GROUPE INP La Prépa

Mineure « AUTOMATIQUE »

Asservissement et régulation des **S**ystèmes **L**inéaires **C**ontinus et **I**nvariants

Caractérisation des systèmes asservis

Système asservis

- *Les systèmes asservis appartiennent aux systèmes dits « **dynamiques** » :*
  - *En sciences, un **système dynamique** est un système dont l'évolution dans le temps est décrite par une loi (on parlera de loi d'« **entrée/sortie** »).*

- *Nous n'étudierons durant ce module uniquement que des **S**ystèmes **L**inéaires **C**ontinus et **I**nvariants (SLCI) : c'est-à-dire un système décrit par une équation différentielle linéaire à coefficient constant.*

- *L'objectif d'un système automatisé étant de remplacer l'homme dans une tache.*

Système asservis

Exemple guidé : Véhicule et conducteur

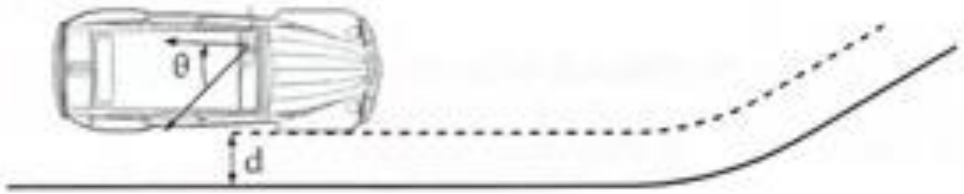


FIGURE 2.1 – Maintien de la trajectoire d'une voiture

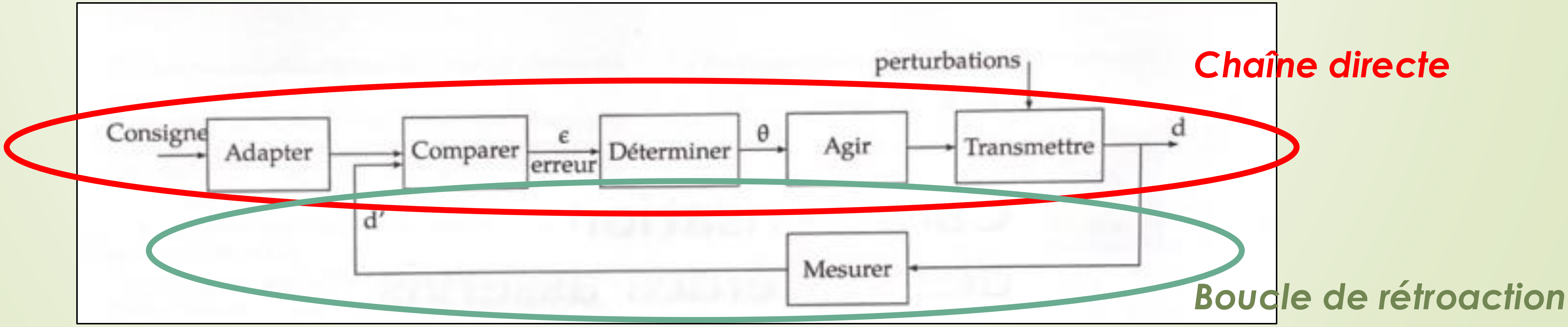
Le conducteur doit suivre la route (figure 2.1), pour cela :

- Il observe la route et son environnement et évalue la distance d qui sépare son véhicule du bord de la route.
- Il détermine en fonction du contexte l'angle θ qu'il doit donner au volant pour suivre la route.
- Il agit sur le volant (donc sur le système), la rotation du volant est transmise aux roues via la colonne de direction.
- Puis de nouveau il recommence son observation pendant toute la durée du déplacement.
- Si un coup de vent dévie le véhicule, après avoir observé et mesuré l'écart il agit pour s'opposer à cette perturbation le plus rapidement possible.

Schéma fonctionnel

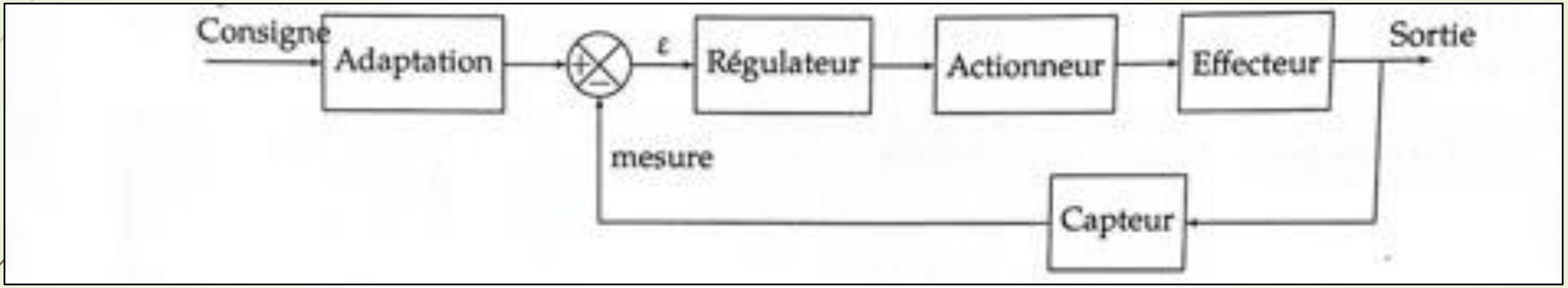
- *En général, le fonctionnement d'un système asservi peut être décrit de manière schématique (cf. ci-dessous). C'est une représentation classique d'un système asservi.*

