Chapitre 1.

Structures de données avancées

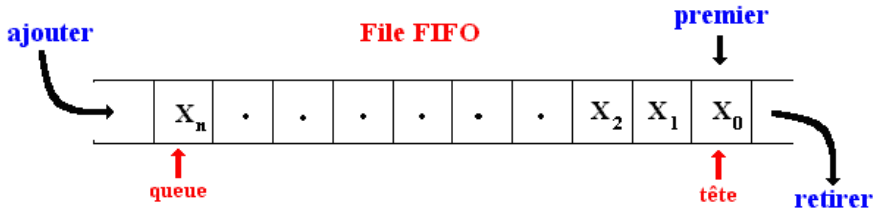
Les Files

Les Files

Une **file** est un conteneur dans lequel on peut ajouter des objets, et retirer à tout moment le premier objet ajouté parmi ceux restants. Il correspond à l'idée qu'on se fait d'une file d'attente, où les personnes qui arrivent se placent en **queue** de file, et attendent d'arriver en **tête** avant d'en sortir.

On dit qu'il s'agit d'une structure **FIFO** (**F**irst-**I**n **F**irst-**O**ut), c'est-à-dire que le premier élément qui a été ajouté dans la liste sera aussi le premier qui en sortira.
La première valeur de la file est la **tête** de la file et la dernière est la **queue** de la file. On peut utiliser les listes pour réaliser une file.
Exemples : En Informatique, les files sont utilisées pour ordonnancer les tâches d'impression, ordonnancer les processus au niveau du système d'exploitation.
Les opérations ordinaires sont :

- **ENFILER (enqueue/push)** permettant d'ajouter en fin de la file
- **DEFILER (dequeue/pop)** permettant de supprimer le premier élément (sommet/tête) de la file.



Exercices d'application : Mise en œuvre d'une file avec une liste

ⓘ Indications pour la réalisation en Python :
Le type « **list »** intègre déjà toutes les méthodes pour réaliser ces deux structures de données :

- **L.append(x)** qui ajoute un élément à la fin de la liste.
- **L.insert(i, x)** qui insère un élément à la position indiquée. Le premier argument est la position de l'élément courant avant lequel l'insertion doit s'effectuer, donc **L.insert(0, x)** insère l'élément en tête de la liste, et **L.insert(len(a), x)** est équivalent à **L.append(x).**
- **L.remove(x)** qui supprime de la liste le premier élément dont la valeur est x. Une exception est levée s'il existe aucun élément avec cette valeur.
- **L.pop(i)**, qui enlève de la liste l'élément situé à la position indiquée, et le retourne. Si aucune position n'est indiquée, **L.pop()** enlève et retourne le dernier élément de la liste

Exercice 1 : Mise en œuvre d'une file avec une liste

1. Créer un module Python « **file.py** » contenant les fonctions suivantes.
2. Ecrire une fonction **creer_file()** permettant de créer et renvoyer une file vide.
3. Écrire une fonction **file_vide(f)** qui retourne **True** si la file **f** est vide et **False** sinon.
4. Écrire une fonction **sommet(f)** qui renvoie le premier élément de la file.

5. Ecrire la fonction **enfiler(f, x)** qui ajoute dans la file **f** l'élément **x**, uniquement à l'aide de la méthode **append** la classe **list**.
6. Ecrire la fonction **defiler(f)** qui supprime de la file le premier élément, uniquement à l'aide de la méthode **pop** de la classe **list**. Que se passe-t-il quand on essaye de défiler une file vide ? On y mettra des instructions de sortie brutale du programme.
7. Ecrire la fonction **afficher(f)** qui affiche tous les éléments de la file **f**.
8. Ecrire la fonction **defilerJusqua(f, x)** qui défile la file f jusqu'à l'élément x. L'élément x n'est pas défilé, il sera le sommet de la file. Au cas où l'élément x n'appartient pas à la file, la méthode défile tous les éléments de la file.
9. Ecrire la fonction **appartient(f,e)** qui renvoie **True** si l'élément appartient à la file, **False** sinon. Attention : il est important que la file ne change pas à la fin de la fonction.
10. Ecrire la fonction **inverser_file(f)** qui inverse les éléments de la file à laquelle elle est appliquée. On a le droit d'utiliser des files ou des piles temporaires.

Exercice 2 :

Une structure de File fonctionne sur le principe premier entré-premier sorti (comme les files d'attentes à un guichet).
On se propose ici de décrire une implémentation d'une file à l'aide d'un tableau de taille **n**. Bien sûr cela implique que la file a une capacité finie. Une file sera constituée d'éléments contigus de ce tableau.

