

Electrocinétique 1 - Circuits linéaires en régime continu

Il existe deux types d'électricité :

- **Electricité statique** : charges immobiles ... on verra ça un peu plus tard
- **Electrocinétique** : charges qui bougent, circuits électriques ; c'est l'objet de ce chapitre ! Nous allons donc apprendre ici les bases permettant de comprendre les lois des circuits électriques et leurs composants.

On se limite ici au **régime continu** : les grandeurs qui décrivent le circuit électrique ne varient pas dans le temps (on pourrait également parler de régime stationnaire).

1. Qu'est-ce que l'électricité ? Quelles grandeurs pour la décrire ?

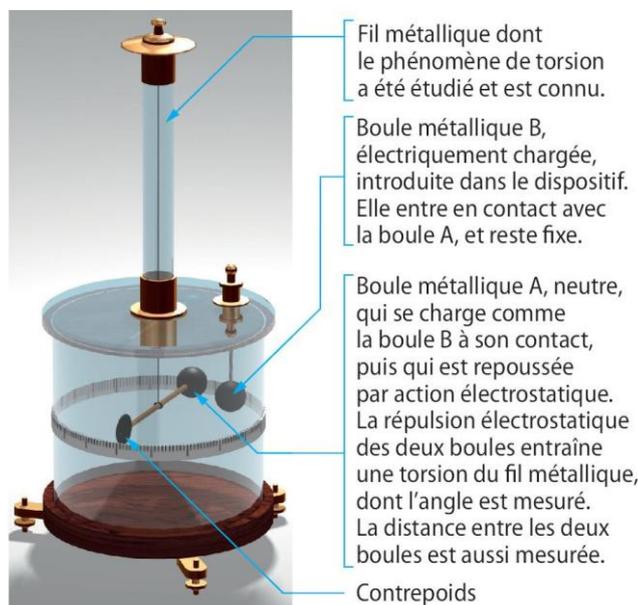
1.1. Notion de charge électrique



De l'ambre frotté avec un tissu (aujourd'hui n'importe quel morceau de plastique) a la propriété d'attirer des petits objets

Les propriétés particulières de l'ambre (en grec ἤλεκτρον, *électron*, en latin *electrum*) sont connues depuis très longtemps puisque des écrits à propos de Thalès (vers -600) montrent qu'il les connaissait bien : cette résine fossile attire de petits corps légers lorsqu'on la frotte à de la fourrure. A la fin du XVIIIe siècle, ce phénomène fait l'objet de questionnement plus approfondis et on s'intéresse aux phénomènes dits *électriques*, en référence à l'ambre.

Certains savants commencent à remarquer qu'il existe, selon la nature des matières en présence, des phénomènes d'attraction ou au contraire de répulsion ... contrairement à la gravitation qui n'est qu'attraction ! Comment expliquer cela ? L'idée qu'il existe deux sortes d'électricité est assez vite mise en avant et Benjamin Franklin (1706-1790) attribue ces deux types d'électricité à l'existence de **deux types de charges électriques qu'il distingue par des signes + et -** ; des charges de même signe se repoussent, des charges de signes opposés s'attirent.



En 1784, Charles Augustin Coulomb (1736-1806) met au point une expérience pour déterminer la force qui s'exerce entre deux corps électriquement chargés, à l'aide d'une balance de torsion.

REMARQUE

Jusqu'ici nous ne parlons que **d'électricité statique** (électrostatique). Dans le cas de l'ambre, les charges créées par friction (électrisation) ne se déplacent pas, elles restent à la surface du matériau.

A RETENIR

La **charge électrique** est une propriété fondamentale de la matière, comme la masse. Elle peut être positive ou négative. Dans un matériau ordinaire, il y a autant de charges positives que de charges négatives : on parle de **neutralité électrique**.

Une charge électrique est généralement notée q et se mesure en **Coulomb (C)**. Comme la masse, la charge électrique se conserve (pas de création à partir de rien, pas de destruction de charges).

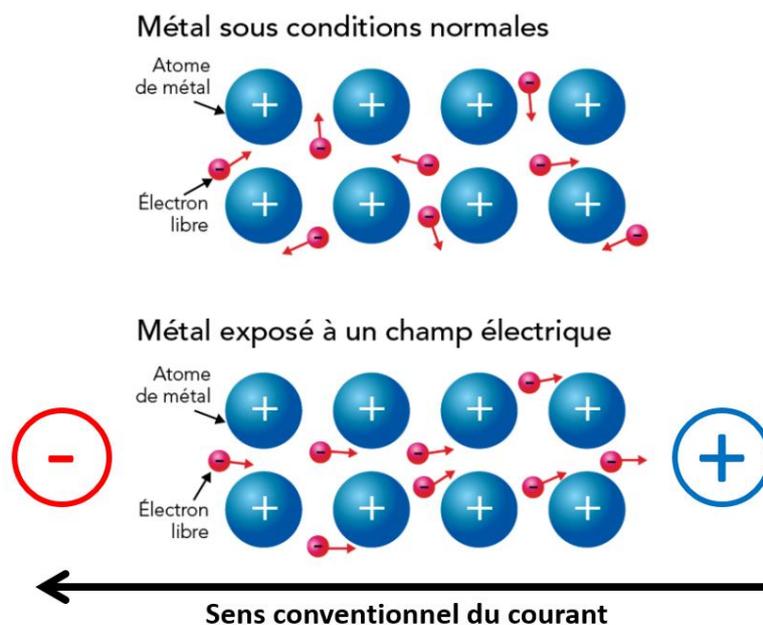
La charge électrique est également **quantifiée** : elle ne peut prendre que des valeurs précises, multiples entiers de la **charge élémentaire** e .

$$e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

Cette valeur correspond à la valeur absolue de la charge de l'**électron**, porteur de charge négative (charge $-e$) responsable du transport de l'électricité dans les métaux.

1.2. Les charges en mouvement : le courant électrique et son intensité

Un **courant électrique** signifie donc un **courant d'électrons**, petites particules chargées négativement, que l'on trouve dans la matière en périphérie des atomes, et parfois facilement « détachables » de ces atomes. C'est le cas notamment dans les métaux, substances dites **électropositives**. Sous l'action d'un champ électrostatique, autrement dit d'une différence de potentiel (voir plus bas), les électrons libres vont se déplacer :



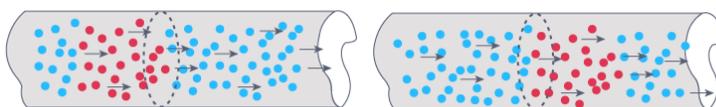
A RETENIR

Le sens conventionnel du courant est celui des porteurs de charges positives.

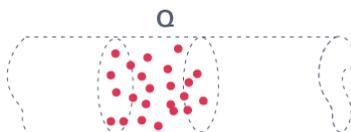
Par conséquent, si les électrons se déplacent de gauche à droite, le courant va de la droite vers la gauche.

Intensité du courant

L'intensité du courant est l'équivalent du débit d'un cours d'eau : il mesure la quantité de charge électrique qui traverse une surface S par unité de temps.



