

Institut Préparatoire aux Etudes d'Ingénieurs de Nabeul

Département : Mathématiques et Informatique

Informatique : TP Python

TP 3. Simulation Numérique

Méthodes de recherche des zéros d'une fonction

Exercice 1 : Comparaison de différentes méthodes de résolution

Soient $[a; b]$ un segment de \mathbb{R} et f une fonction dérivable sur $[a; b]$. On suppose que f' est continue, ne s'annule pas et que $f(a) \times f(b) < 0$. Il existe alors un unique réel $r \in]a; b[$ tel que $f(r) = 0$.

1. Donner une équation de la corde de la courbe de f entre les points d'abscisses a et b .
Calculer l'abscisse c du point d'intersection de cette corde avec l'axe des abscisses.
2. Méthode de la fausse position. Le principe de cette méthode, proche de celle de dichotomie, consiste aussi à diviser à chaque étape l'intervalle de travail en deux parties. Mais au lieu de couper un segment $[u; v]$ en son milieu, on construit la corde entre les points de coordonnées $(u, f(u))$ et $(v, f(v))$ et on calcule l'abscisse c de l'intersection de cette corde avec l'axe des abscisses. Comme pour la dichotomie, on choisit ensuite de continuer dans l'intervalle $[u; c]$ ou dans l'intervalle $[c; v]$ en fonction du signe de $f(u) \times f(c)$.
 - a. Illustrer la méthode et définir des relations de récurrence correspondant à ce schéma en s'inspirant du cours sur la dichotomie.
 - b. Définir une fonction Python `fausse_pos` d'arguments f, a, b et e permettant de trouver une valeur approchée du zéro de f sur $[a; b]$ avec un critère d'arrêt e . Cette fonction devra également renvoyer le nombre d'itérations effectuées.
3. Méthode de la sécante. Dans certains cas, le calcul de f' est difficile ou très long, voire impossible. Dans la méthode de la sécante, on procède comme dans la méthode de Newton, mais on approche la valeur de la dérivée en un point par la pente d'une corde, autrement dit on approche la tangente en ce point par une corde : partant de u et v , on construit la corde entre les points de coordonnées $(u, f(u))$ et $(v, f(v))$ et on calcule l'abscisse w de l'intersection de cette corde avec l'axe des abscisses, puis on recommence entre v et w et ainsi de suite.
 - a. Illustrer la méthode et définir des relations de récurrence correspondant à ce schéma en s'inspirant du cours sur la méthode de Newton. On prendra $x_0 = a$ et $x_1 = b$.
 - b. Définir une fonction Python `secante` d'arguments f, a, b et e permettant de trouver une valeur approchée du zéro de f sur $[a; b]$ avec un critère d'arrêt e . Cette fonction devra également renvoyer le nombre d'itérations effectuées.
4. On veut maintenant comparer entre elles les différentes méthodes.
 - a. Ecrire des fonctions `decho` et `Newton`, d'arguments à préciser, permettant la résolution approchée sur $[a; b]$ de l'équation $f(x) = 0$, utilisant respectivement les méthodes de dichotomie et de Newton. Comme les précédentes, ces fonctions devront également le nombre d'itérations effectuées.
 - b. Se renseigner sur la fonction `fsolve` du sous-module `optimize` de `scipy`.
 - c. Ecrire une fonction `compare(f, fp, a, b, x0, e)`, de paramètres une fonction, sa dérivée, les bornes de l'intervalle, un point de départ x_0 et un critère d'arrêt e , permettant de renvoyer les valeurs approchées de la solution de l'équation $f(x) = 0$ sur $[a; b]$ obtenues par `fsolve`, `dicho`, `fausse_pos`, `secante` et `newton`, ainsi que le nombre

d'itérations nécessaires pour ces 4 dernières méthodes. L'appliquer avec $f : x \longrightarrow x^2 - 2$ sur $[1; 2]$ pour différentes valeurs de ϵ .