Mineure « AUTOMATIQUE »

Asservissement et régulation des **S**ystèmes **L**inéaires **C**ontinus et **I**nvariants

Représentation d'un système par les schémas-blocs

Schéma fonctionnel ou schéma-bloc

La représentation par le schéma fonctionnel permet de représenter de manière graphique un système linéaire.

Chaque bloc du schéma caractérise une des fonctions du système (un des constituants), on associe à chaque bloc la fonction de transfert du constituant qu'il représente. Les arcs qui relient les blocs portent les informations d'entrée et de sortie de la fonction transfert.

On détermine la fonction de transfert de chaque constituant à partir des équations différentielles régissant son comportement. L'allure globale du schéma renseigne sur sa structure (boucle ouvert, boucle fermée).

Le système d'équations est ainsi remplacé par un schéma comportant un ensemble de blocs représentant les fonctions du système. Les branches entre les blocs portent les variables intermédiaires du système.

Schéma fonctionnel ou schéma-bloc

<u>*Représentation d'un système par les schémas-blocs :*</u>

La description par la transformée de Laplace se prête bien à une représentation graphique de l'équation différentielle et de manière générale des systèmes linéaires.

Pour tracer le schéma-bloc, nous allons déterminer la fonction de transfert de chaque équation différentielle, puis associer à chacune un schéma-bloc que nous allons relier.

<u>*Nous allons le montrer sur l'exemple de l'enceinte chauffée déjà utilisée :*</u>

Le système représenté ci-contre est chargé de maintenir la température d'une enceinte. Le chauffage est assuré par un échangeur thermique, la vanne « V », permet de réguler le débit du fluide calorifique dans l'échangeur. On note :

- $\alpha(t)$ *: l'angle d'ouverture de la vanne*
- $q(t)$ *: débit de l'échangeur*
- $\theta_1(t)$ *: température en sortie de l'échangeur*
- $\theta(t)$ *: température dans l'enceinte*