Portion d'un conducteur électrique
Charge électrique ayant circulé pendant
la durée $\Delta t = t_2 - t_1$



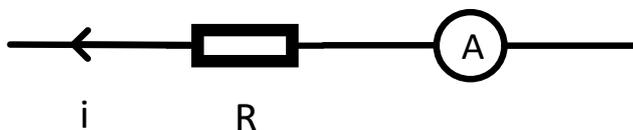
DEFINITION

Si la charge dq traverse la surface considérée pendant la durée dt on a :

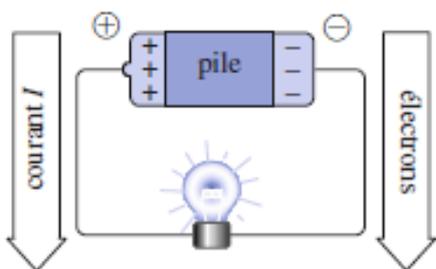
$$i = \frac{dq}{dt}$$

i est nommée **intensité du courant** et s'exprime en ampère (A).

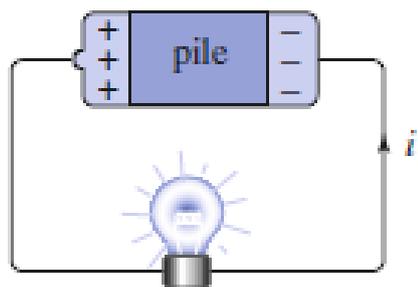
Notation :



L'intensité d'un courant se mesure à l'aide d'un ampèremètre (notation ci-dessus). L'ampèremètre doit être branché **en série** avec les éléments dont on souhaite mesurer l'intensité.



Déplacements des charges de conduction



Selon ce choix d'orientation i_1 est positif

Ordres de grandeur d'intensités

Phénomène	Intensité du courant
Seuil de perception	1 mA
Electrocution, seuil de danger mortel	50 mA
Lampe halogène	1 A
Radiateur 2000 W	10 A
Démarrateur automobile	100 A
Foudre	100 000 A

1.3. La cause du mouvement : tension ou différence de potentiel

Dans le cas d'un cours d'eau, le courant peut par exemple être provoqué par une différence de niveaux, un dénivelé. Pour l'instant, nous nous contenterons de parler de **potentiel électrique**, sans entrer dans le détail de sa nature, pour désigner l'équivalent du niveau en électricité. Pour provoquer la circulation d'un courant électrique entre deux points A et B d'un conducteur, il faut donc qu'il existe entre ces deux points une **différence de potentiel**, que nous appelons **tension** :

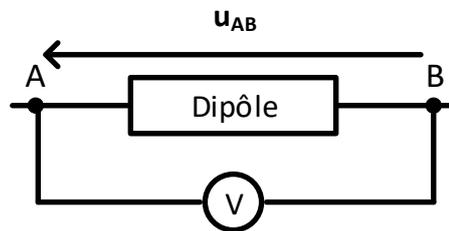
DEFINITION

La tension u_{AB} est égale à la différence de potentiel entre les points A et B :

$$u_{AB} = v_A - v_B$$

La tension s'exprime en Volt (V).

La tension est symbolisée par une flèche dirigée de B vers A :



La tension aux bornes d'un dipôle se mesure à l'aide d'un voltmètre (notation ci-dessus). Le voltmètre doit être branché **en parallèle** avec le dipôle.



Les courants électriques n'ont donc pu être découverts que lorsqu'on a découvert des **générateurs de tension**, tels que les **piles**. Cette découverte est en partie due à un professeur d'anatomie italien, Luigi Galvani, qui constatait que des cuisses de grenouilles pouvaient se contracter lorsqu'on les disséquait avec un scalpel ; par ailleurs, Galvani constate que cette contraction n'est possible que lorsqu'on met en contact deux fils constitués de deux métaux différents. Pour Galvani, cependant, cette contraction vient de la cuisse de grenouille, parcourue naturellement par une « électricité animale ».

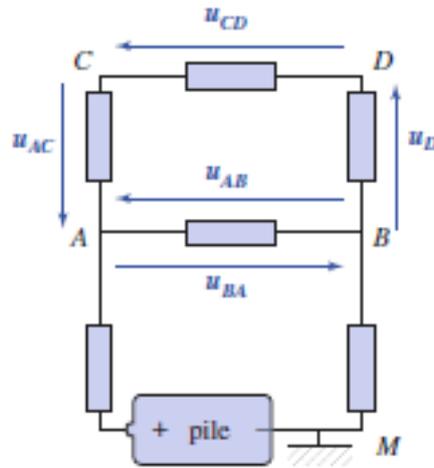
Alessandro Volta, professeur de physique, interprète l'expérience différemment : c'est le contact de deux métaux différents qui est la source du phénomène. Pour le mettre en évidence, il lui est venu l'idée, pour amplifier l'effet, d'empiler alternativement des disques de métaux différents, d'abord du zinc et de l'argent, puis du zinc et du cuivre, séparés par des rondelles de carton imprégnées d'une solution saline. Il observa que cet empilement, appelé « pile », pouvait le « frapper » quand il touchait les deux extrémités avec les mains nues. La première pile est ainsi née.

Ordres de grandeur de tensions

Phénomène	Tension
Influx nerveux	100 mV
Pile	1,5 – 9 V
Système électrique d'une automobile	12 V
Prise murale en Europe	230 V
Circulation du TGV	25 000 V
Foudre	100 millions de volts

Additivité des tensions

Les tensions d'un circuit suivent une loi d'additivité. Prenons l'exemple du circuit suivant :



$$u_{AB} = v_A - v_B = (v_A - v_C) + (v_C - v_D) + (v_D - v_B)$$

D'où :

$$u_{AB} = u_{AC} + u_{CD} + u_{DB}$$

REMARQUE

Il existe une similitude entre l'addition des tension et celle des vecteurs :

$$\overline{AB} = \overline{AC} + \overline{CD} + \overline{DB}$$

1.4. L'approximation des régimes quasi-stationnaires (ARQS)

En électrocinétique on distingue principalement deux régimes :

- Régime continu : c'est un régime indépendant du temps (encore appelé régime stationnaire) ; dans ce cas les courants et tensions sont constants dans le temps. On les note alors avec des lettres majuscules : I pour l'intensité ; $U_{AB} = V_A - V_B$ pour la tension.
- Régime variable : dans ce cas les tensions $u(t)$ et les intensités $i(t)$ peuvent varier dans le temps.

APPROXIMATION DES REGIMES QUASI STATIONNAIRES

Cette approximation consiste à dire que quel que soit le régime, l'intensité du courant est la même en tout point d'une branche de circuit.

Pour que cette approximation soit valable, deux conditions doivent être remplies :

- Le temps caractéristique de la variation est grand devant le temps de propagation de l'intensité.
- Les dimensions du circuit ne sont pas trop grandes, car l'intensité se propageant à une vitesse proche de celle de la lumière, le temps de propagation est L/c ce qui fait 10^{-8} s pour un circuit d'1 mètre de longueur.

Dans le cadre de l'électrocinétique, on considèrera toujours que l'approximation des régimes stationnaires est valable.

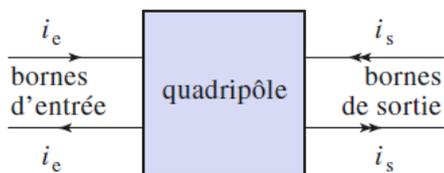
2. Les lois de l'électrocinétique

2.1. Un peu de vocabulaire

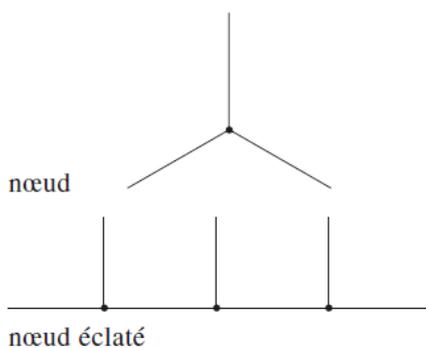
Dipôle : composant dont l'accès se fait par une paire de bornes ou de pôles.



