

Colle sur le chapitre n°6**« Equations différentielles »****En vrac :**

- 1) Les équations différentielles d'ordre un ont toujours des solutions.
- 2) Pour résoudre $xy' + y^2 = \sin(x)$ sur $\mathbb{R}^{*+}$, on ajoute une solution particulière de cette équation à une solution quelconque de l'équation homogène associée.
- 3) Une équation différentielle linéaire $y'(x) + a(x)y(x) = 0$ définie sur $\mathbb{R}$ admet seulement la fonction nulle pour solution si on impose $y(0) = 0$

Exercice n°1

Résoudre les deux équations différentielles suivantes :

- 1) $(x^2 + 1)y' + (x - 1)^2 y = 0$
- 2) $(x^2 - x)y' + y = x^2$ sur $]1, +\infty[$

Exercice n°2

On cherche les fonctions y dérivables sur $\mathbb{R}$ de l'équation : $x^2 y' + y = 0$

Expliquer pourquoi cette équation sort du cadre strict du cours ?

Exercice n°3

On considère l'équation différentielle : $2xy' - 3y = x^2$ (*)

- 1) Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}^{*+}$, on note g la fonction définie sur $\mathbb{R}^{*-}$ par $x \mapsto f(-x)$.
Montrer que f est solution de (*) sur $\mathbb{R}^{*+}$ si et seulement si g est solution de (*) sur $\mathbb{R}^{*-}$.
- 2) Déterminer les solutions f de (*) sur $\mathbb{R}^{*+}$.

Exercice n°4

Résoudre sur $]0, \frac{\pi}{2}[$ l'équation $y' \cos(x) - y \sin(x) = \sin(2x)$

Problème:

- 1) Montrer que pour tout $t > 0$, $e^t > 1 + t$
- 2) L'objet de cette question est la résolution du problème de Cauchy, noté P1, suivant :
$$\begin{cases} y'(t) = y(t) + t^2 \\ y(0) = 0 \end{cases}$$
 - a) Résoudre l'équation différentielle : $y'(t) = y(t) + t^2$
 - b) En déduire la solution y_0 au problème P1