

Vocabulaire des Variables Aléatoires Réelles

Nous proposons ici un lexique spécifique aux espaces de probabilités. Les définitions ne sont pas triées en ordre alphabétique mais plutôt dans un ordre qui suppose connu les définitions précédentes pour chaque nouvelle lecture de définition.

Vocabulaire (et notations) des variables aléatoires

Dans cette section, on se place dans un espace probabilisé $(\Omega ; \mathcal{A} ; \mathbb{P})$.

- **Variable Aléatoire Réelle (VAR) :** Application $X : \Omega \longrightarrow \mathbb{R}$ vérifiant, pour tout intervalle I de $\mathbb{R} : X^{-1}(I) \in \mathcal{A}$.
- **VAR finie :** On dira que X est finie lorsque $X(\Omega)$ est de cardinal fini.
- **VAR discrète :** On dira que X est discrète lorsque $X(\Omega)$ est en bijection avec une partie de $\mathbb{N}$ (i.e. dénombrable).
- **Notations :** Les événements associés aux manipulations de VAR disposent de leurs notations propres :
 - Pour I , intervalle de $\mathbb{R}$, on préfère noter $[X \in I]$ l'événement $X^{-1}(I) = \{\omega \in \Omega ; X(\omega) \in I\}$
 - On peut écrire $[X = a]$ au lieu de $[X \in \{a\}]$
 - On peut écrire $[X \leq a]$ au lieu de $[X \in]-\infty ; a]$
 - On peut écrire $[X < a]$ au lieu de $[X \in]-\infty ; a[$
 - On peut écrire $[X \geq a]$ au lieu de $[X \in [a ; +\infty[$
 - On peut exploiter les notations $[a < X < b]$, $[a \leq X \leq b]$, $[a < X \leq b]$ ou encore $[a \leq X < b]$ de façon analogue.
- **Loi de VAR :** La loi d'une VAR notée X est la donnée des valeurs $(\mathbb{P}[X \in I])_{I:\text{intervalle}}$.
A retenir : En pratique, la donnée $(\mathbb{P}[X \in A_k])_k$ suffit dès lors que la famille des A_k permet d'obtenir, pour les $[X \in A_k]$, un système complet d'événements (ce sera la cas si les A_k forment une partition de $X(\Omega)$).
 Le cas $A_k = \{x_k\}$ et ainsi $[X \in A_k] = [X = x_k]$ avec $X(\Omega) = \{x_k ; k \in \mathbb{N}\}$ est l'usage le plus fréquent.

Indicateurs des VAR discrètes :

On se place dans un espace probabilisé $(\Omega ; \mathcal{A} ; \mathbb{P})$ et on considère que X est une VAR discrète définie sur cet espace.

- **Espérance :** Valeur, sous couvert d'existence définie par la formule : $\mathbb{E}[X] = \sum_{x \in X(\Omega)} x \mathbb{P}[X = x]$
Remarque : Existence assurée si X est (presque-sûrement) finie.
- **Variance :** Valeur, sous couvert d'existence définie par la formule : $\mathbb{V}[X] = \mathbb{E}[(X - \mathbb{E}[X])^2]$
Remarque : Existence assurée si X est (presque-sûrement) finie.
- **Ecart-type :** Sous-couvert d'existence de $\mathbb{V}[X]$, valeur $\sigma(X) = \sqrt{\mathbb{V}[X]}$.
- **Fonction de Répartition d'une VAR :** La fonction, notée F_X définie sur $\mathbb{R}$ par : $\forall t \in \mathbb{R} \quad F_X(t) = \mathbb{P}[X \leq t]$
Remarque : Existence assurée.
- **Moment (d'ordre r) :** Avec $r \in \mathbb{N}^*$, valeur, sous couvert d'existence définie par la formule : $m_r[X] = \mathbb{E}[X^r]$
Remarque : Existence assurée si X est (presque-sûrement) finie. Connaissance exigée pour le cas $r = 2$.
- **VAR centrée :** On dit de X qu'elle est centrée lorsque $\mathbb{E}[X] = 0$.
- **VAR réduite :** On dit de X qu'elle est réduite lorsque $\mathbb{V}[X] = 1$.
- **VAR centrée-réduite :** On dit de X qu'elle est centrée lorsque $\mathbb{E}[X] = 0$ et que $\mathbb{V}[X] = 1$.
- **VAR centrée-réduite associée à X :** On définit X^* associée à X où $\sigma(X) \neq 0$ comme : $X^* = \frac{1}{\sigma_X} \cdot (X - \mathbb{E}[X])$