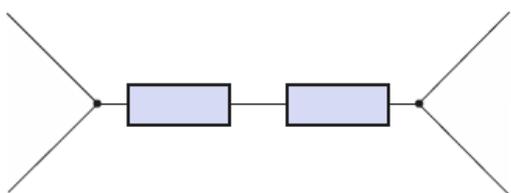
Multipôle : composant dont l'accès se fait par plus d'une paire de bornes. En particulier, de nombreux composants peuvent être représentés par des quadripôles avec une paire de bornes d'entrée et une paire de bornes de sortie.



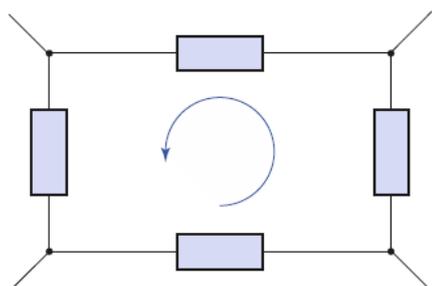
Nœud : point de jonction entre au moins trois fils de connexion (attention, un nœud électrique peut être graphiquement éclaté, il en est souvent ainsi pour la masse signal de nombreux montages)



Branche : ensemble de dipôles montés en série entre deux nœuds. Exemple de branche :



Maille : ensemble de branches formant un contour fermé que l'on peut parcourir en ne passant qu'une fois par chaque nœud intermédiaire. Une maille peut être orientée (arbitrairement). Voici un exemple de maille orientée :



Masse (ou masse signal) : La masse signal est une référence des potentiels pour un circuit donné.

Symbole :



Le potentiel de la masse n'est pas forcément constant dans le temps (mais ce n'est pas grave puisque seules les différences de potentiels nous intéressent).

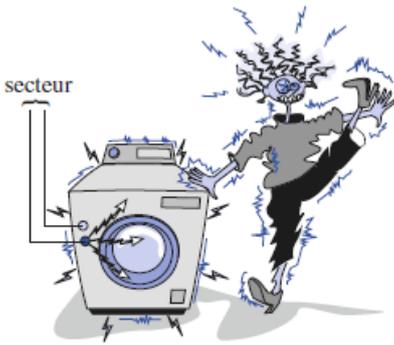
REMARQUE

Dans les faits, la masse désigne généralement la partie conductrice d'un matériel électrique susceptible d'être touchée par une personne, qui n'est pas normalement sous tension mais peut le devenir en cas de défaut d'isolement des parties actives de ce matériel.

Par exemple, dans une automobile la borne « - » de la batterie est reliée au châssis métallique qui joue donc le rôle de masse.

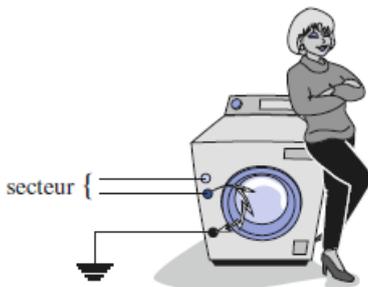
Terre (ou masse carcasse) : son potentiel est constant et sa valeur est souvent conventionnellement fixée à zéro.

Symbole :



Pourquoi la terre ? Nos pieds nous relient à la terre. Si nous touchons un point dont le potentiel est différent de celui de la terre, un courant traverse notre corps, qui est conducteur. Il est donc préférable que la carcasse des appareils électriques (leur masse) soit reliée à la terre pour des raisons de sécurité.

Si, par accident un des fils touche la carcasse de l'appareil, celle-ci se trouve à un potentiel différent du sol. Une personne qui la touche établit une liaison électrique entre cette carcasse et le sol : elle est parcourue par un courant qui provoque l'électrocution.



Si la carcasse est reliée à la Terre, une partie du courant est dérivée directement (la personne n'est plus électrocutée) vers la Terre ; le courant n'a plus la même valeur dans les deux fils du secteur ; le disjoncteur différentiel placé en amont détecte cette différence et coupe automatiquement le circuit.

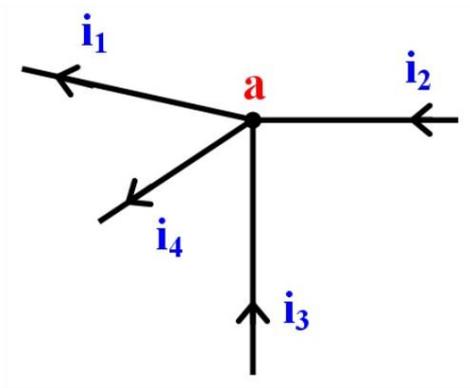
2.2. Loi des nœuds

On sait que la charge est une grandeur qui se conserve. Dans l'ARQS, la charge électrique ne peut pas s'accumuler au niveau des conducteurs que sont les nœuds.

LOI DES NŒUDS

Pour un nœud donné, la somme des courants i_j qui y aboutissent est égale à la somme des courants i_k qui en repartent :

$$\sum_j i_j = \sum_k i_k$$

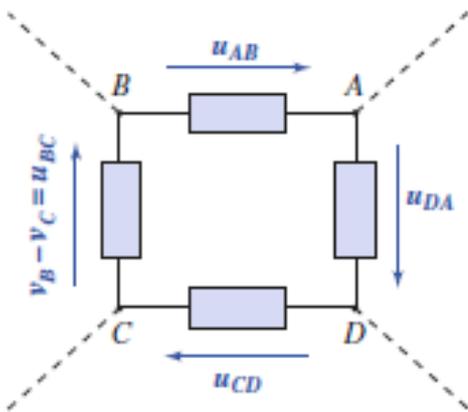


Dans l'exemple ci-contre la loi des nœuds donne donc :

$$i_2 + i_3 = i_1 + i_4$$

2.3. Loi des mailles

C'est une conséquence de l'additivité des tensions. Considérons l'exemple de la maille ABCD ci-dessous :



Pour cette maille il est possible d'écrire la relation suivante :

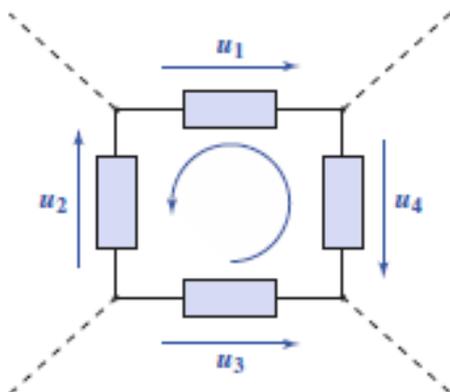
$$u_{AB} + u_{BC} + u_{CD} + u_{DA} = 0$$

LOI DES MAILLES

Pour une maille orientée :

$$\sum_k \varepsilon_k \cdot u_k = 0$$

ε_k vaut 1 si la tension u_k est orientée dans le sens de la maille et -1 dans le cas contraire.



