

**La continuité**

$f$  est continue en  $X_0$  si, et seulement si,  $\lim_{X \rightarrow X_0} f(X) = f(X_0)$ .

Si  $f$  est continue en  $X_0 = (x_1, \dots, x_n)$  alors les  $n$  applications partielles  $f_{X_{0,j}}$  sont continues en  $x_j$ . La réciproque est fautive.

▷ **Exemple 9**

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}^2$  par  $f(x, y) = \frac{xy}{x^2 + y^2}$  si  $(x, y) \neq (0, 0)$   
 $f(0, 0) = 0$ .

La continuité d'une application  $f$  ne dépend pas des normes choisies dans les espaces vectoriels  $E$  et  $F$ . Lorsque l'espace vectoriel d'arrivée  $F = \mathbb{R}$ , la norme dans  $F$  sera toujours la valeur absolue.

**Théorème.** Pour que  $f$  soit continue au point  $a \in A$ , il faut et il suffit que chacune des applications partielles  $f_j$  le soit.