Colle sur le chapitre n°7 « Equations différentielles »

En vrac :

1) Sous quelle forme chercher une solution particulière de y''+2y'+y $= e^x$?
2) Le principe de superposition des solutions est applicable à toutes les équations différentielles ?

Exercice n°1

Soit n∈ ℕ, déterminer les solutions réelles de : y''+y=cos(nt)

Exercice n°2

Soit (S) le système différentiel : $\begin{cases} y_1'' = y_1 + 2y_2' + \cos(x) \\ y_2'' = y_2 - 2y_1' + \sin(\mathrm{x}) \end{cases}$ avec y_1 et y_2 deux fois dérivables sur ℝ à valeurs réelles.

En posant y=y_1 +iy_2 déterminer les solutions de (S) vérifiant : $\begin{cases} y_1(0) = 1 \\ y_1'(0) = 0 \end{cases}$ et $\begin{cases} y_2(0) = 0 \\ y_2'(0) = 1 \end{cases}$

Exercice n°3

Soit n∈ ℕ, on note f_n la solution de l'équation différentielle : (n+1)y''-(2n+1)y'+ny=0 vérifiant y(0)=0 et y'(0)=1

Expliciter f_n

Problème:

On considère l'équation différentielle (E_1) : $(1+e^x)y''+2e^x y' + (2e^x+1)y = xe^x$ sur $\mathbb{R}^{*+}$

1) On pose z=$(1+e^x)$y, montrer que y est solution de (E_1) si et seulement si z est solution de (E_2) : z''+ z= xe^x
2) Résoudre (E_2).
3) En déduire les solutions de (E_1).