Dans l'exemple ci-contre la loi des mailles donne :

$$-u_1 - u_2 + u_3 - u_4 = 0$$

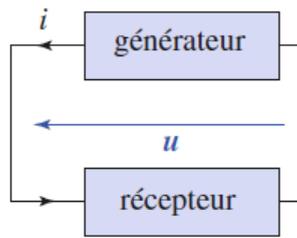
Ou encore :

$$u_1 + u_2 + u_4 = u_3$$

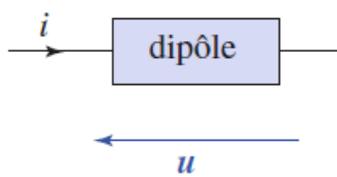
(cette dernière équation pouvant directement être déduite de l'additivité des tensions)

2.4. Etude énergétique d'un dipôle

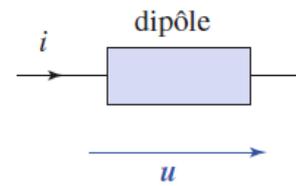
Considérons le circuit élémentaire constitué d'un générateur (imaginons une pile) et d'un autre dipôle appelé récepteur. Le même courant $i(t)$ parcourt tout le circuit ; il est positif dans le cas représenté.



- Du point de vue du générateur, les flèches représentant u et i sont dans le même sens. C'est la **convention générateur**.
- Du point de vue du récepteur, les flèches représentant u et i sont dans le sens inverse. C'est la **convention récepteur**.



Convention récepteur



Convention générateur

Dans cet exemple simplifié, toute l'énergie électrique fournie par le générateur est reçue par le récepteur. L'énergie transférée par unité de temps est appelée **puissance** et notée \mathcal{P} . La puissance s'exprime en Watts (W). Par conséquent $1 \text{ W} = 1 \text{ J.s}^{-1}$.

La puissance **cédée** par le générateur au récepteur, avec les conventions ci-dessus s'exprime comme suit :

$$\mathcal{P} = u \cdot i$$

u s'exprime en volts (V)

i s'exprime en ampères (A)

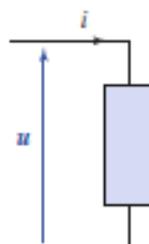
\mathcal{P} s'exprime en watts (W)

Toujours avec nos conventions d'écriture, on considère que toute cette énergie sera **reçue** par le récepteur. La même quantité $u \cdot i$ représente donc la puissance électrique cédée par le générateur et reçue par le dipôle.

REMARQUE IMPORTANTE

Certains dipôles peuvent se comporter comme un générateur à certains moments et comme récepteurs à d'autres moments. Par exemple une batterie se comporte comme un récepteur quand elle est en charge, et comme générateur lorsqu'elle n'est pas connectée à une source d'électricité.

Dans ce cas, on adopte généralement la convention récepteur :



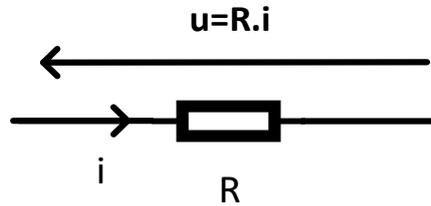
- Si $\mathcal{P} = u \cdot i > 0$ le dipôle **absorbe** de l'énergie électrique. Il fonctionne en **récepteur**.
- Si $\mathcal{P} = u \cdot i < 0$ le dipôle **fournit** de l'énergie électrique. Il fonctionne en **générateur**.

3. Résistances. Association de résistances

3.1. Loi d'Ohm

Un conducteur ohmique (ou résistor, on dira parfois pour simplifier résistance) est un dipôle passif (il ne fonctionne qu'en récepteur) dans lequel l'énergie électrique se dissipe sous forme d'énergie thermique (voir point suivant).

Voici sa schématisation :



Une résistance suit à tout instant la loi d'Ohm :

LOI D'OHM POUR UNE RESISTANCE

$$u = R \cdot i$$

u : tension aux bornes de la résistance (V)

i : intensité du courant traversant la résistance (A)

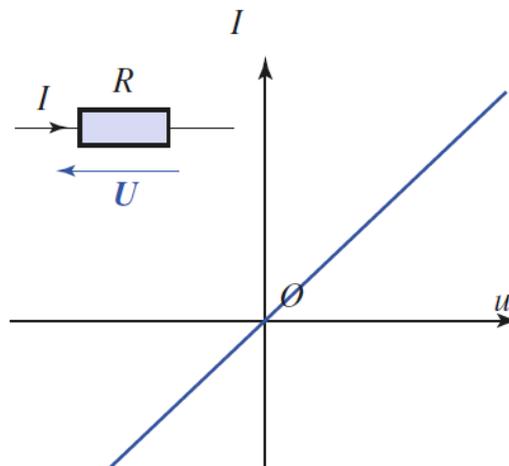
R : résistance du conducteur ohmique. **Elle s'exprime en ohms (Ω).**

Ordres de grandeur de résistances

Résistance	Valeur
Fil de cuivre, 1m de longueur, 1 mm de diamètre	0,02 Ω
Résistance interne d'une pile (voir partie « sources »)	0,1 Ω
Résistance « moyenne » dans un circuit	1-100 k Ω
Corps humain	1-100 k Ω

Caractéristique d'un conducteur ohmique

La caractéristique d'un dipôle est la courbe $U=f(I)$ donnant la tension U à ses bornes en fonction de l'intensité I du courant qui le traverse. Dans le cas d'une résistance la caractéristique est donc une droite qui passe par l'origine :



3.2. Effet Joule

La puissance instantanée reçue par un résistor est toujours positive :

$$P = u \cdot i = R \cdot i^2 = \frac{u^2}{R}$$

La résistance absorbe donc de l'énergie, mais n'en restitue jamais au circuit : en recevant de l'énergie, l'élément tend à s'échauffer, et transfère de la puissance thermique au milieu environnant. Cet effet est recherché dans le fonctionnement d'un radiateur électrique.

Parler de la résistance des fils conducteurs (ordre de grandeur), dire qu'elle est souvent négligeable, mais qu'il faut parfois la prendre en compte : il y a toujours des pertes...

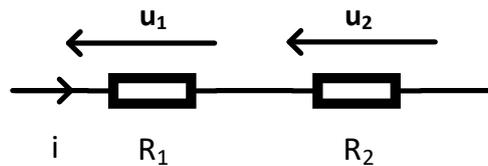
EFFET JOULE

Une résistance est un élément dissipatif : toute l'énergie reçue est transférée au milieu extérieur sous forme d'énergie thermique. On appelle cela l'**effet Joule**.

3.3. Association de résistances

Association en série

A VOUS DE JOUER



1. Déterminer les tensions aux bornes de chaque résistance.
2. Déterminer la tension u aux bornes de l'ensemble des deux résistances.
3. En déduire que l'association des deux résistances est équivalente à une résistance R_{eq} dont on indiquera l'expression en fonction de R_1 et R_2 .

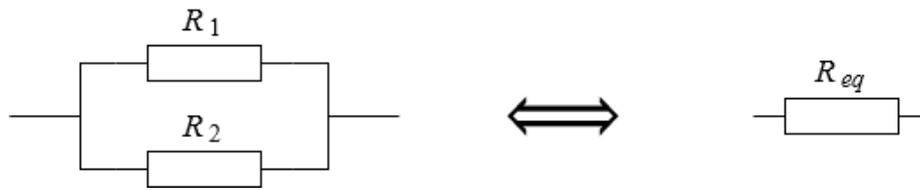
A RETENIR

L'association de résistances R_i en série est équivalente à la résistance :

$R_{eq} =$

Association en parallèle

A VOUS DE JOUER



Déterminer la résistance équivalente à l'association en parallèle de R_1 et R_2 .