- *Un capteur mesure en permanence l'évolution de la sortie à contrôler (ici la distance « **d** ») et en retourne une image « **d'** » à la partie commande qui la compare à la consigne. En fonction de l'erreur « $\boldsymbol{\varepsilon}$ », le système va déterminer la nouvelle loi de commande, ici « $\boldsymbol{\theta}$ » et agir.*



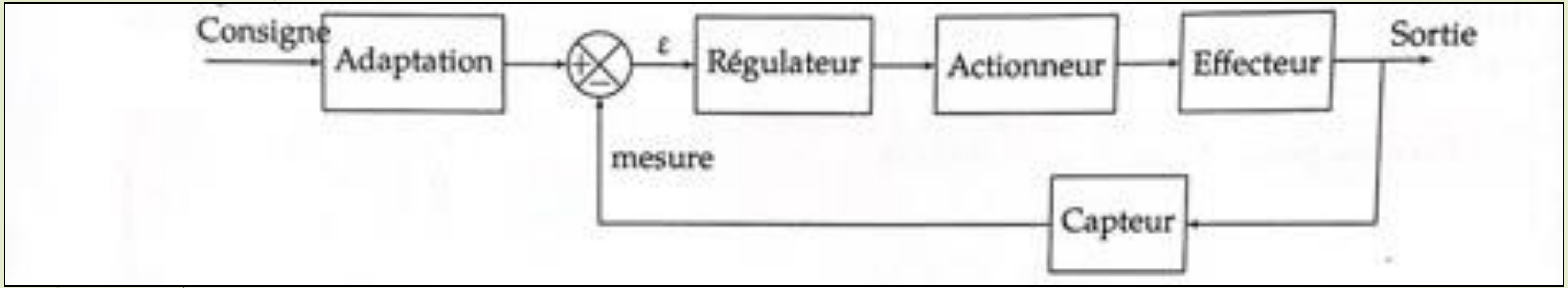
Constituants et signaux

- *De manière général, le système asservi peut être décrit comme ceci :*



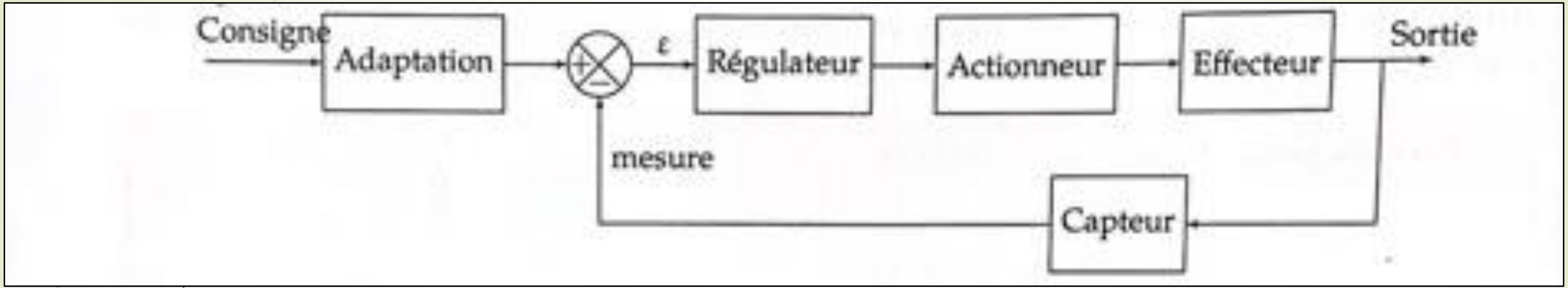
- ***Comparateur :*** *le comparateur est chargé de comparer la consigne et l'image de la grandeur à asservir. A la sortie du comparateur, on trouve l'erreur (ou écart) entre deux informations.*
- ***Régulateur (ou partie commande) :*** *détermine la loi de commande à partir de l'erreur et de son évolution.*
- ***Actionneur :*** *c'est l'organe d'action qui apporte l'énergie au système pour produire l'effet souhaité (moteur à courant continu, vérin hydraulique,…). Il est en général associé à un pré-actionneur (hacheur , variateur,…) qui permet de moduler l'énergie.*