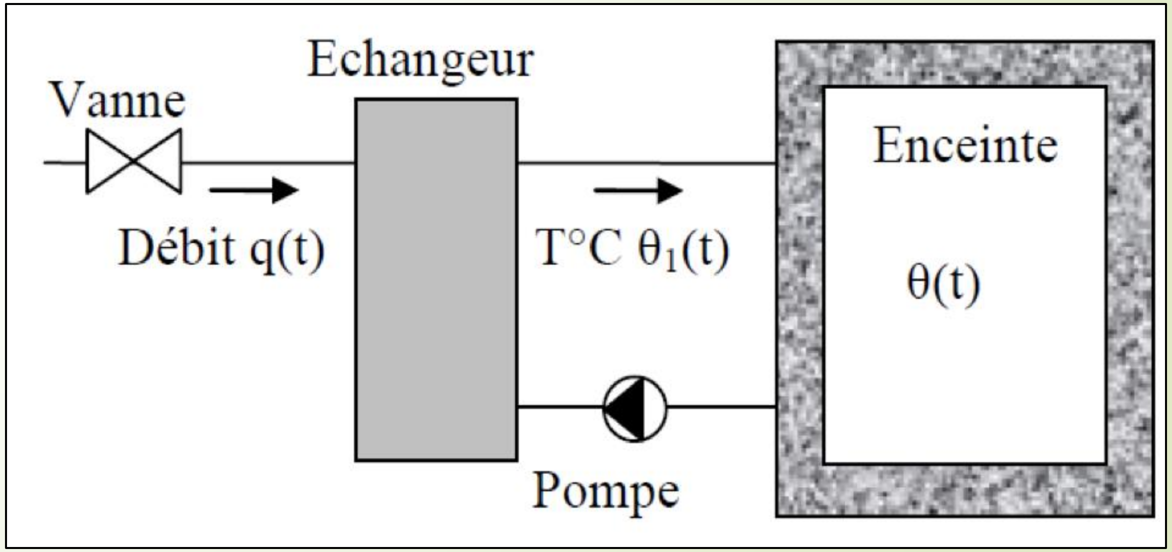


Schéma fonctionnel ou schéma-bloc

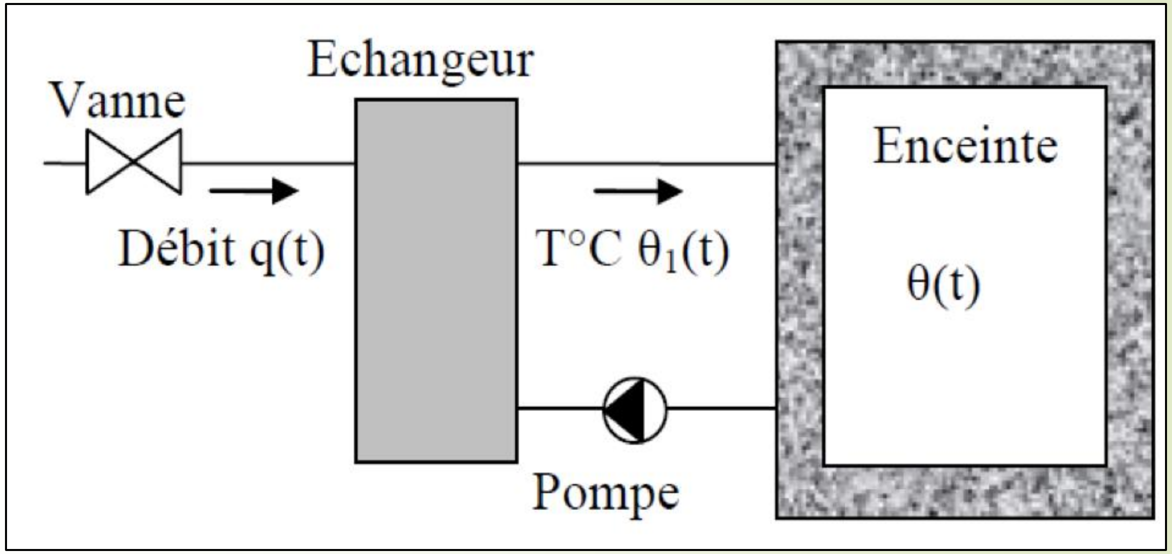
Représentation d'un système par les schémas-blocs :

Les équations qui décrivent le comportement sont :

$$q(t) = k_0 \cdot \alpha(t)$$

$$\theta_1(t) + \tau_1 \cdot \frac{d\theta_1(t)}{dt} = k_1 \cdot q(t)$$

$$\theta(t) + \tau_2 \cdot \frac{d\theta_1(t)}{dt} = k_2 \cdot \theta_1(t)$$



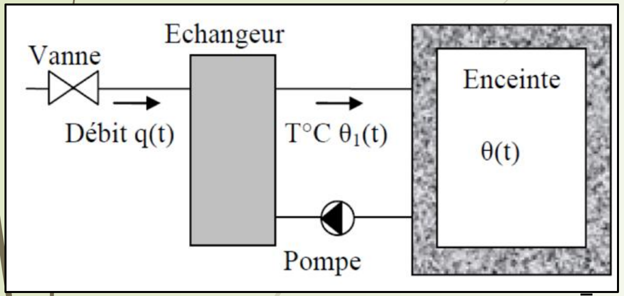
Dans le domaine de Laplace, les équations deviennent :

$$q(t) = k_0 \cdot \alpha(t) \overset{\mathcal{L}}{\rightarrow} \boldsymbol{Q(p) = k_0 \cdot A(p)}$$

$$\theta_1(t) + \tau_1 \cdot \frac{d\theta_1(t)}{dt} = k_1 \cdot q(t). \overset{\mathcal{L}}{\rightarrow} \boldsymbol{\Theta_1(p) + \tau_1 \cdot p \cdot \Theta_1(p) = k_1 \cdot Q(p)}$$

$$\theta(t) + \tau_2 \cdot \frac{d\theta(t)}{dt} = k_2 \cdot \theta_1(t). \overset{\mathcal{L}}{\rightarrow} \boldsymbol{\Theta(p) + \tau_2 \cdot p \cdot \Theta(p) = k_2 \cdot \Theta_1(p)}$$

Schéma fonctionnel ou schéma-bloc



__Représentation d’un système par les schémas-blocs :__

<u>Il est donc possible d’écrire les fonctions de transfert :</u>

$$\mathrm{H}_1(\mathrm{p}) = \frac{Q(p)}{A(p)} = k_0 \qquad H_2(p) = \frac{\Theta_1(p)}{Q(P)} = \frac{k_1}{1+\tau_1 \cdot p} \qquad H_2(p) = \frac{\Theta(p)}{Q(P)} = \frac{k_2}{1+\tau_2 \cdot p}$$

