TD 4

Régime sinusoïdal forcé

Exercice 1 : Applications directes du cours

1. Calculs complexes

1. Déterminer le signal temporel $u_1(t)$ associé à l'amplitude complexe

$$\underline{U_1} = \frac{3+9j}{(1+2j)^2} + 2j$$

2. Déterminer l'amplitude complexe $\underline{U_2}$ correspondant au signal

$$u_2(t) = 3 \cdot \cos \omega t + 4 \cdot \cos(\omega t + 0{,}5)$$

3. x et Q sont réels positifs. Déterminer le module et l'argument des quantités

$$\frac{1}{1 - x^2 + j.\frac{x}{Q}} \qquad \frac{jQx}{1 + jQ\left(x - \frac{1}{x}\right)} \qquad \frac{1}{1 + jQ\left(x - \frac{1}{x}\right)}$$

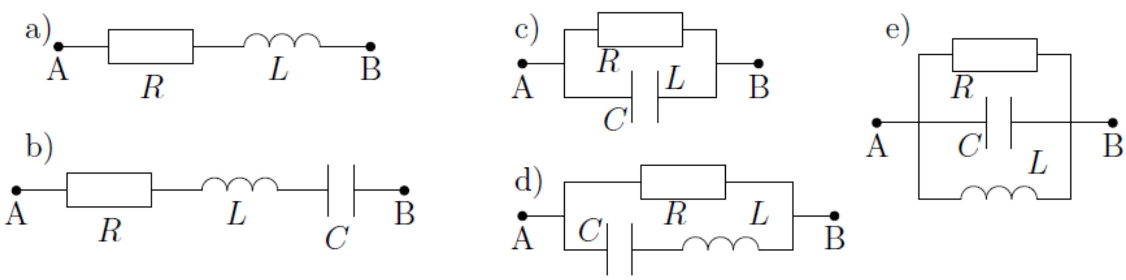
2. Dipôles RL série ou parallèle

Soit le dipôle AB constitué d'une résistance R et d'une bobine d'inductance L associées en parallèle, le dipôle A'B' constitué d'une résistance R' et d'une bobine d'inductance L' associées en série. Ces deux dipôles sont soumis à une même tension sinusoïdale de pulsation ω.
Déterminer R' et L' en fonction de R, L et ω pour que, à la pulsation ω, ces deux dipôles soient équivalents.
Quelle est alors la pulsation ω_0 pour laquelle on a R'/L' = R/L ?
Calculer ω_0 pour R = $1{,}0 \cdot 10^2$ Ω et L = $1{,}0 \cdot 10^{-2}$ H.

3. Association de dipôles

Tous les composants ci-dessous sont considérés idéaux. Déterminer, lorsque l'on impose une tension $u_{AB}(t)$ sinusoïdale de pulsation ω, pour chacun des schémas présentés :

- L'impédance et l'admittance complexes équivalentes entre les points A et B
- Le module de ces impédances et admittances
- Le déphasage de la tension par rapport au courant (en convention récepteur)



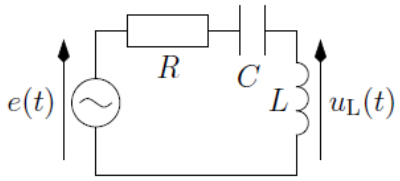
4. Reconnaissance de filtres

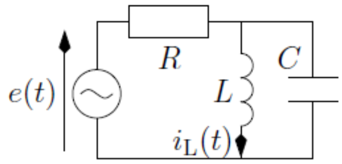
À l'aide d'un raisonnement asymptotique (sans calcul), déterminer le type de filtre pour un circuit RL, si u_s est aux bornes de L.

Même question si u_s est aux bornes de R.

Exercice 2 : Résolution de circuits électriques

Dans les deux circuits ci-contre, le générateur délivre une tension alternative e(t) d'amplitude E et de pulsation ω. On choisit l'origine des temps de sorte que la phase initiale de e(t) soit nulle.