A RETENIR

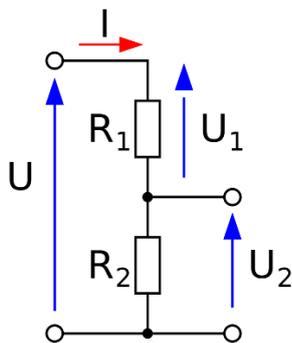
L'association de résistances R_i en parallèle est équivalente à la résistance :

$R_{eq} =$

3.4. Ponts diviseurs de tension et de courant

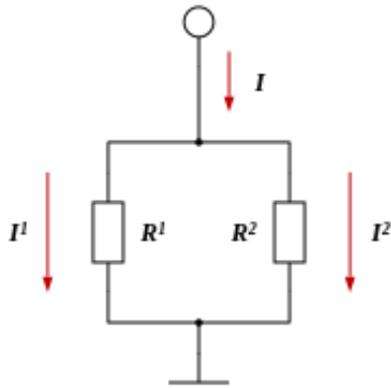
Diviseur de tension

A VOUS DE JOUER



1. Exprimer les tensions U , U_1 et U_2 en fonction de I .
2. En déduire l'expression de U_2 en fonction de U .
3. Quel pourrait être l'intérêt d'un tel montage ?

A VOUS DE JOUER



Exprimer I_1 et I_2 en fonction de I . Intérêt du montage ?

4. Les dipôles actifs : sources de courant et de tension

4.1. Comment produit-on de l'électricité ?

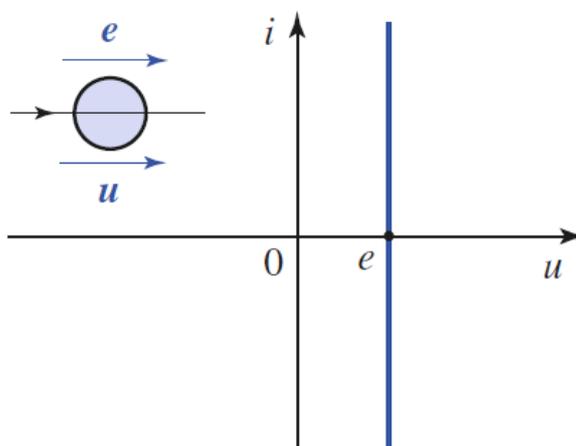
Nous avons vu qu'un générateur cède de l'énergie électrique à d'autres dipôles. Pour pouvoir céder cette énergie il a fallu la créer à partir d'une autre source d'énergie :

- Energie chimique : piles, batteries
- Energie mécanique : éoliennes, barrages (centrales hydrauliques), etc.
- Energie thermique : centrales thermiques
- Energie nucléaire
- Energie rayonnante : panneaux photovoltaïques

4.2. Sources idéales de tension. Modélisation des sources réelles

La plupart des sources d'électricité sont en réalité des **sources de tension**. Elles sont l'équivalent du dénivelé dans le cas du cours d'eau.

Une source de tension idéale est une source qui délivre à chaque instant une tension constante, quelle que soit l'intensité $i(t)$ du courant qui la traverse. Le symbole et la caractéristique d'une telle source sont indiqués ci-dessous :



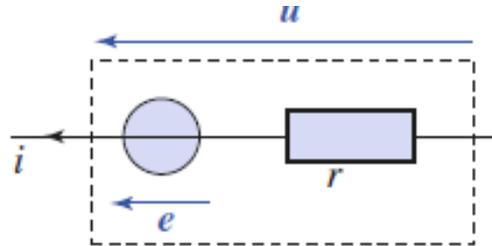
DEFINITION

Une source idéale de tension est caractérisée par sa force électromotrice e (f.e.m.) telle que $u = e$, quel que soit le courant traversant la source.

En réalité, il existe toujours des phénomènes de dissipation à l'intérieur d'un générateur en raison de la résistance des conducteurs qui le constituent. On parle de **résistance interne**, généralement notée r . Par conséquent, la tension délivrée par une source réelle chute lorsqu'elle débite du courant.

Modélisation de Thévenin

Modéliser un dipôle signifie utiliser un montage équivalent, se comportant de la même manière (même caractéristique). Pour représenter une source réelle de tension on utilise la modélisation de Thévenin, c'est-à-dire une source de tension idéale en série avec un résistor dont la résistance est égale à la résistance interne r .

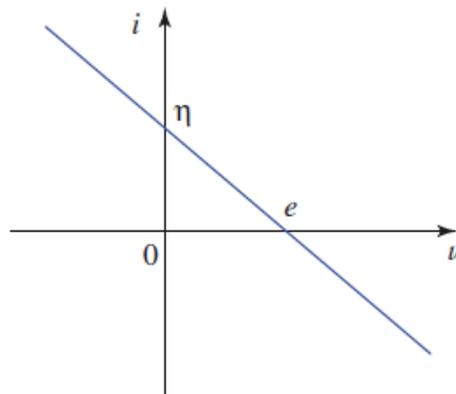


A RETENIR

La tension (en convention générateur) délivrée par une source réelle de tension dépend du courant i débité :

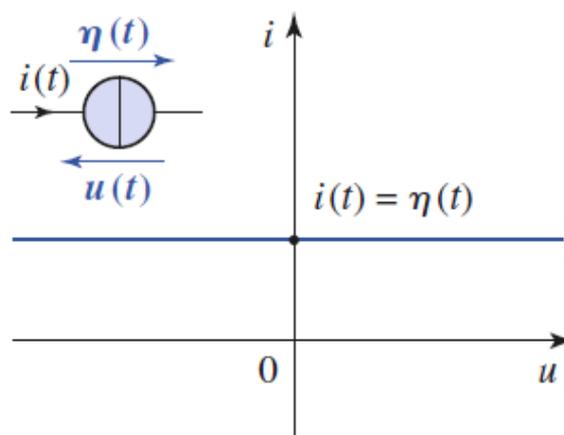
$$u = e - r \cdot i$$

La caractéristique d'une source réelle de tension est donc la suivante :



4.3. Sources idéales de courant. Modélisation des sources réelles

Si les sources de tension sont les plus fréquentes, il est cependant possible de créer des dispositifs plus complexes permettant de délivrer des intensités constantes. On parle alors de générateurs de courant.

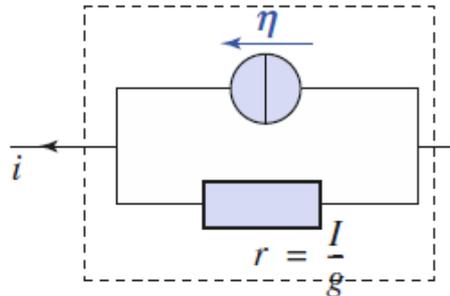


DEFINITION

Une source idéale de courant est caractérisée par son courant électromoteur η (c.e.m.) telle que $i = \eta$, quelle que soit la tension à ses bornes.

Modélisation de Norton

Comme les générateurs de tension, les générateurs de courant possèdent leur résistance interne. Pour les modéliser on associe cette résistance en parallèle avec une source idéale de courant.



