

E_x 4

$$1^\circ \quad n_1 \times \sin i_1 = N \times \sin r$$

$$\text{or } r + i = \pi/2 \quad \text{donc } r = \pi/2 - i$$

$$n_1 \times \sin i_1 = N \sin (\pi/2 - i)$$

$$n_1 \times \sin i_1 = N \cos i$$

2° Réflexion totale si $n < N$

$$\text{en I on peut écrire } N \times \sin i = n \times \sin i_2$$

$$\text{au maximum } i_2 = \pi/2 \quad \text{donc } \sin i = n/N$$

$$\text{or } \cos i = \frac{n_1}{N} \sin i_1 \quad (\text{question } 1^\circ)$$

$$\cos^2 i + \sin^2 i = 1$$

$$\left(\frac{n_1}{N}\right)^2 \sin^2 \alpha + \left(\frac{n}{N}\right)^2 = 1$$

$$\alpha = \sin^{-1} \left(\frac{N}{n_1} \sqrt{1 - \left(\frac{n}{N}\right)^2} \right)$$

$$3^\circ \quad n = N \sqrt{1 - \left(\frac{n_1}{N}\right)^2 \sin^2 \alpha}$$

$$4^\circ \quad n < N \quad \text{et} \quad n_1 < N$$

$$5^\circ \quad N = 1,4929$$

Ex 5

$$1^{\circ} \quad n_c \times \sin i_{\text{lim}} = n_g \times \sin \frac{\pi}{2}$$

$$i_{\text{lim}} = \sin^{-1} \left(\frac{n_g}{n_c} \right)$$

$$\text{Enoncé : } \theta_{\text{lim}} = \frac{\pi}{2} - i_{\text{lim}}$$

$$2^{\circ} \quad n_a \times \sin \alpha = n_c \times \sin \theta$$

3.

$$n_a \times \sin \alpha_{\text{lim}} = n_c \times \sin \theta_{\text{lim}}$$

$$n_a \times \sin \alpha_{\text{lim}} = n_c \times \sin \left(\frac{\pi}{2} - i_{\text{lim}} \right)$$

$$n_a \times \sin \alpha_{\text{lim}} = n_c \times \cos i_{\text{lim}}$$

$$\sin \alpha_{\text{lim}} = \frac{n_c}{n_a} \times \cos i_{\text{lim}}$$

$$\text{d'où } \cos^2 i_{\text{lim}} = \left(\frac{n_a}{n_c} \right)^2 \sin^2 \alpha_{\text{lim}}$$

$$\text{avec } \sin^2 i_{\text{lim}} = \left(\frac{n_g}{n_c} \right)^2 \text{ et } \cos^2 i_{\text{lim}} + \sin^2 i_{\text{lim}} = 1$$

$$\text{il vient } \left(\frac{n_a}{n_c} \right)^2 \sin^2 \alpha_{\text{lim}} + \left(\frac{n_g}{n_c} \right)^2 = 1$$

$$\text{par suite } n_a^2 \sin^2 \alpha_{\text{lim}} = n_c^2 - n_g^2$$

$$\text{et comme } ON = n_a \sin \alpha_{\text{lim}} \text{ on a } ON = \sqrt{n_c^2 - n_g^2}$$

Ex 6

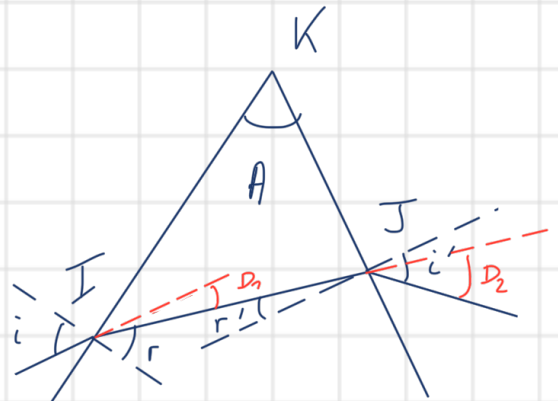
1° En I : $\sin i = n \sin r$

En J : $n \sin r' = \sin i'$

2° Triangle IJK

$$A + (\pi/2 - r) + (\pi/2 - r') = \pi$$

$$A = r + r'$$



3° 1^{ère} déviation en I : $i = D_1 + r$ d'où $D_1 = i - r$

2^{ème} déviation en J : $r' = i' - D_2$ d'où $D_2 = i' - r'$

$$D = D_1 + D_2 = i + i' - (r + r') = i + i' - A$$

4° $dD(i) = di + di'$ d'où $\frac{dD(i)}{di} = 1 + \frac{di'}{di} = 0$ quand D est minimum

or $\sin i = n \sin r$ donc $\cos i di = n \cos r dr$

et $n \sin r' = \sin i'$ donc $n \cos r' dr' = \cos i' di'$

on a donc $\frac{dD(i)}{di} = 1 + \frac{\cos i \cos r'}{\cos i' \cos r} \frac{dr'}{dr} \quad (0 = dr + dr')$

$$= 1 - \frac{\cos i \cos r'}{\cos i' \cos r}$$

Quand D est minimum on a : $\frac{\cos i}{\cos i'} = \frac{\cos r}{\cos r'}$

On obtient alors facilement $\frac{1 - \sin^2 i}{1 - \sin^2 i'} = \frac{1 - \sin^2 i / n^2}{1 - \sin^2 i' / n^2}$

qui s'écrit aussi $\frac{1 - \sin^2 i}{n^2 - \sin^2 i} = \frac{1 - \sin^2 i'}{n^2 - \sin^2 i'}$

Pour résoudre cette équation il faut donc étudier la fonction

$$f(x) = \frac{1-x}{n^2-x} \text{ pour } x > 0$$

$$\frac{df(x)}{dx} = \frac{-1}{n^2-x} + \frac{1-x}{(n^2-x)^2} = \frac{1-n^2}{(n^2-x)^2} < 0 \text{ car } n > 1$$

La fonction $f(x)$ est décroissante : solution unique $i = i'$ qui implique que $r = r'$

$$5^\circ D_m = 2i - A \text{ donc } i = \frac{D_m + A}{2}$$

$$6^\circ \text{ On a : } A = 2r \text{ donc } r = \frac{A}{2}$$

$$\text{avec } \sin i = n \sin r \text{ il vient } n = \frac{\sin\left(\frac{D_m + A}{2}\right)}{\sin \frac{A}{2}}$$

$$\Rightarrow \text{Loi de Cauchy } n(\lambda) = A + \frac{B}{\lambda^2}$$

$$\lambda_{\text{violet}} < \lambda_{\text{rouge}} \text{ donc } n_{\text{violet}} > n_{\text{rouge}}$$

Le violet est la couleur la plus déviée et le rouge la moins déviée.

Ex 7

La lumière de l'extérieur ne parvient à l'œil de l'observateur que dans un cercle qui est la base du cône de demi-angle au sommet i_p (angle limite de réfraction).

$$n_{\text{air}} \times \sin 90^\circ = n_{\text{eau}} \times \sin i_p$$

$$\sin i_p = 1/n_{\text{eau}}$$

$$\tan i_p = \frac{D/2}{h}$$

$$h = \frac{D \cos i_p}{2 \sin i_p}$$

$$h = \frac{D \sqrt{1 - 1/n^2}}{2 \cdot 1/n} = \frac{D}{2} \sqrt{n^2 - 1} = 2,6 \text{ m}$$

