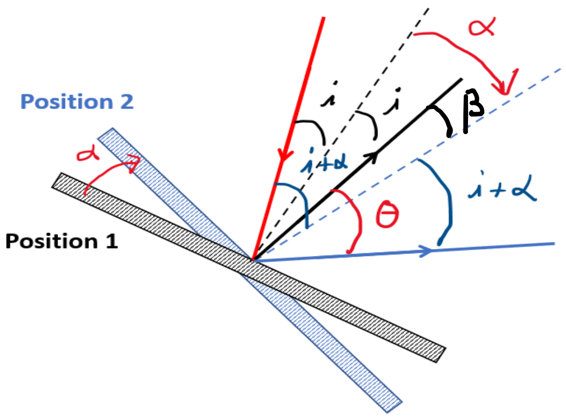
TD 1 - Corrigé

Lois de Descartes

Exercice 1 : Applications directes du cours

1. Rotation d'un miroir plan.

Conseil : toujours démarrer un problème par un schéma clair en repérant le maximum d'informations (ici les angles) : ce que l'on sait, ce que l'on cherche.



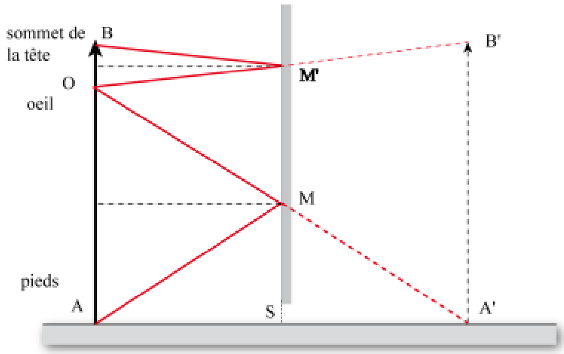
Le miroir subit une rotation d'angle α. La normale subit donc le même angle de rotation comme indiqué sur le schéma. Pour répondre au problème, il faut tracer un rayon incident, d'angle d'incidence i avec la normale du miroir dans la position 1, et donc l'angle d'incidence i+α avec la normale dans la deuxième position.

La question posée est de déterminer l'angle θ entre les deux rayons réfléchis (position 1 puis position 2), comme indiqué sur le schéma.

Pour répondre au problème, il suffit d'appliquer les lois de Descartes pour la réflexion dans les deux positions.
Position 1 : l'angle de réflexion vaut i (directement écrit sur le schéma)
Position 2 : l'angle de réflexion vaut i+α (écrit également sur le schéma)

En utilisant les notations du schéma nous avons donc :
$\theta = (i + \alpha) + \beta$
Avec $\beta = \alpha - i$
Soit : $\theta = (i + \alpha) + (\alpha - i) = 2\,\alpha$

2. Vue complète



Pour que la personne puisse se voir en entier par réflexion sur le miroir il faut qu'un rayon, issu du sommet de sa tête B, passe après réflexion sur le miroir par son oeil O. De même un rayon issu de ses pieds A doit également après réflexion sur le miroir passer par son oeil. Ce qui conduit à la figure ci-dessus où les rayons

BM'O et AMO ont été tracés en tenant compte des lois de Descartes pour la réflexion. Nous voyons donc qu'il est possible de limiter la hauteur du miroir à la distance MM' puisque la partie extérieur à MM' n'interviendra pas dans le cheminement des rayons réfléchis.

Un autre raisonnement possible pour obtenir la même construction consiste à utiliser un résultat vu en cours : A'B' est le symétrique de AB par le miroir.

De la construction précédente nous pouvons déduire deux faits :

- M est sur la médiatrice de OA, donc d=SM=(180-10)/2=85 cm
- M' est sur la médiatrice de OB, donc SM'= AB-OB/2 = 180 – 5 = 175 cm

On en déduit la longueur L minimale du miroir : L = SM'-SM = 175 – 85 = 90 cm

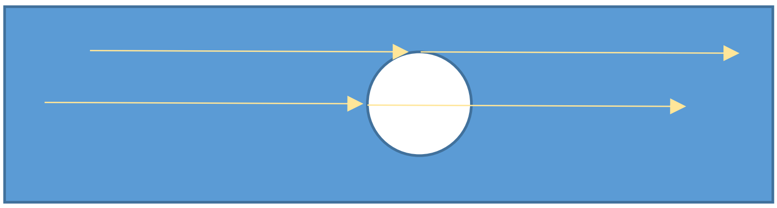
3. Dioptre air-eau

L'angle d'incidence i est compris entre 0° et 90°. Pour obtenir les valeurs de i2 on applique les lois de Descartes pour la réfraction : $n_1 \cdot \sin i_1 = n_2 \cdot \sin i_2$

Pour i_1 = 0° il vient directement que i_2 = 0° ; pour i_1=90° on a i2 = $\sin^{-1}(n_1/n_2)$ = 48,75°

Les rayons réfractés sont donc situés dans l'intervalle [0 ; 48,75]. Il y a toujours une réfraction possible, donc pas de réflexion totale. Au besoin, il est possible de le démontrer par l'absurde : en supposant qu'il y a réflexion totale, on se retrouve avec une valeur de sinus supérieure à 1.