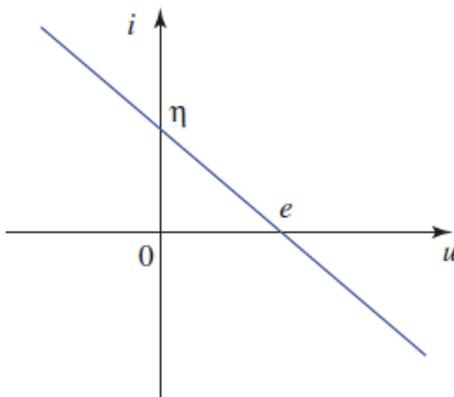
A RETENIR

La tension (en convention générateur) délivrée par une source réelle de courant dépend de la tension à ses bornes :

$$i = \eta - g \cdot u$$

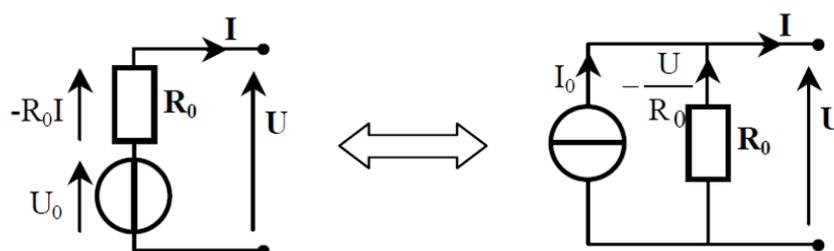
Avec $g = \frac{1}{r}$ (conductance)

Caractéristique :



Equivalence des deux modèles

On remarque que les modélisations de Thévenin et Norton conduisent à la même caractéristique. Ces deux modèles sont donc équivalents, ce qui signifie qu'on peut facilement transformer un générateur de Thévenin en générateur de Norton et inversement.

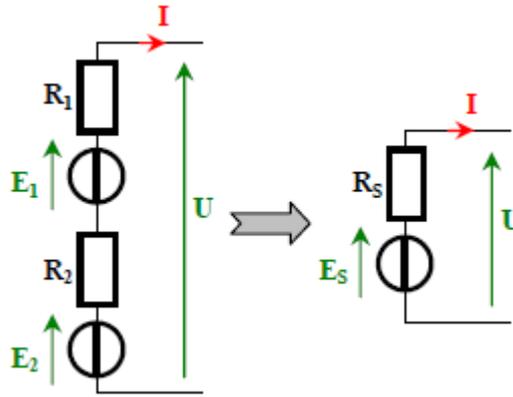


- Pour passer de Thévenin à Norton : on pose $I_0 = U_0 / R_0$ et on place la résistance en parallèle avec la source de courant I_0 .
- Pour passer de Norton à Thévenin : on pose $U_0 = R_0 I_0$ et on place la résistance R_0 en série avec la source de tension U_0 .

4.4. Association de dipôles actifs

Association en série de dipôles actifs

Lorsqu'on associe deux générateurs en série, la représentation de Thévenin permet des calculs plus simples car l'intensité est identique dans les deux dipôles.



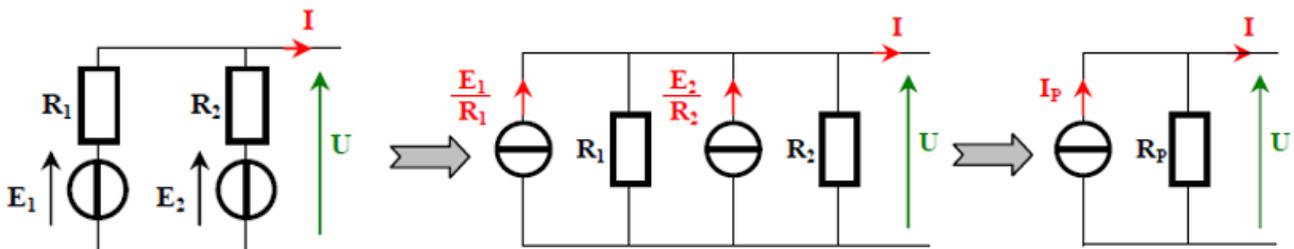
La tension U sur le schéma ci-dessus peut facilement être calculée :

$$U = E_1 - R_1 I + E_2 - R_2 I = (E_1 + E_2) - (R_1 + R_2) I$$

L'association des deux générateurs est donc équivalente à un seul générateur de Thévenin dont les caractéristiques sont les suivantes : $E_S = E_1 + E_2$ et $R_S = R_1 + R_2$

Association en parallèle de dipôles actifs

En associant deux dipôles en parallèle, les intensités s'ajoutent. Il est donc préférable d'utiliser la modélisation de Norton.



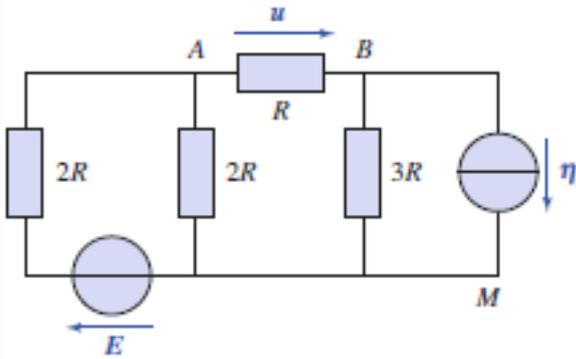
Sur le schéma ci-dessus, deux générateurs de tension sont branchés en parallèle. On peut calculer l'intensité I en appliquant la loi des nœuds :

$$I = \frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2} - \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) U$$

L'association en parallèle des deux générateurs est donc équivalente à un seul générateur de Norton dont les caractéristiques sont les suivantes : $I_P = \frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2}$ et $R_P = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$

A VOUS DE JOUER

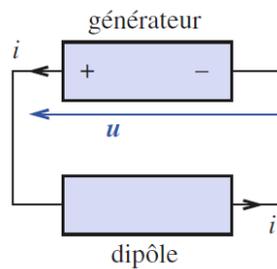
Calculer la différence de potentiel u dans le montage ci-dessous. On prendra $\eta = 0,2 \text{ A}$, $E = 3 \text{ V}$ et $R = 5 \Omega$.



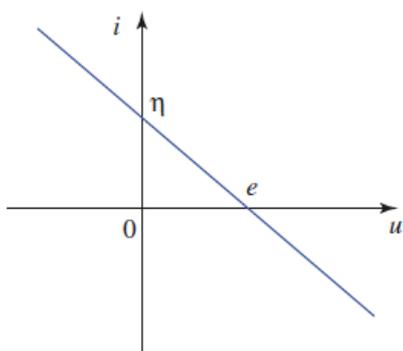
5. Méthodes d'étude des circuits électriques

5.1. Point de fonctionnement d'un circuit élémentaire

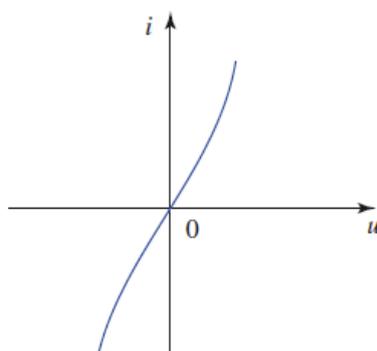
Nous considérons le circuit élémentaire constitué d'un générateur et d'un récepteur :



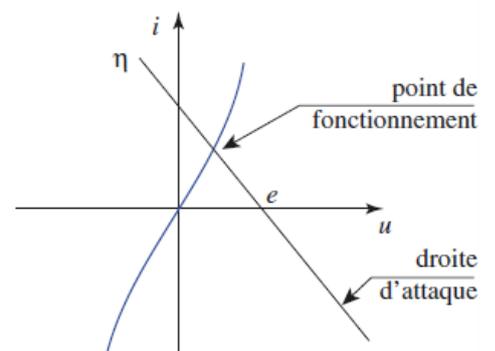
Nous supposons connues les caractéristiques de ces deux éléments. La tension u et le courant i sont communs aux deux dipôles, qui sont vus, l'un en convention générateur et l'autre en convention récepteur. Si nous superposons les caractéristiques, nous constatons que les caractéristiques se coupent en un point. En ce point, i et u satisfont aux conditions imposées par les deux dipôles : c'est le point de fonctionnement du circuit.