<u>D’où le schéma-bloc du système :</u>

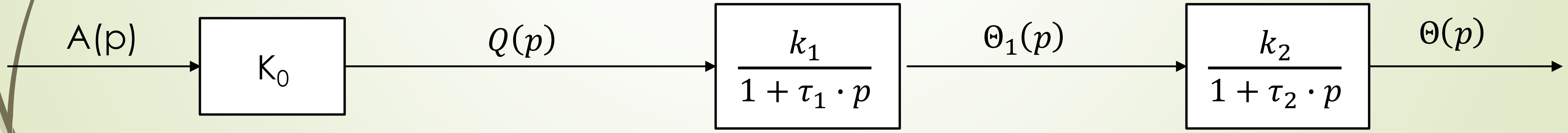


Schéma fonctionnel ou schéma-bloc

Représentation d'un système par les schémas-blocs :

Finalement, la fonction de transfert $H_0(p) = \frac{\Theta(p)}{A(p)}$ *du système complet :*

$$H_0(p) = \frac{\Theta(p)}{A(p)} = \frac{k_0 \cdot k_1 \cdot k_2}{(1 + \tau_1 \cdot p) \cdot (1 + \tau_2 \cdot p)}$$

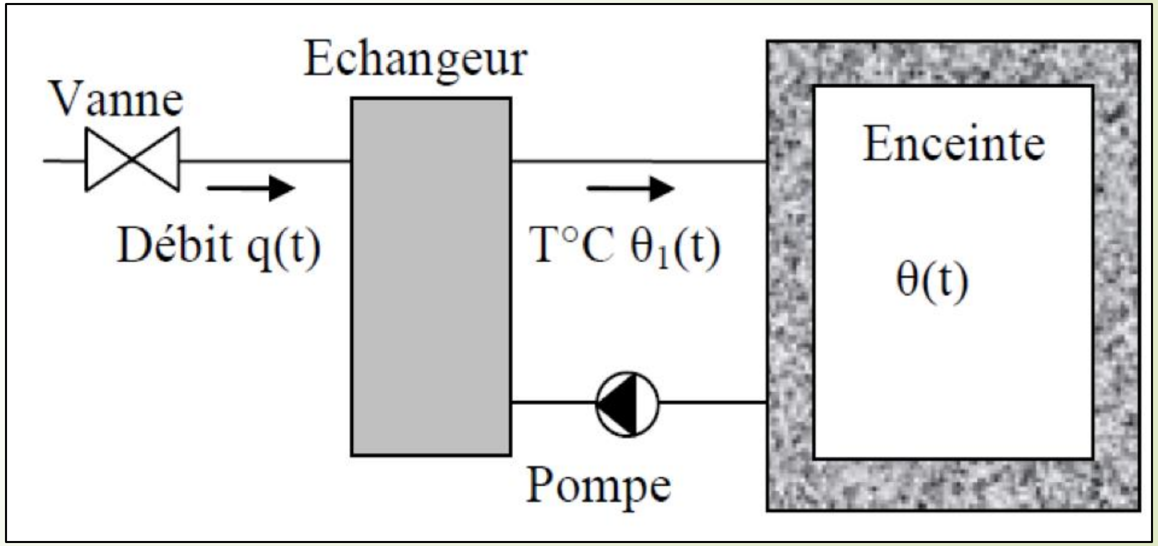
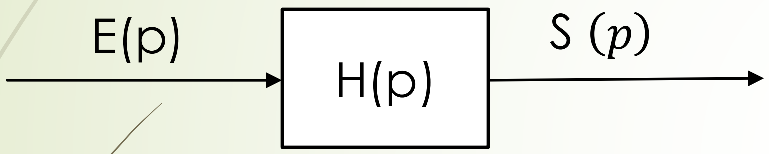


Schéma fonctionnel ou schéma-bloc

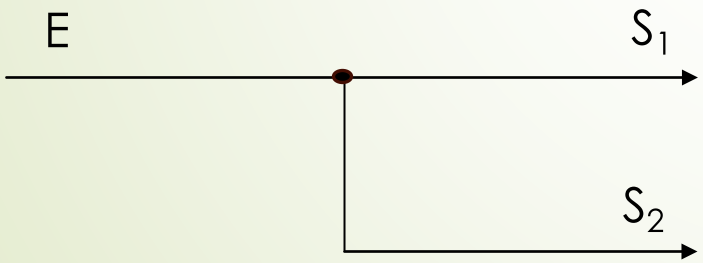
<u>*Formalisme :*</u>

Bloc :



Le bloc est représenté par un cadre rectangulaire, il possède une entrée et une sortie, la fonction de transfert du bloc est déterminée d'après les équations de fonctionnement : $H(p) = \frac{S(p)}{E(p)}$

Jonction :



Une jonction est un point de prélèvement. La variable de la branche 1 est identique à celle de la branche 2 :