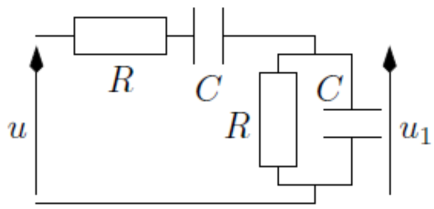


1. Dans le premier circuit, déterminer à l'aide de schémas équivalents la tension $u_L(t)$ aux bornes de la bobine, dans les cas limite où $\omega \to 0$ et $\omega \to \infty$.
2. Exprimer la tension $u_L(t)$ en régime permanent. Est-elle en avance ou en retard par rapport à e(t) ?
3. A.N. : On donne E = 10V, R = 1 kΩ, L = 0,1H et C = 1 µF. Calculer l'amplitude et la phase du signal $u_L(t)$, pour une fréquence f de e(t) égale à 250Hz puis à 5 kHz.

Effectuer le même travail pour le deuxième circuit, en considérant $i_L(t)$ à la place de $u_L(t)$.

Exercice 3 : Notation complexe pour l'établissement d'une équation différentielle

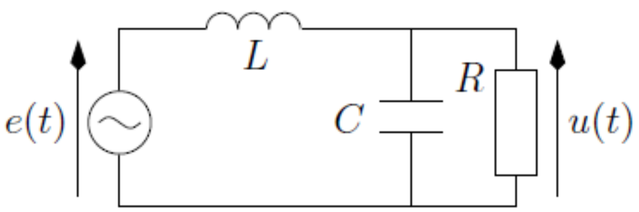
On considère le circuit ci-contre, alimenté par une tension u(t) sinusoïdale de pulsation ω. On posera $\omega_0 = \frac{1}{RC}$.

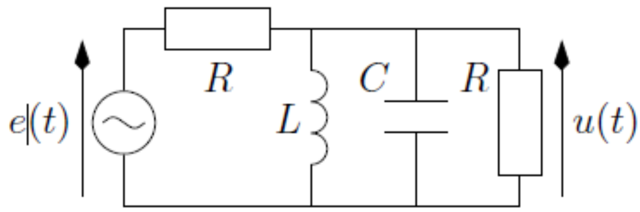


1. Déterminer le rapport $\frac{\underline{u_1}}{\underline{u}}$ en régime permanent, en fonction de ω et ω_0.
2. En déduire l'équation différentielle qui relie les quantités u(t) et $u_1(t)$.
3. Retrouver cette équation différentielle sans utiliser la notation complexe. Comparer et conclure...

Exercice 4 : Calcul et représentation de tension

Soient les deux circuits ci-dessous, dans lesquels e(t) = E cos(ωt) :



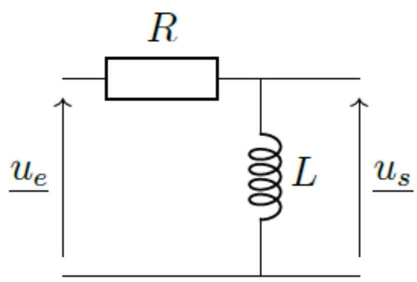


Pour chaque circuit :

1. Déterminer l'expression de l'amplitude complexe $\underline{U}$ associée à u(t).
2. Exprimer le module et l'argument de $\underline{U}$ en fonction de ω.
3. Déterminer la pulsation de résonance.
4. Tracer l'évolution du module et de l'argument de $\underline{U}$ en fonction de ω.