Caractéristique du générateur



Caractéristique dipôle

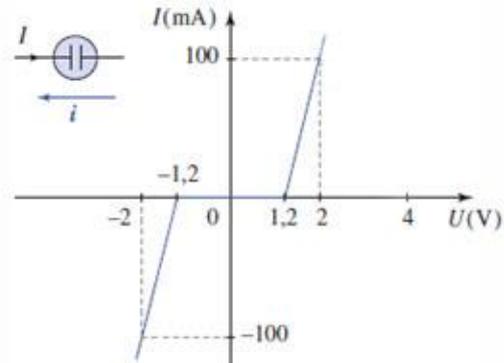
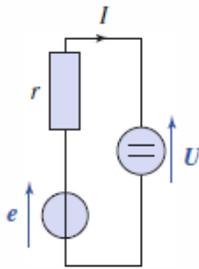


Point de fonctionnement

Nous disposons donc d'une méthode graphique pour déterminer u et i .

A VOUS DE JOUER

Le circuit ci-dessous est réalisé par l'association en série d'un électrolyseur dont la caractéristique statique est donnée (figure de droite) et d'un générateur ($e = 4 \text{ V}$; $r = 20 \Omega$). Déterminer le point de fonctionnement M de l'électrolyseur.



5.2. Loi de Pouillet pour un circuit à une maille

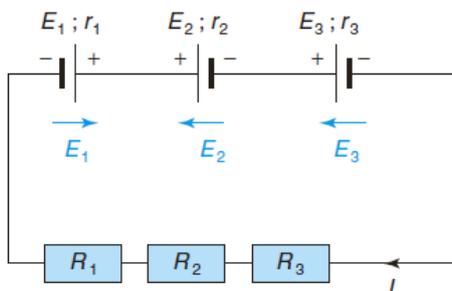
Cette loi permet d'obtenir l'intensité circulant dans une maille constituée de N résistors (R_1, R_2, \dots, R_N) et N générateurs caractérisés par leurs f.é.m. et résistances internes ($(E_1 ; r_1), (E_2 ; r_2), \dots, (E_N ; r_N)$).

LOI DE POUILLET

$$I = \frac{\varepsilon_1 E_1 + \varepsilon_2 E_2 + \dots + \varepsilon_N E_N}{r_1 + r_1 + \dots + r_N + R_1 + R_2 + \dots + R_N}$$

$\varepsilon_i = +1$ si la flèche correspondant à E_i est dans le même sens que celle correspondant à l'orientation de I
 $\varepsilon_i = -1$ dans le cas contraire

A VOUS DE JOUER

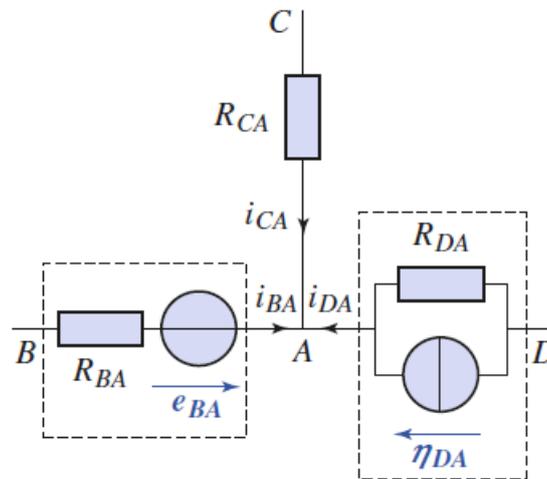


Ecrire l'expression de I .

5.3. Relation de Millman : loi des nœuds en tension

Loi des nœuds exprimée en potentiels

Ayant affecté le potentiel 0 à un nœud (la masse du montage, par exemple), les potentiels de tous les nœuds ont alors une valeur définie. Considérons la portion de circuit suivante :



Nous pouvons exprimer les courants dans chaque branche en fonction des potentiels de chaque nœud :

$$i_{BA} = \frac{v_B - v_A + e_{BA}}{R_{BA}} ; i_{CA} = \frac{v_C - v_A}{R_{CA}} \text{ et } i_{DA} = \eta_{DA} + \frac{v_D - v_A}{R_{DA}}$$

La somme des courants arrivant au nœud A est nulle, donc :

$$\frac{v_B - v_A + e_{BA}}{R_{BA}} + \frac{v_C - v_A}{R_{CA}} + \frac{v_D - v_A}{R_{DA}} + \eta_{DA} = 0$$

Relation de Millman

De l'expression précédente nous pouvons déduire la relation suivante :

$$v_A = \frac{\frac{1}{R_{BA}} v_B + \frac{1}{R_{CA}} v_C + \frac{1}{R_{DA}} v_D + \eta_{DA} + \frac{e_{BA}}{R_{BA}}}{\frac{1}{R_{BA}} + \frac{1}{R_{CA}} + \frac{1}{R_{DA}}}$$

Ou encore

$$v_A = \frac{G_{BA}(v_B + e_{BA}) + G_{CA}v_C + G_{DA}v_D + \eta_{DA}}{G_{BA} + G_{CA} + G_{DA}}$$

Où l'on désigne par la lettre G la conductance des dipôles c'est-à-dire l'inverse de leur résistance :

$$G_{kj} = \frac{1}{R_{kj}}$$

La forme générale de la relation de Millman est donc la suivante :

Soit j un nœud du circuit. Alors on a :

$$v_j = \frac{\sum_{k \neq j} G_{kj}(v_k + e_{kj}) + \eta_{kj}}{\sum_{k \neq j} G_{kj}}$$

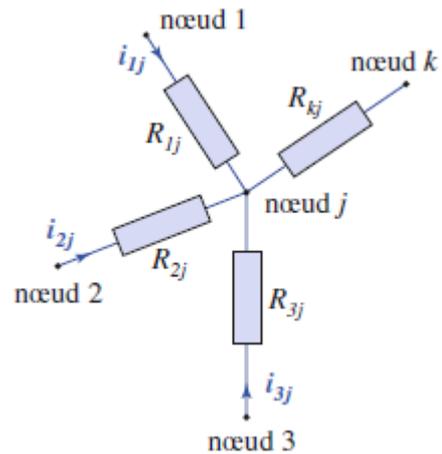
Avec les f.e.m. et c.e.m. comptés positivement quand ils sont dirigés vers le nœud d'étude.

REMARQUE

En appliquant la loi des nœuds en termes de potentiels, comme nous l'avons fait au début, les calculs sont souvent plus simples que ceux entraînés par l'application de la relation de Millman pour laquelle il faut faire attention à l'orientation des f.e.m. et des c.e.m.