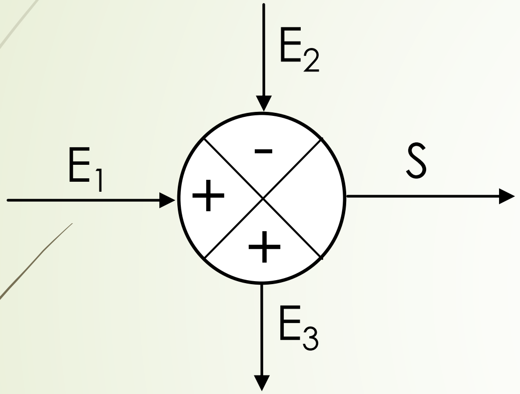
$$\boldsymbol{S_1 = S_2 = E}$$

Un prélèvement d'information ne modifie pas la variable.

Schéma fonctionnel ou schéma-bloc

Formalisme :

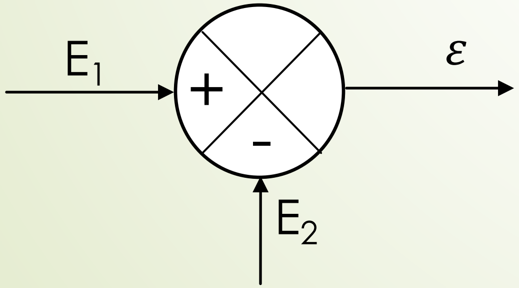
Sommateur :



Les sommateurs permettent d'additionner et soustraire des variables, ils possèdent plusieurs entrées mais une seule sortie :

$$S = E_1 - E_2 + E_3$$

Comparateur :



Le comparateur est un cas particulier de sommateur, il permet de calculer la différence entre deux signaux :

$$\varepsilon = E_1 - E_2$$

Schéma fonctionnel ou schéma-bloc

Formalisme :

Ci-dessous un exemple de schéma-bloc d'un système quelconque :

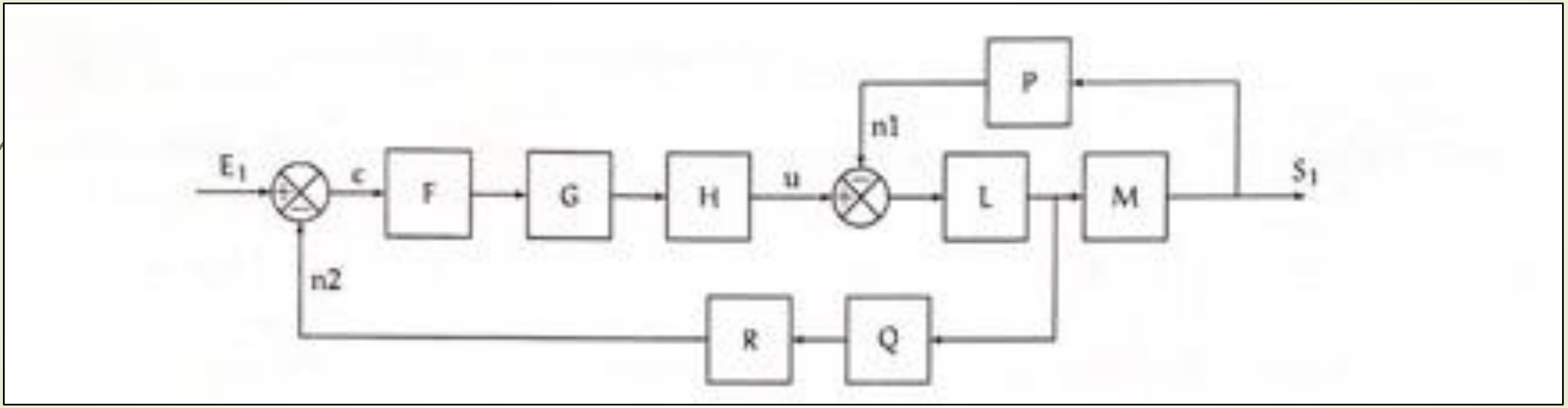
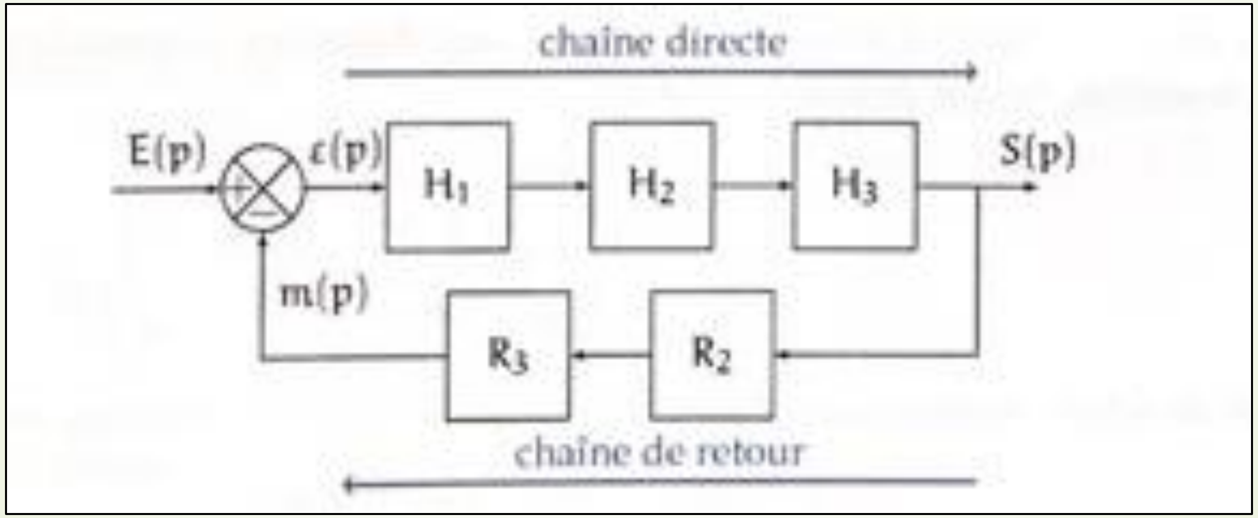


