

TP 1. Simulation Numérique : Corrigé

Modules de calcul scientifique : Numpy et Matplotlib

Exercice 1 :

Construire un objet de type `numpy.ndarray`

- a) dont les termes sont les multiples de 3 compris entre 0 et 27 ;

```
1 import numpy as np
2 a = np.arange(0,28,3)
3 print(a)
```

- b) dont les termes sont les puissances de 2, de $2^0 = 1$ à $2^{12} = 4096$;

```
1 import numpy as np
2 b = np.arange(0,13)
3 print(2**b)
```

Exercice 2 :

Pour cet exercice, on prend $n = 1000000$. On pourra augmenter ou diminuer cette valeur en fonction de la machine utilisée.

- Calculer $\sum_{i=0}^n i$ sans utiliser numpy.
- Chronométrer le temps nécessaire pour le calcul précédent, par exemple en utilisant `time.clock()`.

```
1 import numpy as np
2 from time import clock
3 # 1ère méthode : avec une boucle for ordinaire
4 t0 = clock()
5 a = range(1000001)
6 t1 = clock()
7 S = 0
8 for i in a:
9     S += i
10 t2 = clock()
11 print('1ère méthode : {:.6f} + {:.6f} = {:.6f} secondes'.
12       format(t1-t0,t2-t1,(t1-t0)+(t2-t1)))
13
14 # 2ème méthode : avec une liste en compréhension
15 t0 = clock()
16 a = range(1000001)
17 t1 = clock()
18 S = sum(i for i in a)
19 t2 = clock()
20 print('2ème méthode : {:.6f} + {:.6f} = {:.6f} secondes'.
21       format(t1-t0,t2-t1,(t1-t0)+(t2-t1)))
```

3. Utiliser un tableau numpy et la méthode sum pour calculer à nouveau la somme proposée.
4. Comparer le temps de calcul avec la méthode précédente.

```

1 import numpy as np
2 from time import clock
3 t0 = clock()
4 v = np.array(range(1000001))
5 t1 = clock()
6 S = v.sum() # ou np.sum(v)
7 t2 = clock()
8 print('3ème méthode : {:.6f} + {:.6f} = {:.6f} secondes'.
9       format(t1-t0,t2-t1,(t1-t0)+(t2-t1)))

```

Exercice 3 :

On peut justifier que :

$$\pi = 2 \prod_{n=1}^{+\infty} \frac{4n^2}{4n^2 - 1}$$

appelé le produit de Wallis.

1. Écrire une fonction itérative, d'argument n, calculant :

$$2 \prod_{i=1}^n \frac{4i^2}{4i^2 - 1}$$

```

1 import numpy as np
2 from time import clock
3 def wallis (n):
4     p = 2
5     for i in range(1, n+1):
6         k = 4 * i * i
7         p *= k / (k - 1)
8     return p
9 t0 = clock()
10 print(wallis(1000000))
11 t1 = clock()
12 print('{:.6f} secondes'.format(t1-t0))

```

2. Écrire une fonction utilisant un tableau numpy, effectuant le même calcul.
3. Comparer le temps de calcul de ces deux fonctions.

```

1 import numpy as np
2 from time import clock
3 def wallis_np (n):
4     x = np.arange(1,n+1, dtype=np.float)
5     x **= 2
6     x *= 4
7     y = x - 1
8     x /= y
9     return 2*np.prod(x)
10 t0 = clock()
11 print(wallis_np(1000000))
12 t1 = clock()
13 print('{:.6f} secondes'.format(t1-t0))

```

Exercice 4 :

Soit la fonction $h(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}x^2}$. Créer des tableaux xt et ht qui contiennent respectivement 41 valeurs réparties uniformément pour $x \in [-4, 4]$ et l'évaluation de la fonction h sur ces valeurs.

```

1 from math import sqrt,pi,exp
2 import numpy as np
3
4 def h(x):
5     return (1/sqrt(2*pi))*exp(-1/2*x**2)
6
7 xt = np.linspace(-4,4,41)
8 print(xt)
9 h = np.vectorize(h)
10 ht=h(xt)
11 print(ht)

```

Exercice 5 :

Ecrire un script qui demande à l'utilisateur des nombres $a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2$ et trace le triangle ABC .

```

1 """
2 On rappelle que : les points du triangle ABC sont :
3 A(a1;a2), B(b1;B2) et C(c1;c2)
4 et que : plt.plot([a1, b1, c1, a1],[a2, b2, c2, a2])
5 relie les points (a1;a2), (b1;B2), (c1;c2) et (a1;a2)
6 on fait donc:
7 """
8
9 import matplotlib.pyplot as plt
10
11 a1= float(input('a1 = '))
12 a2= float(input('a2 = '))
13
14 b1= float(input('b1 = '))
15 b2= float(input('b2 = '))
16
17 c1= float(input('c1 = '))
18 c2= float(input('c2 = '))
19
20 plt.plot([a1, b1, c1, a1],[a2, b2, c2, a2])
21 plt.show() # Afficher la fenetre graphique

```

Exercice 6 :

Réaliser le graphe de la fonction $y(t) = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$ pour $v_0 = 10$, $g = 9.81$, et $t \in [0, 2v_0/g]$. Le label sur l'axe des x devra être "temps (s)" et le label sur l'axe des y "hauteur (m)".

```

1 from math import *
2 import numpy as np
3 import matplotlib.pyplot as plt
4 v0 = 10

```

```

5 g = 9.81
6 a=0
7 b= 2 *v0 / g
8 t = np.linspace(a,b,100)
9
10 def y(t):
11     return v0 * t - 1/2 * g * t**2
12
13 plt.plot(t, y(t))
14 plt.xlabel("Temps (s)")
15 plt.ylabel("Hauteur (m)")
16 plt.show()

```

Exercice 7 :

La fonction $f(x, t) = e^{-(x-3t)^2} \sin(3\pi(x-t))$ décrit pour une valeur fixe de t une onde localisée en espace. Faire un programme qui visualise cette fonction comme une fonction de x dans l'intervalle $x \in [-4, 4]$ pour $t = 0$.

```

1 from math import exp, pi
2 import numpy as np
3 import matplotlib.pyplot as plt
4
5 def f(x,t):
6     return exp(-(x-3*t)**2) * sin(3*pi*(x-t))
7
8 f = np.vectorize(f)
9
10 x = np.linspace(-4,4)
11 print("x=",x)
12
13 y=f(x,0)
14 print("y =",y)
15
16 plt.plot(x,y)
17
18 plt.xlabel("x")
19 plt.ylabel("f(x,0)")
20
21 plt.show()

```