4. Bulle d'air

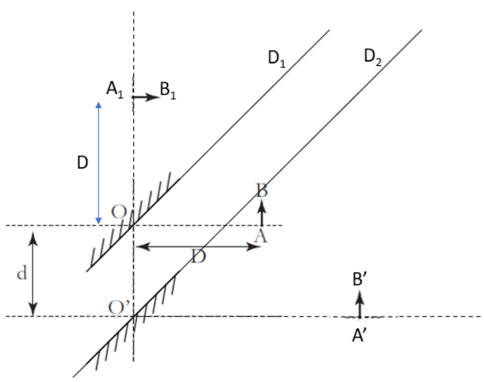


Le rayon dirigé vers le centre de la bulle arrive avec un angle d'incidence nul (i=0) ; l'application des lois de Descartes pour la réfraction conduit à montrer que l'angle de réfraction est également nul. Le rayon n'est donc pas dévié.

Le rayon rasant la bulle ne peut pas pénétrer dans l'air : le trajet parcouru dans l'air aurait une longueur nulle … il continue donc son trajet dans l'eau sans déviation.

Les rayons intermédiaires auront donc toutes les valeurs d'incidence entre 0° et 90°. Comme on passe d'un milieu à un autre milieu moins réfringeant, il existe une valeur de l'angle à partir de laquelle il n'y aura plus réfraction mais uniquement réflexion totale (angle supérieur à 48,75° comme démontré dans le cours).

Exercice 2 : Périscope



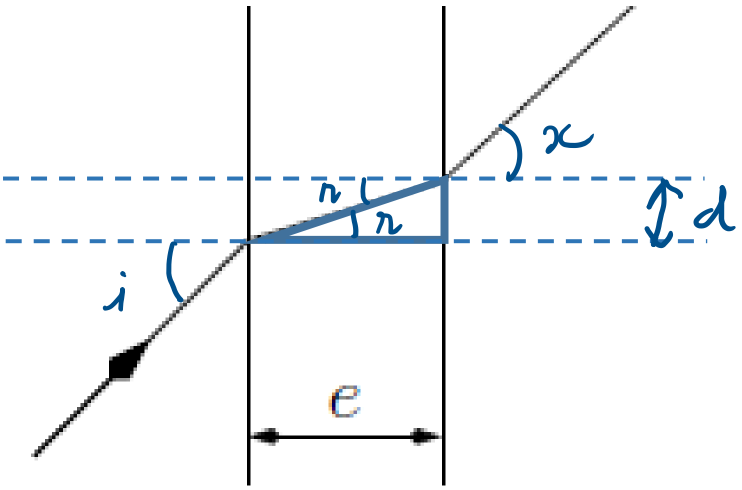
1. Le système optique est constitué de deux miroirs. Pour obtenir l'image de A par l'ensemble il faut d'abord tracer l'image A_1 de A par le premier miroir : il s'agit de son symétrique par la droite D_1, intersection du miroir avec le plan d'incidence (voir schéma). L'image de A_1 par le second miroir est donc A', il s'agit du symétrique de A_1 par la droite D_2.

   O étant sur le miroir OA1 est symétrique de OA par le premier miroir : OA1 = OA = D

   Ensuite O'A' est symétrique de O'A' par le second miroir : O'A'=O'A1 = O'O + OA1 = d +D

2. La première image A1B1 est symétrique de AB par un miroir incliné à 45° : elle est donc horizontale, pointant vers la droite (voir schéma). A'B' est l'image de A_1B_1 par le second miroir, également incliné à 45° : il se retrouve alors avec la même orientation (et la même taille) que AB.

Exercice 3 : Lame à faces parallèles



1. Loi de Descartes en réfraction sur la première face :
   sin(i)=nsinr

   Lorsqu'une droite coupe deux droites parallèles, les angles internes sont les même : l'incidence sur la deuxième face se fait donc avec un angle r et la loi de Descartes s'écrit :
   sin (x) = nsinr

   D'où x=i

2. Dans le triangle rectangle qui apparaît sur la figure on peut écrire :
   tan(r)= d/e

   Or tanr = sinr / cos r
   Avec sinr=sin(i)/n
   Dans le cadre des petits angles : sin(i) ≈ i
   Par ailleurs $\cos^2 r+\sin^2 r=1$ soit $\cos^2 r = 1 - \sin^2 r \approx 1 - r^2 \approx 1$

   On a donc :
   i/n=d/e soit d = ei/n

   A.N. : e = 2mm, n = 1,5, i = $\pi/6$ => d = 0,7 mm