Constituants et signaux



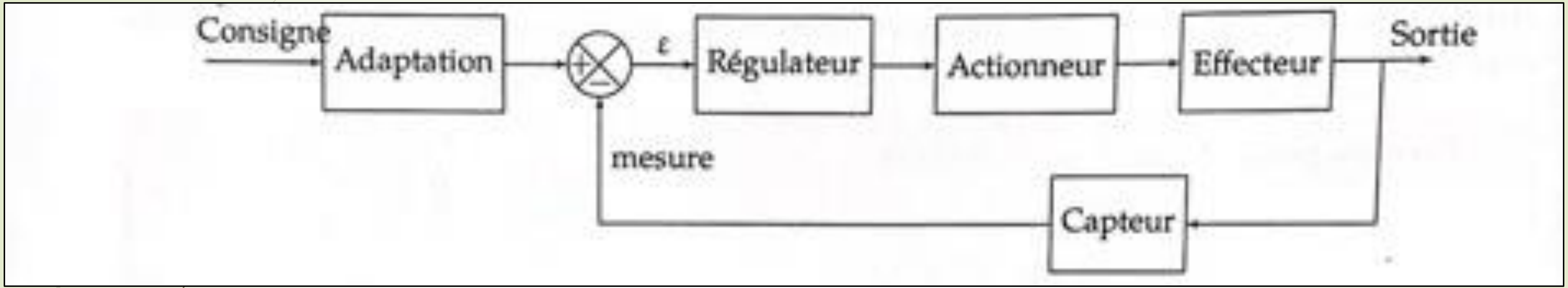
- **Effecteur** : *l'effecteur rassemble l'ensemble des constituants qui vont permettre d'obtenir la sortie à partir de l'énergie fournie par l'actionneur. On trouvera par exemple dans un asservissement qui agit sur de l'énergie mécanique :*
  - *Un réducteur à engrenage*
  - *Un système de transmission à poulie et courroies ou à chaîne*
  - *Un mécanisme bielle/manivelle*
  - *Un système vis-écrou,…*

Constituants et signaux



- ***Capteur :*** *le capteur prélève sur le système la grandeur réglée (information physique) et la transforme en un signal compréhensible par le régulateur (souvent une tension électrique ou une valeur numérique). La* *<u>précision</u>* *et la* *<u>rapidité</u>* *sont deux caractéristiques importantes du capteur.*
- ***Interface d'adaptation :*** *la comparaison ne pouvant se faire qu'entre deux grandeurs de même nature et de même échelle, la consigne saisie par l'opérateur doit être adaptée/convertie afin d'être comprise par le comparateur.*

Constituants et signaux



- ***Consigne :*** *la consigne est la grandeur « réglante » du système, c'est ce que l'on souhaite obtenir.*
- ***Sortie régulée :*** *la sortie régulée représente le phénomène physique intervenant sur le système qui modifie l'état de la sortie. Un système asservi doit pouvoir maintenir la sortie à son niveau indépendamment des perturbations.*
- ***Perturbation :*** *on appelle perturbation tout phénomène physique intervenant sur le système qui modifie l'état de la sortie. Un système asservi doit pouvoir maintenir la sortie à son niveau indépendamment des perturbations.*
- ***Ecart, erreur :*** *on appelle écart ou erreur, la différence entre la consigne et la sortie. Cette mesure ne peut être réalisée que sur des grandeurs comparables (même unités, même échelle). Il est donc souvent nécessaire d'installer dans la chaîne directe un bloc d'adaptation qui ramène l'échelle de la consigne dans le domaine de mesure du capteur).*

Exemple de cahier des charges de systèmes asservis

- **Four :** un four électrique doit atteindre la température de consigne à 10°C près en moins de 30 min puis la maintenir sans fluctuation. À l'ouverture de la porte la température ne doit pas chuter.

Le temps de réponse du four est de 30 min.

Le système de régulation du four doit permettre de rejeter les perturbations (ouverture de la porte).

La précision est une qualité importante pour le four (10°C près).

- **Robot d'assemblage 1 :** un robot assure l'assemblage de deux pièces, la première arrive sur un tapis et s'arrête devant le poste d'assemblage. Le robot saisit l'autre pièce sur un tapis d'amenage et la positionne sur la première. La précision d'assemblage est de 0,2 mm.

La précision est une qualité importante pour le robot (0,2 mm).

Exemple de cahier des charges de systèmes asservis

- **Robot d'assemblage 2 :** afin d'améliorer la productivité du poste précédent, on ne souhaite plus arrêter la première pièce et réaliser l'assemblage de manière dynamique.

Le robot doit être précis pendant le mouvement (suivi de trajectoire).

Pour ces deux systèmes, il s'agit de l'erreur à une entrée constante (la température, la position), pour le deuxième robot, il doit être précis pendant le mouvement (suivi de trajectoire).

- **Suspension :** la suspension active doit assurer une hauteur de caisse constante quelle que soit la charge du véhicule et doit absorber les défauts de la route. Le nombre des oscillations résiduelles ne doit pas être supérieur à 3.

Le système peut autoriser ou non les oscillations avant la stabilisation.

Bien sûr tous ces systèmes doivent être stables, c'est-à-dire ne pas diverger et tendre vers une valeur finie.

Régulation et asservissement

On considère 2 types principaux de systèmes asservis :

- **Régulation** : on appelle régulation un système asservi qui doit maintenir constante la sortie conformément à la consigne (constante) indépendamment des perturbations (régulation de température d'un four, régulateur de vitesse,…)

- **Asservissement** : on appelle asservissement d'un système asservi dont la sortie doit suivre le plus fidèlement possible la consigne quelle que soit son évolution (suivi de trajectoire d'un robot, asservissement de vitesse).

Caractéristique d’un système asservi

Il nous faut maintenant caractériser le comportement d’un système asservi avec ses propriétés associées.

La « précision » :

La **précision** est l'exigence principale d'un système asservi. On conçoit en général le système pour que la sortie soit identique à la consigne d'entrée soit de manière absolue(erreur nulle) soit avec une certaine tolérance.