Exercice 5 : Filtre RL

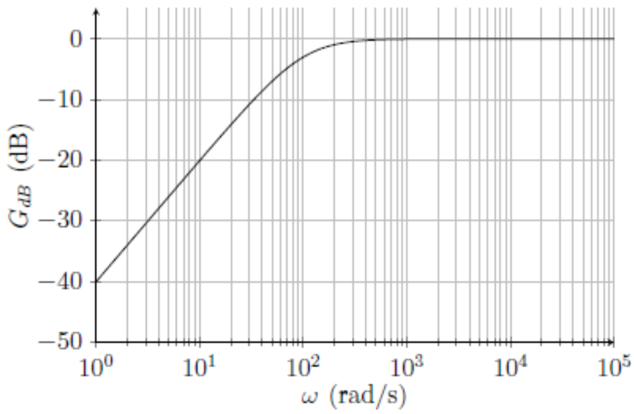
On étudie le filtre ci-contre constitué d'une résistance R = 1, 0 kΩ et d'une bobine idéale d'inductance L.



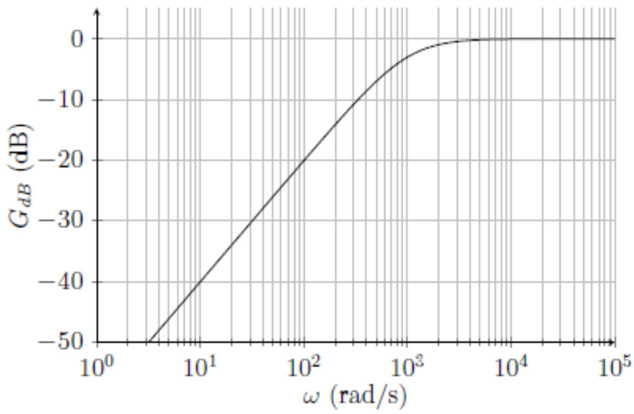
1. Déterminer la nature du filtre d'après le comportement asymptotique des dipôles.
2. Établir sa fonction de transfert.
3. Identifier la ou les affirmations fausses concernant la pulsation de coupure d'un filtre :

- C'est la pulsation de l'intersection des deux asymptotes du diagramme de Bode en gain ;
- C'est la pulsation pour laquelle le gain en décibels vaut le gain en décibels maximal diminué de 3 décibels ;
- C'est la pulsation pour laquelle le gain vaut la moitié du gain maximal.

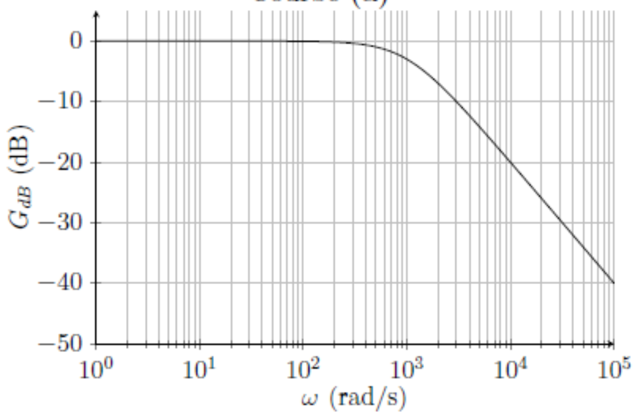
4. Établir l'expression de la pulsation de coupure du filtre étudié.
5. Trois étudiants ont tracé le diagramme de Bode du circuit mais l'étudiant 1 a inversé la résistance et la bobine, l'étudiant 2 s'est trompé d'une décade en choisissant R = 0, 10 kΩ. Seul l'étudiant 3 a fait les choses correctement. Associer à chaque courbe le numéro de l'étudiant. La réponse devra être proprement justifiée.



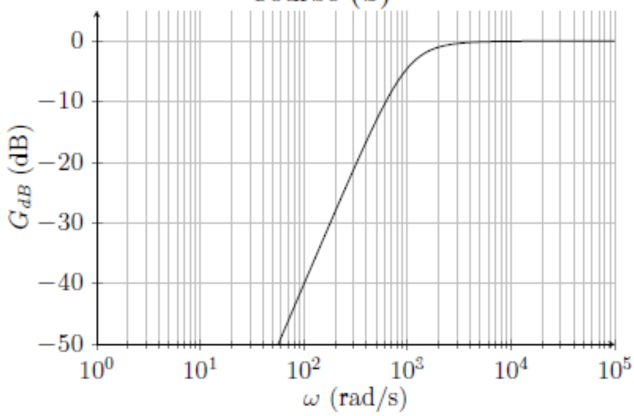
Courbe (a)



