

En vrac : vrai ou faux ?

- 1) On a $\cos(x) \sim_{x \rightarrow 0} 1 + \frac{x^2}{2}$
- 2) Si $\lim_{x \rightarrow a} (f - g)(x) = 0$ alors $f(x) \sim_{x \rightarrow a} g(x)$
- 3) Si $f(x) \sim_{x \rightarrow a} g(x)$ alors $\lim_{x \rightarrow a} (f - g)(x) = 0$
- 4) Si $f(x) \sim_{x \rightarrow a} 0$ alors f est nulle au voisinage de a
- 5) Si $u_n \sim v_n$ alors $e^{u_n} \sim e^{v_n}$
- 6) Si $u_n \sim v_n$ alors $\sqrt{u_n} \sim \sqrt{v_n}$

Exercice n°1

Déterminer un équivalent simple en 0 :

- 1) $x \rightarrow \frac{\sin x + \cos x - 1}{\tan x (x - x \cos x)}$
- 2) $x \rightarrow \frac{\sqrt{1 + \tan^2(x)} - 1}{\tan(x)}$
- 3) $x \rightarrow \ln(\cos(x))$

Exercice n°2

Déterminer un équivalent simple des suites suivantes :

- 1) $u_n = \frac{n - \ln(n) + \frac{4}{n}}{e^n - n^2}$
- 2) $u_n = \left(\tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{n}\right) \right)^n$
- 3) $u_n = \left(\frac{2n^5}{5n + 3n^5} \right)^n$

Exercice n°3

Déterminer un équivalent simple de $x^{\frac{1}{x}} - 1$ au voisinage de $+\infty$

Exercice n°4

Montrer que $\ln(\ln(x)) = o_{x \rightarrow \infty}(\ln(x))$

En déduire la valeur de $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{\ln(x)}{x} \right)^{\frac{1}{x}}$