La **précision** est caractérisée par l'écart entre la consigne et la sortie. La **précision** peut être soit absolue, soit relative, elle est toujours définie par rapport à un type de sollicitation :

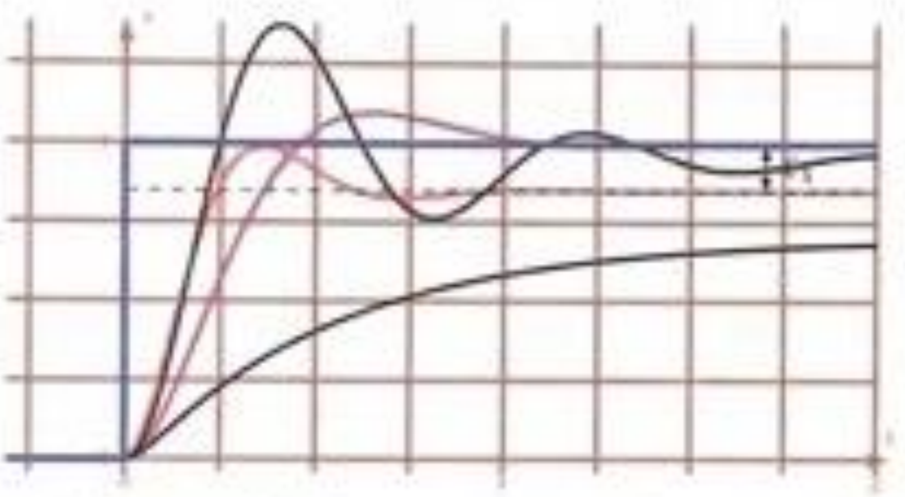
- Un échelon si on souhaite caractériser la réponse pour une consigne constante,
- Une rampe si on souhaite étudier le comportement dynamique.

La « précision »

L'erreur indicielle :

L'erreur indicielle est mesurée entre la valeur finale de la réponse du système en régime établi (à l'infini) et la consigne en échelon unitaire.

Ci-contre la réponse indicielle de plusieurs systèmes à un échelon unitaire. L'erreur indicielle est notée « ϵ_i » , par abus de langage, elle est souvent notée « ϵ_s » et appelée erreur statique.



(a) Erreur indicielle - réponse temporelle à un échelon

L'erreur indicielle se mesure entre la consigne et la valeur finale de la sortie. Cette mesure n'a de sens que si les deux signaux (entrée et sortie) sont de même nature et de même échelle.

Erreur indicielle absolue

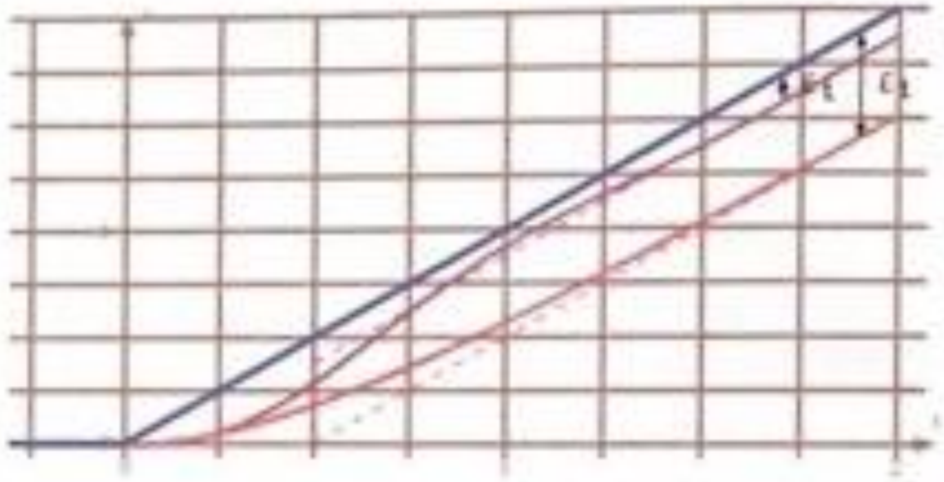
$$\epsilon_i = \lim_{t \to \infty} (e(t) - s(t)) \text{ avec } e(t) = E_0 \cdot \mathcal{H}(t)$$

On note $\mathcal{H}(t)$ la fonction de Heaviside qui vaut 0 pour $t < 0$ et 1 pour $t \geqslant 0$.

Erreur indicielle relative

$$\epsilon_i\% = \lim_{t \to \infty} \frac{e(t) - s(t)}{e(t)}$$

La « précision »



(b) Erreur de trainage - réponse temporelle à une rampe

L'erreur de traînage :

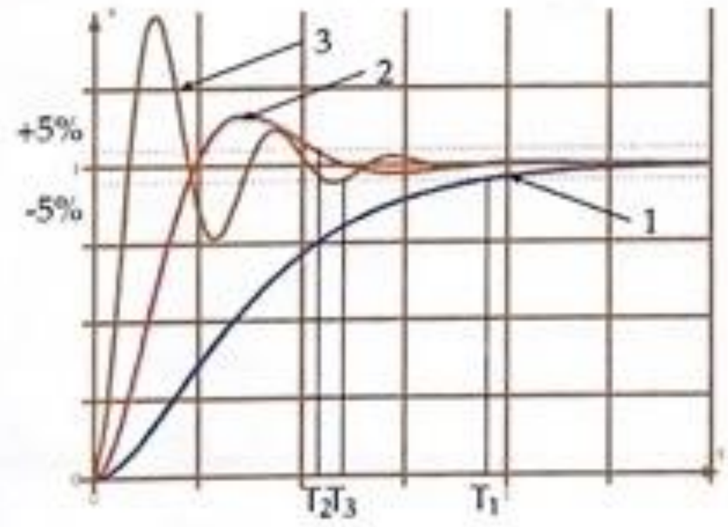
L'erreur de traînage est une mesure de l'aptitude d'un système à suivre une consigne variable, elle est notée « ϵ_t ». Cette erreur est mesurée en régime établi, entre la consigne et la réponse du système.

