

# COMPOSITION D'INFORMATIQUE n°4

Barème et remarques

\*\*\*

Il vous est demandé de prendre une feuille (simple devrait suffire, double si vous avez un doute) et d'écrire votre nom et le nom de la personne dont vous corrigez la copie. Cette feuille contiendra, pour chaque question :

- le numéro de la question ;
- le total de points obtenus sur la question. On distingue 0/5 si la question est traitée mais incorrecte, et NT pour indiquer que la question est non traitée. Si quelque chose est écrit puis barré, cela ne doit pas être lu ou pris en compte (on fait comme si ça n'existait pas, et on peut mettre non traité si tout ce qui a été écrit à une question est barré) ;
- les remarques et commentaires éventuels à faire sur la question. Cela peut inclure :
  - \* une justification du correcteur sur la raison pour laquelle des points ont été perdus (mais ce n'est pas obligatoire de le faire à chaque question, seulement quand il peut y avoir un doute) ;
  - \* une remarque ou critique sur la rédaction d'une question (exemple : « je n'ai pas réussi à lire le paragraphe », « la justification aurait dû inclure tel élément », « bravo ! la justification est astucieuse ! », ...)
- si vous avez un doute sur votre capacité à corriger la question, vous pouvez l'indiquer sur la feuille, je reprendrai les questions non corrigées plus tard.

Merci de ne pas écrire sur les copies, uniquement sur cette feuille que vous rendrez avec la copie.

Chaque question est notée avec un entier de 0 à 5 points. De plus, il est possible d'attribuer un malus de syntaxe de code ou un malus de présentation :

- La première erreur de syntaxe est pardonnée. Chaque nouvelle erreur de syntaxe au delà de la première entraîne un point de malus (une même erreur de syntaxe répétée plusieurs fois n'est comptabilisée qu'une seule fois), pour un maximum de 5.
- Le malus de présentation prend en compte :
  - \* la propreté de la copie (quantité de ratures, ratures gribouillées au lieu d'être simplement barrées, code correctement indenté pour faciliter la lecture...);
  - \* la lisibilité de l'écriture (on ne demande pas une écriture immaculée, mais cela doit être lisible ; si un paragraphe est écrit en tout petit « pour que ça rentre », cela peut entraîner un malus de présentation) ;
  - \* la qualité de rédaction (phrases intelligibles, dans un français correct).

À vous de juger ce qui est pertinent, à nouveau pour un maximum de 5.

Si vous ne comprenez toujours pas une réponse après l'avoir lue deux fois parce qu'elle est confuse/mal écrite, vous pouvez légitimement enlever une partie ou tous les points.

Une réponse « Tout ou rien » signifie qu'il faut mettre soit 0/5, soit 5/5.

Le barème pour les questions de programmation est souvent noté en négatif (on part de 5 et on enlève des points s'il manque des choses). Tout n'est pas indiqué : on peut enlever 1 point par « petite erreur » de programmation (erreur d'indice, d'inégalité, ...) et 2 points par erreur plus importante (confusion liste/tableau, modification d'objet qui n'est pas une référence, ...).

## 1 Arbres et forêts

**Question 1** Tout ou rien.

**Question 2**

- 3/5 pour l'explication de l'algorithme. On accepte une phrase en français, du genre « On parcourt les arêtes par poids croissants et on conserve celles qui ne créent pas de cycle ».
- 2/5 pour la complexité. -1/5 s'il n'y a pas de justification.

### Question 3

- 2/5 pour justifier que l'algorithme renvoie bien une forêt couvrante ;
- 3/5 pour la minimalité, en justifiant que ça se ramène à appliquer Kruskal à chaque composante.

**Question 4** Même si d'autres raisonnements sont possibles, je donne le barème pour un raisonnement par l'absurde. À adapter pour un autre raisonnement.

- 2/5 pour justifier qu'il existe une arête du cycle qui relie les deux composantes connexes créées en supprimant l'arête de poids maximal. Aucun point si on considère une arête quelconque du cycle sans justifier ;
- 2/5 pour justifier la construction d'un nouvel arbre/forêt couvrant en supprimant et ajoutant une arête ;
- 1/5 pour la rédaction et la conclusion.

**Question 5** Même si d'autres raisonnements sont possibles, je donne le barème pour un raisonnement par l'absurde. À adapter pour un autre raisonnement.

- 2/5 pour justifier qu'il existe une arête avec une seule extrémité dans  $X$  dans le cycle créé en rajoutant l'arête. Aucun point si on considère une arête quelconque du cycle sans justifier ;
- 2/5 pour justifier la construction d'un nouvel arbre/forêt couvrant en supprimant et ajoutant une arête ;
- 1/5 pour la rédaction et la conclusion.

## 2 Problème de l'arbre de Steiner

### Question 6

- 2/5 pour la description du certificat (on n'impose pas de justifier que sa taille est polynomiale) ;
- 3/5 pour la vérification : 1/5 pour le nombre d'arêtes de l'arbre de Steiner, 1/5 pour le fait que c'est bien un arbre qui contient  $X$ , 1/5 pour la rédaction.

### Question 7

- aucun point s'il manque un « sommet-sommet » ;
- 2/5 s'il manque une arête ou un « sommet-arête », et que tout le reste est correct ;
- 0/5 sinon.