Une façon d'implémenter une file contenant au plus **n** éléments est de créer une liste
`F = [queue, tete, [0,0, . . . ,0]]` où la sous-liste `F[2]` de `F` est initialisée avec `n` zéros.
Il suffira donc pour représenter la liste de gérer deux indices entiers `tete` et `queue`: l'indice `tete` marque le début de la file, et `queue` en marque la fin.
Plus précisément `tete` est l'indice de la case du tableau où on va chercher le prochain élément à défiler, et `queue` est l'indice de la case du tableau où on va enfiler la prochaine valeur.
Le fonctionnement est le suivant :
- À la création de la File `F`, `tete` et `queue` sont initialisés à zéro. Ainsi `F[2]` est initialisée avec `n` zéros.
- Quand on insère un élément dans la File `F`, on le met dans `F[2][queue]`, puis `queue` est augmenté d'une unité.
- Si on retire un élément de la File `F`, on le retire de `F[2][tete]`, puis on augmente `tete` d'une unité. La fonction qui gère cela doit retourner la valeur retirée.
- Si `tete` ou `queue` atteignent la fin de `F[2]`, ils doivent pouvoir revenir à `0` : la gestion des indices `tete` et `queue` se fait donc de manière circulaire.

Voici par exemple une représentation de la file (3, 7, 0, 9) au sein d'un tableau de 5 cases. L'ordre d'insertion a donc été 3, 7, 0, 9 :

File initialement vide : F = [**0** **0** [0 0 0 0 0]]
queue tete 0 1 2 3 4

File non pleine : Après avoir enfilé les entiers 3, 7, 0, 9 : F = [**4** **0** [**3** **7** **0** **9** 0]]
queue tete **0** 1 2 3 **4**

Attention, on utilise un tableau dit circulaire, ce qui veut dire que si on a besoin de cellule au-delà du bord droit du tableau `F[2]`, on va les chercher à gauche, si elles sont libres.

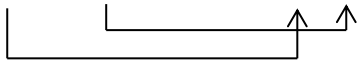
Il est donc tout à fait possible d'avoir `queue < tete`, comme par exemple dans la représentation suivante de cette même liste :

File non pleine : Après avoir défilé 3 et 7 et enfilé les entiers 8 et 10

F = [**1** **2** [**10** 7 **0** **9** **8**]]

queue tete

0 **1** **2** 3 4



Une conséquence de ce choix est que l'égalité `tete = queue` ne permet pas de distinguer entre la file vide et la file pleine ; pour pallier ce problème il suffit de ne pas limiter `tete` et `queue` aux valeurs entre `0` et `n-1` lors des enfilements et des défilements. En revanche pour piocher le contenu des bonnes cases dans le tableau il faudra bien sûr travailler **`modulo n`**.

Travail à faire : Définir les fonctions primitives suivantes :

1. Écrire une fonction **creerFile(n)** permettant de créer et renvoyer une file vide de taille **n**.
2. Écrire une fonction **estVide(F)** permettant de renvoyer **True** si la file **F** passée en paramètre est vide, sinon elle renvoie **False**.
3. Écrire une fonction **estPleine(F)** permettant de renvoyer **True** si la file **F** passée en paramètre est pleine, sinon elle renvoie **False**.
4. Écrire une fonction **enfiler(F, x)** qui insère l'élément **x** dans la file **F** si celle-ci n'est pas pleine sinon on peut provoquer l'arrêt du programme.
5. Écrire une fonction **defiler(F)** qui retire l'élément correct de la File **F** et renvoie cet élément. Si la file est déjà vide, on provoque un arrêt du programme.
6. Écrire une fonction **sommet(F)** qui renvoie l'élément à la tête de la File **F** sans le retirer de la file. Si la file est déjà vide, on provoque un arrêt du programme.

Exercice 3 : Nombres de Hamming

Les nombres de Hamming sont les entiers naturels non nuls dont les seuls facteurs premiers éventuels sont 2, 3 et 5 : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 15, 16, 18, 20, 24, 25, 27, 30, . . .
Le but de cet exercice est de les générer de manière croissante. Évidemment, on peut parcourir un à un tous les entiers en testant à chaque fois si ceux-ci sont des entiers de Hamming, mais cette démarche montre vite des limites (songez que le 1999e entier de Hamming est égal à 8 100 000 000 et le 2000e à 8 153 726 976 : il faudrait tester plus de 53 millions de nombres avant d'augmenter notre liste d'un élément !). On adopte donc la démarche suivante : on utilise trois files **f2, f3, f5** contenant initialement le nombre **1**, et on suit la démarche suivante :

1. On détermine le plus petit des trois têtes de file, que l'on note **k** et que l'on imprime à l'écran ;
2. On retire cet élément des files où il se trouve ;
3. On insère en queue des files f2, f3 et f5 les entiers 2k, 3k et 5k.

Cette démarche utilise le fait que tout nombre de Hamming différent de 1 est le produit par 2, 3 ou 5 d'un nombre de Hamming plus petit.
Travail à faire : En utilisant les fonctions définies dans l'exercice précédent, rédiger une fonction Python permettant l'affichage des n premiers nombres de Hamming.