La « Rapidité » :

Temps de réponse :

*La rapidité d'un système caractérise le temps mis par le système à atteindre la **valeur finale** pour une entrée en échelon, la résolution des équations différentielles montre que c'est théoriquement qu'au bout d'un temps infini que la valeur finale est atteinte.*

*Néanmoins, pour chiffrer en pratique la rapidité du régime transitoire, on a l'habitude de considérer **le temps de réponse à 5%** ; c'est le temps au bout duquel le système a atteint son régime permanent à 5% près et à partir duquel il ne s'en écarte pas de plus de 5%.*



(a) Temps de réponse

- *La courbe 1 est caractéristique d'un système non oscillant, le temps de réponse à 5% de ce système est : $T_{5\%} = T_1$. A partir de l'instant T_1 la réponse est toujours comprise entre deux bandes à* $\pm$ 5% de la valeur finale;

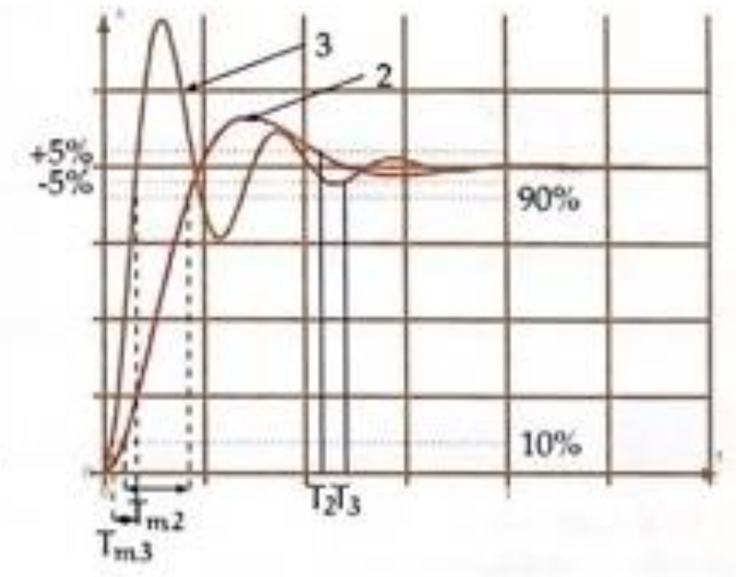
- *Les courbes 2 et 3 sont caractéristiques d'un système dont la réponse est oscillatoire amortie. Les instants T_2 et T_3 correspondent aux temps de réponse à 5% des réponses 2 et 3.*

La « Rapidité » :

Temps de montée :

On constate en comparant les réponses des systèmes 2 et 3 que les temps de réponses sont comparables mais que le comportement est lui fortement différent. Le système 3 est fortement oscillant et semble plus « dynamique » que le système 2. Le temps de réponse, tel qu'il est défini ne permet pas de différencier ces deux systèmes.

Pour les différencier, il est possible de déterminer le temps de montée T_m *que l'on détermine en mesurant l'intervalle de temps séparant les instants auxquels la réponse indicielle vaut 10% et 90% de la valeur finale(ou entre 20% et 80%). On remarque sur le graph ci-dessous que les deux temps de montée* T_{m2} *et* T_{m3} *sont notablement différents.*



(b) Temps de montée

Les « Dépassements » :

*Les mesures du **dépassement** relatif des systèmes oscillatoires amortis permet d'évaluer le taux d'oscillation du système. L'amplitude du dépassement et la rapidité de décroissance caractérisent la stabilité relative.*

