprendre cette définition.*

Relations particulières

On suppose ici que \sim est une relation d'équivalence sur l'ensemble E et que \prec est une relation d'ordre sur l'ensemble E .

- Classes d'équivalence** : Ensemble \bar{x} pour $x \in E$ de tous les objets de E équivalents à x selon \sim .
- Ordre Total** : Ordre \prec sur E vérifiant : $\forall (x; y) \in E^2 \quad x \prec y \vee y \prec x$
Remarque : on dit, en langage usuelle, que *tous les éléments sont comparables* dans cette situation.
- Ordre Partiel** : Ordre \prec sur E non total. *Remarque* : Il existe alors deux éléments de E non comparables selon \prec .
- Classe d'indifférence** : Ensemble constitué d'objets x de E non comparables entre eux selon \prec .
- Majorant M d'une partie $F \subset E$** : Élément M de E vérifiant : $\forall x \in F \quad x \prec M$.
- Minorant m d'une partie $F \subset E$** : Élément m de E vérifiant : $\forall x \in F \quad m \prec x$.
- Plus grand élément d'une partie $F \subset E$** : Majorant noté $M = \max F$ de F étant lui-même dans F .
- Plus petit élément d'une partie $F \subset E$** : minorant $m = \min F$ de F étant lui-même dans F .
- Élément maximal d'une partie $F \subset E$** : Élément a de F vérifiant $\forall x \in F \quad a \prec x \Rightarrow x = a$
- Élément minimal d'une partie $F \subset E$** : Élément a de F vérifiant $\forall x \in F \quad x \prec a \Rightarrow x = a$
- Borne supérieure d'une partie $F \subset E$** : Plus petit des majorants de F .
- Borne inférieure d'une partie $F \subset E$** : Plus grand des minorants de F .