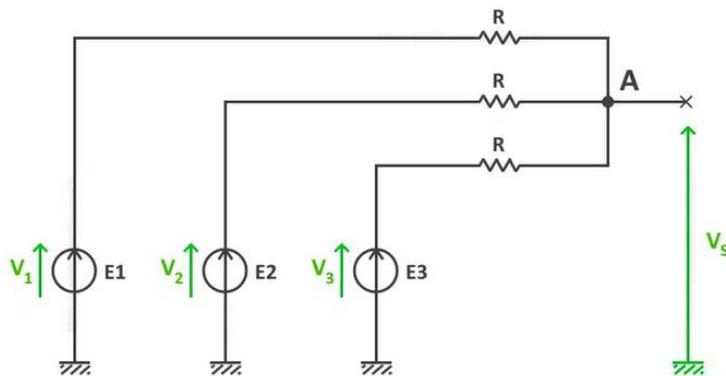
En revanche, la relation de Millman peut être appliquée simplement et sans risque d'erreur dans le cas où les branches qui arrivent aux nœuds sont des résistors. Elle s'écrit alors :

$$v_j = \frac{\sum_{k \neq j} G_{kj} v_k}{\sum_{k \neq j} G_{kj}}$$



À nouveau, en appliquant la loi des nœuds en termes de potentiels, les calculs sont souvent plus simples !

A VOUS DE JOUER



Déterminer V_S en fonction de V_1 , V_2 et V_3 et expliquer pourquoi ce montage est appelé « moyennneur de tension ».

5.4. Théorème de superposition

Lorsqu'il y a plusieurs sources dans un circuit, il est commode de les considérer **séparément** :

- On « éteint » toutes les sources sauf une, on calcule les intensités et les tensions qui nous intéressent
- On fait la même chose avec chaque source
- Le résultat sera la somme des résultats trouvés pour chaque source

Comment éteint-on les sources ?

La réponse est différente suivant qu'on a affaire à une source de courant ou une source de tension.

A RETENIR

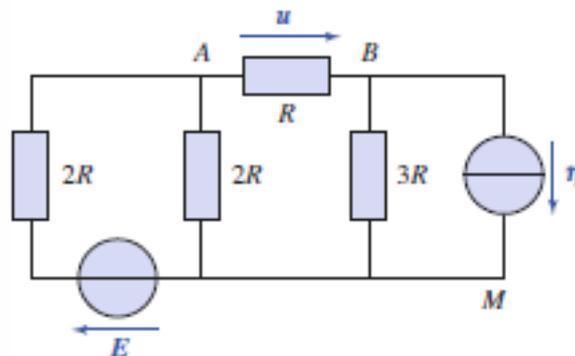
Une source de tension éteinte peut être remplacée par un court-circuit (un fil) : sa f.e.m. est nulle.
Une source de courant éteinte peut être remplacée par un circuit ouvert : sa c.e.m. est nulle.



Pour éteindre une source il suffit d'enlever le cercle sur son schéma

A VOUS DE JOUER

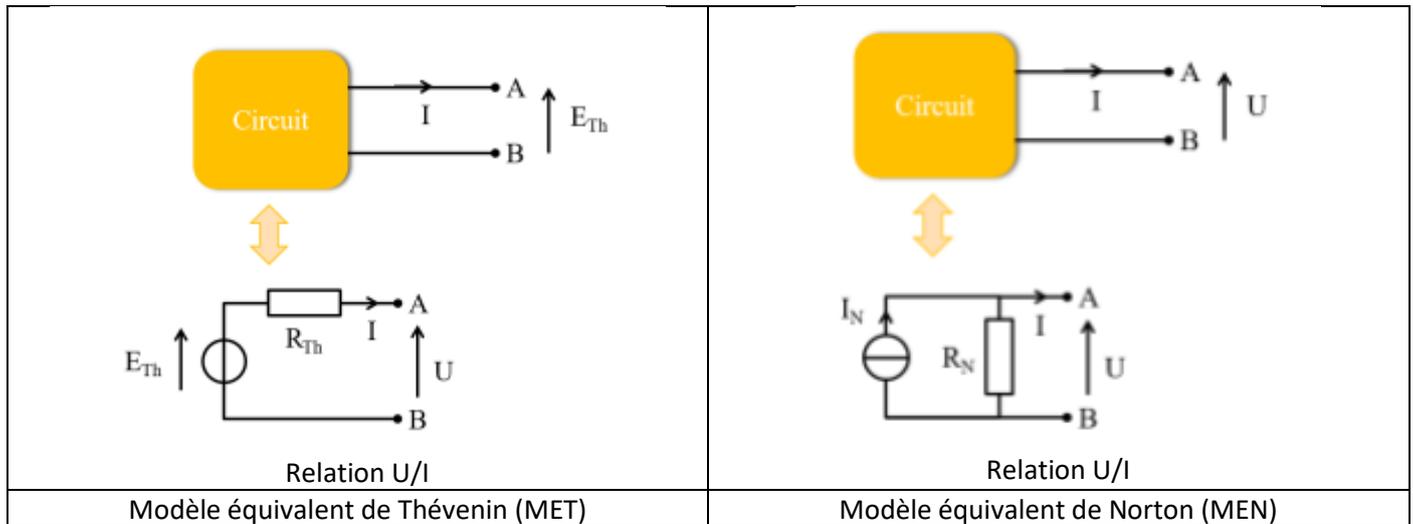
On reprend le montage vu précédemment (paragraphe 4.4). On rappelle les valeurs numériques associées à ce circuit : $\eta = 0,2 \text{ A}$, $E = 3 \text{ V}$ et $R = 5 \Omega$.



Déterminer u en appliquant le théorème de superposition.

5.5. Théorèmes de Thévenin et Norton

Les théorèmes de Thévenin et Norton sont des conséquences du principe de superposition. Ils sont très commodes pour simplifier un circuit en le ramenant à une seule maille. L'idée est la suivante : si le circuit est uniquement constitué de sources linéaires (de tension ou de courant, celles que nous avons étudié précédemment) et de dipôles linéaires (des résistors) on peut en déduire qu'il existe une relation linéaire entre U et I .



REMARQUE

Les deux modèles sont équivalents, l'un pouvant être facilement substitué par l'autre.
On montre que $R_t = R_n$ et que $I_n = E_t / R_t$.
A démontrer avec schéma

Modèle de Thévenin (E_{TH} et R_{TH})

THEOREME DE THEVENIN

On peut remplacer tout circuit linéaire, qui alimente par les bornes A et B un dipôle D, par un générateur de tension idéal de f.e.m. E_{TH} en série avec une résistance R_{TH} .

- **Détermination de R_{TH}**
Pour déterminer R_{TH} il suffit d'éteindre toutes les sources et de calculer ou de mesurer la résistance vue des deux bornes du circuit.
- **Détermination de E_{TH}**
Pour déterminer E_{TH} il suffit d'éteindre toutes les sources sauf une et de calculer ou de mesurer la tension aux deux bornes du circuit. E_{TH} sera égale à la somme de toutes les tensions "partielles" correspondantes à une seule source.

Modèle de Norton (I_N et R_N)

THEOREME DE NORTON

On peut remplacer tout circuit linéaire, qui alimente par les bornes A et B un dipôle D, par un générateur de courant idéal de c.e.m. I_N en parallèle avec une résistance R_N .

- **Détermination de R_N**
Pour déterminer R_N il suffit d'éteindre toutes les sources et de calculer ou de mesurer la résistance vue des deux bornes du circuit (identique à la détermination de R_{TH} car $R_N = R_{TH}$).
- **Détermination de I_N**
Pour déterminer I_N il suffit d'éteindre toutes les sources sauf une et de calculer ou de mesurer le courant de court-circuit. I_N sera égale à la somme de tous les courants de court-circuit "partiels" correspondants à une seule source.

5.6. Etude d'un exemple

A VOUS DE JOUER

Déterminer la tension U_{AB} dans le circuit ci-dessous. On déterminera pour cela le générateur équivalent de Thévenin par deux méthodes : théorème de superposition, puis par associations successives de générateurs équivalents.