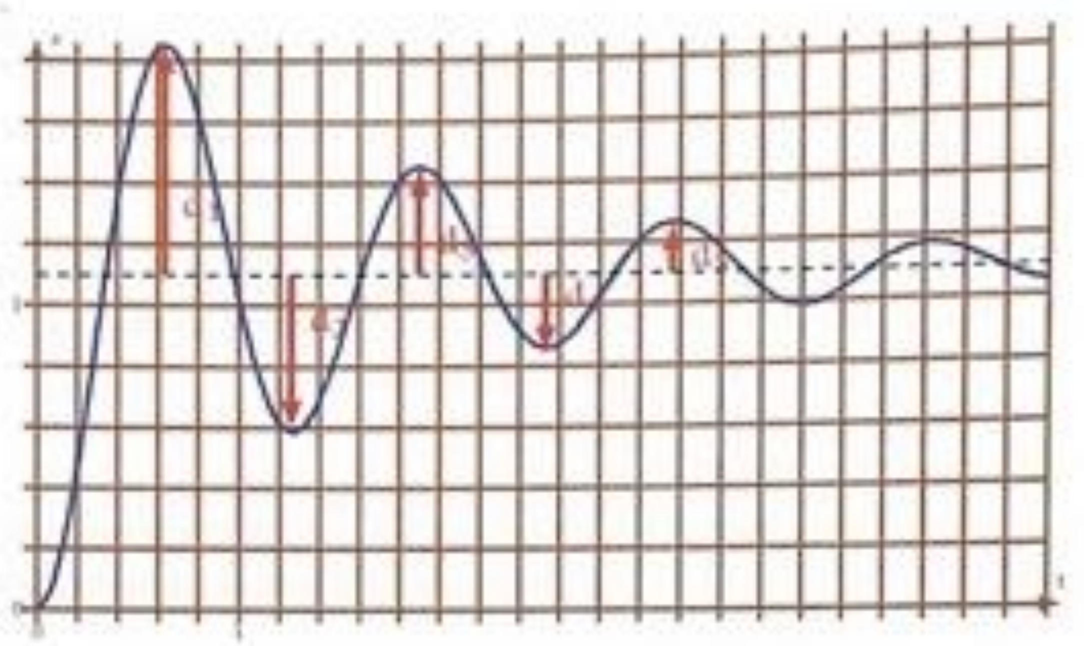


FIGURE 2.5 – Dépassement

Le dépassement relatif est déterminé pour chaque dépassement de la valeur finale (figure 2.5)

$$D_{i\%} = \frac{S(t_{mi}) - S(\infty)}{S(\infty)} = \frac{d_i}{S(\infty)}$$

avec

- $D_{i\%}$: le dépassement relatif pour le $i^{ème}$ maximum.
- t_{mi} : l'instant du $i^{ème}$ maximum.
- $S(\infty)$: la valeur finale.
- $S(t_{mi})$: la valeur du $i^{ème}$ maximum.
- $d_i = S(t_{mi}) - S(\infty)$.

Un critère important de réglage peut être l'absence de dépassement.

« Stabilité » :

La stabilité est la plus importante des caractéristiques que doit posséder un système asservi.

Une manière intuitive de préciser la notion de stabilité est d'imaginer un système que l'on écarte de sa position initiale par une impulsion et de regarder son évolution, s'il retrouve sa position initiale, il est stable, s'il s'en écarte il est instable.

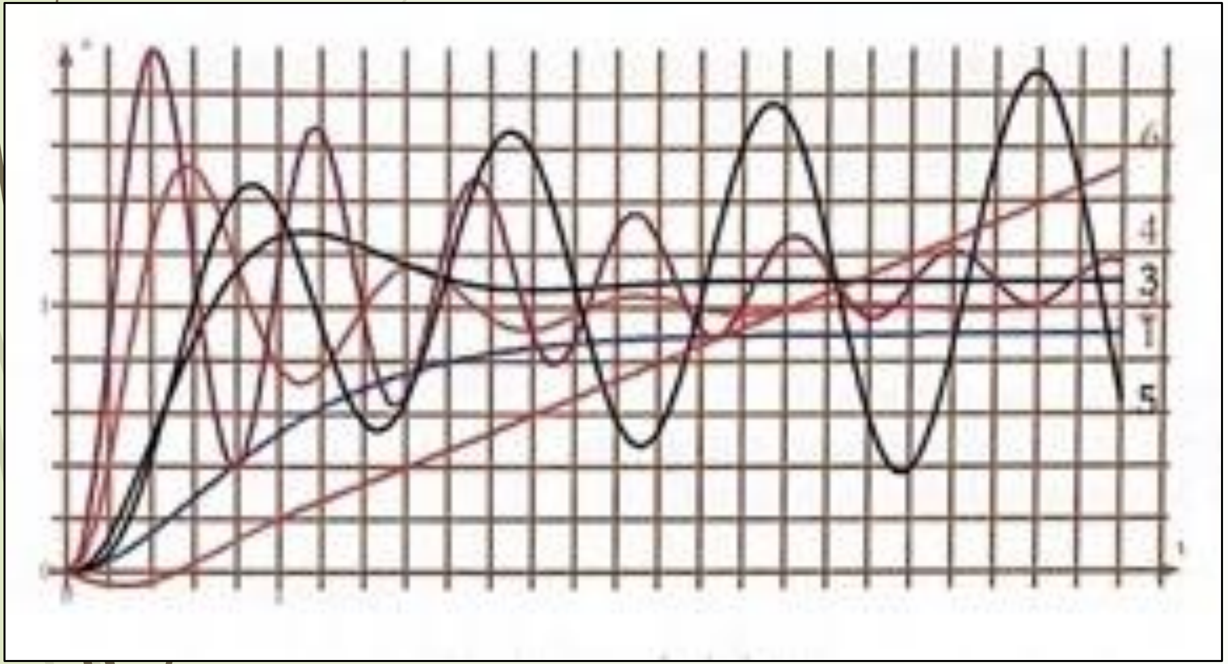
Plusieurs définitions de la stabilité sont envisageables.