### Question 8

- 2/5 pour le sens direct ;
- 2/5 pour le sens réciproque ;
- 1/5 pour la rédaction.

Au plus 2/5 s'il n'y a qu'un seul sens.

### Question 9

- 2/5 pour rappeler que la construction de  $G_I$  se fait en temps polynomial ;
- 2/5 pour dire que ADS est NP-difficile ;
- 1/5 pour la conclusion.

## 3 Calcul linéaire d'une forêt couvrante minimale

### 3.1 Phase de Borůvka

**Question 10** Tout ou rien.

**Question 11** Au plus 3/5 si la complexité n'est pas linéaire en la taille du graphe. On prête attention à la syntaxe pour la création des nouveaux voisins avec mémoire.

**Question 12** Tout ou rien. On attend la mention du numéro de la question ou du nom de la propriété.

**Question 13**

- 1/5 pour la mention des sommets isolés d'une manière ou d'une autre ;
- 4/5 pour la justification et rédaction.

On accepte une explication plus informelle du résultat si elle est claire.

**Question 14** On enlève 1/5 par cas de base non considéré.

**Question 15**

- on enlève 2/5 s'il n'y a aucune explication du code ;
- on enlève 2/5 si des arêtes sont ajoutées en double ;
- on enlève 2/5 s'il manque l'ajout des arêtes d'origine à `fcm`, 1/5 si elles ne sont ajoutées que dans un sens.

**Question 16**

- on enlève 2/5 si on renvoie le dictionnaire au lieu de la liste des voisins ;
- on enlève 2/5 s'il y a une mauvaise utilisation du dictionnaire (`find` sans vérifier que la clé existe, par exemple).

On tolère si le nom du module `Hashtbl` n'est pas écrit dans les noms de fonctions.

**Question 17**

- on enlève 1/5 si les sommets isolés ne sont pas pris en compte ;
- on enlève 1/5 si le nombre de composantes n'est pas renvoyé.

**Question 18**

- on enlève 2/5 si les arêtes du nouveau graphe sont mal créées (erreur de numérotation, par exemple) ;
- on enlève 2/5 si les doublons ne sont pas supprimés.

**Question 19**

- 1/5 pour la complexité de chacune des fonctions `foret_boruvka`, `composantes` et `elim_doublons`. On attend une justification pour chacune (sinon pas de point).
- 1/5 pour la conclusion ;
- 1/5 pour la rédaction globale.

### 3.2 Sélection aléatoire d'arêtes

**Question 20**

- on enlève 2/5 si la complexité n'est pas linéaire ;
- on enlève 3/5 si les arêtes sont mal créées (cf remarque du corrigé).

**Question 21** Tout ou rien. On attend la mention du numéro de question ou du nom de la propriété.

**Question 22**

- 2/5 pour indiquer que si on rajoute la création de  $H$  à la version 2, ça ne change pas le résultat ;
- 3/5 pour la justification globale.

**Question 23**

- 2/5 par sens de l'équivalence ;
- 1/5 pour la rédaction.

**Question 24**

- 2/5 pour la mention du nombre maximal de pile qu'on peut obtenir ;
- 3/5 pour la rédaction et conclusion.

### 3.3 Calcul de forêt couvrante minimale

**Question 25**

- on enlève 1/5 si la récursivité mutuelle est mal écrite ;
- on enlève 2/5 si on fait appel à la mauvaise des deux fonctions lors d'un appel récursif.

**Question 26**

- 1/5 pour la mention de chacune des deux questions utilisées ;
- 2/5 pour la formulation de la propriété de récurrence/invariante qui montre le résultat ;
- 1/5 pour la rédaction globale ;
- on enlève 1/5 s'il est fait la mention d' « invariant de boucle » (il n'y a pas de boucle).

**Question 27** Tout ou rien.

**Question 28**

- 2/5 pour la hauteur de l'arbre ;
- 3/5 pour le reste de la preuve. Au plus 1/5 si la justification est informelle.

**Question 29**

- 3/5 pour la justification que  $\mathbb{E}(|S_i|) \leq \frac{\mathbb{E}(S_{i-1})}{2}$ , avec des espérances ou non ;
- 2/5 pour le calcul du nombre total d'arêtes.

**Question 30**

- 1/5 pour la mention de la partition en branches gauches ;
- 2/5 pour l'espérance du nombre d'arêtes de l'enfant droit ;
- 1/5 pour le calcul final ;
- 1/5 pour Las Vegas.

## 4 Approximation

**Question 31** Tout ou rien. On accepte une justification informelle.

**Question 32** Tout ou rien.

**Question 33**

- 2/5 pour  $X \subseteq Y$  ;
- 2/5 pour la connexité de  $G[Y]$  ;
- 1/5 pour la rédaction et conclusion.

**Question 34**

- 2/5 pour le calcul des distances et des plus courts chemins. On accepte la mention de Floyd-Warshall uniquement (seulement 1/5 si Dijkstra uniquement) ;
- 1/5 pour la construction de  $T_1$  et  $T$  ;
- 1/5 pour la construction de  $Y$  ;
- 1/5 pour la conclusion.

**Question 35**

- 1/5 pour la comparaison du poids de  $T$  avec la distance ;
- 2/5 pour la mention d'un parcours en profondeur et l'inégalité associée ;
- 2/5 pour la conclusion et rédaction.

\*\*\*