Courbe (b)



Courbe (c)

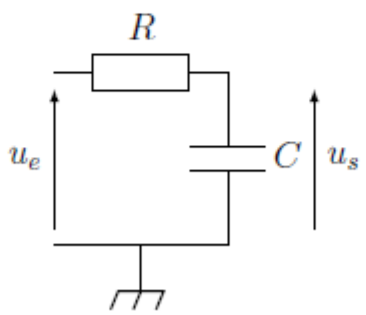


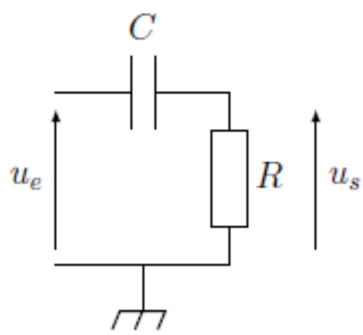
Courbe (d)

6. Déterminer la valeur de l'inductance de la bobine à l'aide du diagramme de Bode.
7. On impose en entrée la tension $u_e(t) = E \cos(\omega_0 t + \pi/4)$. Déterminer complètement la tension de sortie (amplitude et phase à l'origine des temps).
8. On impose en entrée la tension $u_e(t) = E_1 \cos(\omega_1 t + \pi/4) + E_2 \cos(\omega_2 t + \pi/4)$ avec $\omega_1 = \frac{\omega_0}{10}$ et $\omega_2 = 10\omega_0$. Déterminer complètement la tension de sortie. On pourra se permettre certaines approximations, bien justifiées.
9. On note $\omega_0 = 1.10^3$ rad·s^{-1}. On impose en entrée une tension triangulaire de pulsation $\omega \ll \omega_0$. Quelle opération réalise le filtre à cette pulsation ? Quelle sera alors l'allure du signal de sortie ?

Exercice 6 : Voie AC de l'oscilloscope

Le mode AC d'un oscilloscope permet d'enlever la valeur moyenne des tensions que l'on souhaite mesurer afin que celles-ci oscillent autour de 0. Les oscilloscopes intercalent une capacité C ≈ 1, 0.10^2 nF en plus de la résistance d'entrée R ≈ 1 MΩ pour réaliser ce filtrage. Un des deux filtres suivants est donc réalisé en entrée du mode AC de l'oscilloscope :





1. Pour supprimer la valeur moyenne, quelle fréquence faut-il éliminer dans le signal ? Parmi les deux circuits, en utilisant des schémas équivalents à haute puis basse fréquence, lequel permet d'effectuer l'opération recherchée ?
2. Établir l'expression de la fonction de transfert harmonique du filtre choisi précédemment et la mettre sous la forme $\underline{H}(j\omega) = \frac{j\frac{\omega}{\omega_c}}{1+j\frac{\omega}{\omega_c}}$ où l'on précisera l'expression et la valeur numérique de ω_c.
3. Tracer le diagramme de Bode en gain et en phase du filtre AC de l'oscilloscope.
4. On visualise en mode AC un signal sinusoïdal de fréquence f de valeur moyenne non nulle. Quelles sont les pulsations présentes dans sa décomposition en série de Fourier ? Tracer l'allure de son spectre.
5. À quelle condition sur f, le filtre AC de cet oscilloscope remplit-il bien sa tâche ?
6. On suppose que l'on branche un générateur continu dont la tension délivrée est E_0 = 10 V. Par dessus ce signal se superpose le bruit dû au réseau électrique à f = 50 Hz et ses multiples. Ce bruit a généralement une amplitude très faible. Que visualiserait-on sur l'oscilloscope en DC? en AC? Quel peut être l'intérêt du mode AC?