- ***Définition 1 :*** *un système physique est stable si à une entrée bornée correspond une sortie bornée.*
- ***Définition 2 :*** *un système physique est stable si la réponse libre du système tend vers zéro à l'infini, c'est-à-dire qu'il retourne spontanément vers son état d'équilibre lorsqu'il en est écarté.*

Ces deux définitions sont équivalentes pour les systèmes linéaires.

« Stabilité » :

La figure ci-dessous présente la réponse temporelle de quelques systèmes sollicités par un échelon :



- *Les réponses 1,2,3,4 sont caractéristiques de systèmes stables. La réponse 1 est une réponse apériodique, les trois autres sont oscillatoires amorties;*
- *Les réponses 5 et 6 sont celles de systèmes instables, elles sont toutes les deux divergentes, oscillatoires ou non.*

On note aussi en comparant les réponses 2 à 4 que le critère strict de stabilité, s'il est nécessaire, n'est pas suffisant. En effet est-il envisageable qu'un système atteigne sa position définitive après un grand nombre d'oscillation ?

Modélisation

L'étape de modélisation d'un système est nécessaire afin de pouvoir en améliorer le comportement.

On peut si la connaissance de tous les phénomènes physiques qui rentrent en jeu dans son fonctionnement sont connues décrire le modèle de connaissance du système.

Bien souvent ce n'est pas complètement possible il est alors nécessaire d'établir un modèle de comportement par analogie à des modèles connus.

La modélisation :

Modèle de comportement

Le système étant soumis à des signaux d'entrée canoniques, le modèle mathématique équivalent est alors déduit par analogie de la réponse comportementale avec la réponse d'un système connu. Les principaux signaux permettant d'identifier le système sont :

« ECHELON »

L'échelon de Heaviside

L'échelon est le signal de base d'étude des systèmes asservis. Il permet d'étudier le comportement du système lorsqu'on lui applique une consigne constante. Il est généralement noté $e(t) = E_0 \cdot \mathcal{H}(t)$.

L'échelon unitaire est appelé fonction de *Heaviside* et parfois noté $\mathcal{H}(t)$ ou $u(t)$ et est défini par :

$$\mathcal{H}(t) : \begin{cases} t < 0 : \mathcal{H}(t) = 0 \\ t \geq 0 : \mathcal{H}(t) = 1 \end{cases}$$

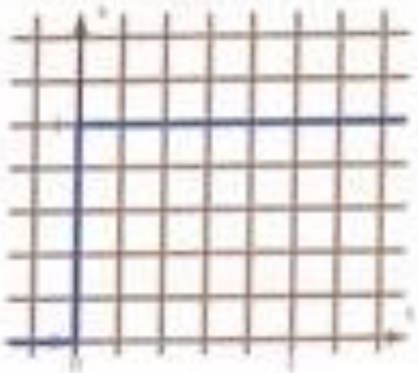


Figure 2.8 – Échelon unitaire

La modélisation :

Modèle de comportement

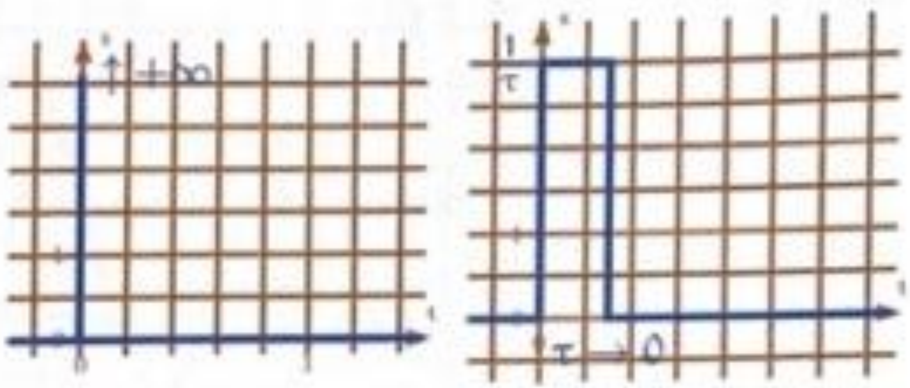
« IMPULSION DE DIRAC »

L'impulsion de Dirac

Cette fonction permet de simuler le comportement à un choc, une impulsion. L'impulsion de *Dirac* (figure 2.9a) est définie par :

$$\forall t \neq 0, \delta(t) = 0 \text{ et } \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t)dt = 1.$$

Elle est physiquement irréalisable. Elle peut être modélisée par la limite lorsque τ tend vers 0 de la fonction représentée sur la figure 2.9b.



(a) Impulsion de Dirac (b) Modèle de l'impulsion de Dirac

FIGURE 2.9 – Impulsion de Dirac

La modélisation :

Modèle de comportement

« RAMPE »

La rampe

L'entrée en rampe permet d'étudier le comportement dynamique d'un système et principalement sa capacité à suivre une consigne variable. La rampe est définie par :

$$\begin{cases} t < 0 : & e(t) = 0 \\ t \geqslant 0 : & e(t) = a \cdot t \end{cases}$$

$e(t) = a \cdot t \cdot \mathcal{H}(t)$.

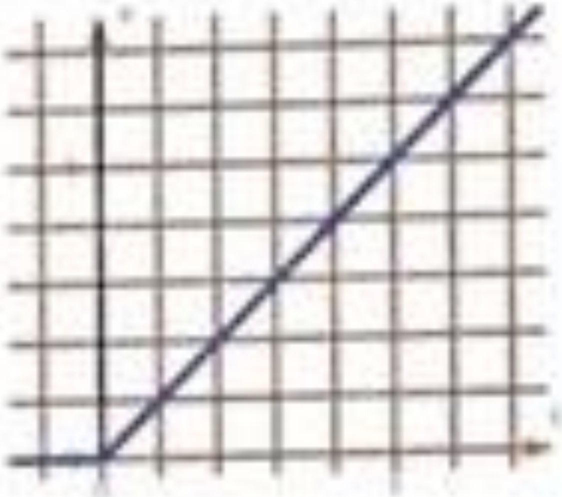


FIGURE 2.10 – Rampe

La modélisation :

Modèle de comportement

« SINUSOIDE »

La sinusoïde

L'entrée sinusoïdale permet d'étudier le comportement fréquentiel du système en faisant varier la pulsation du signal.

Le signal sinusoïdal est défini par :

$$\begin{cases} t < 0 : & e(t) = 0 \\ t \geqslant 0 : & e(t) = a \cdot \sin(\omega \cdot t) \end{cases}$$

$e(t) = a \cdot (\sin \omega \cdot t) \cdot \mathcal{H}(t)$.

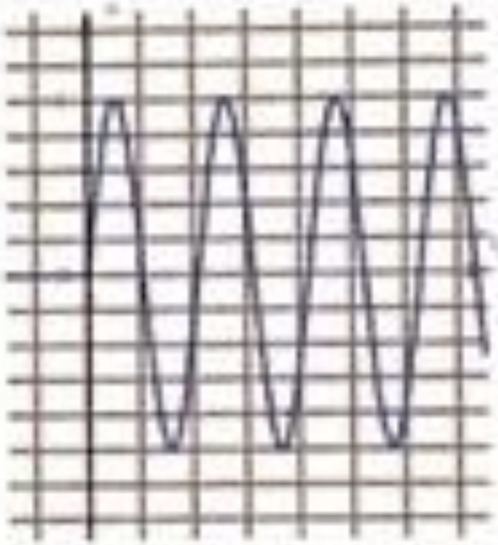


FIGURE 2.11 – Sinus

La modélisation :

Modèle de comportement

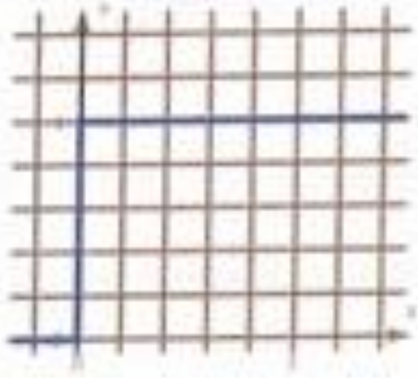


Figure 2.8 – Échelon unitaire

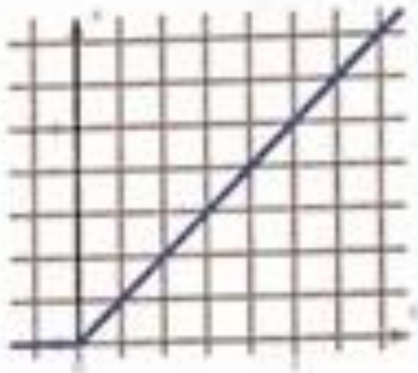
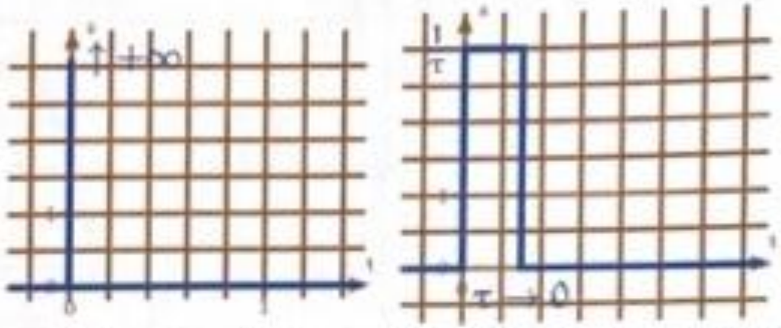


Figure 2.10 – Rampe



(a) Impulsion de Dirac (b) Modèle de l'impulsion de Dirac

Figure 2.9 – Impulsion de Dirac

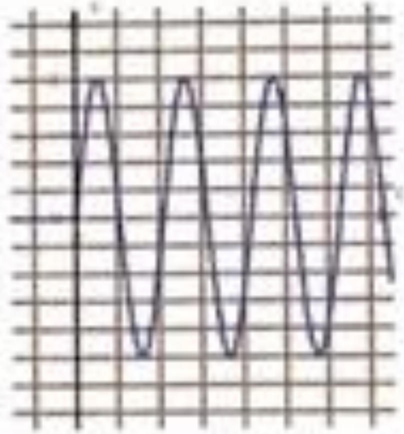


Figure 2.11 – Sinus

Modélisation

Modèle de connaissance

On dit qu'un système est décrit par son modèle de connaissance, lorsqu'il est possible de le décrire mathématiquement à partir des équations différentielles qui constituent le système.

En général, le modèle de connaissance est décrit par une ou plusieurs équations différentielles.