Schéma fonctionnel ou schéma-bloc

Représentation d'un système asservi :

Un système asservi peut être décrit par un schéma bloc tel celui sur la figure ci-dessous. On retrouve sur ce schéma la chaine directe qui pilote le système et la chaîne de retour. Le signal de la chaîne de retour est comparé à la consigne.

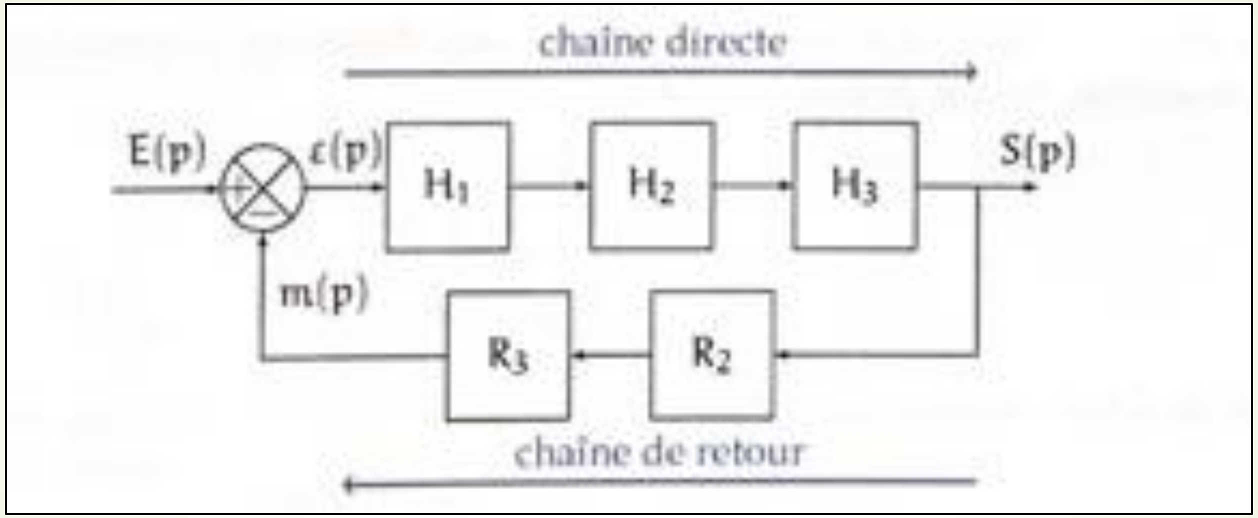


On constate que la représentation par schéma-bloc se prête bien à la représentation asservis, chaque bloc étant la traduction dans le domaine de Laplace d'une équation différentielle caractéristique du système.

Déterminons la relation entre la sortie S(p) et l'entrée E(p).

Schéma fonctionnel ou schéma-bloc

<u>Représentation d'un système asservi :</u>



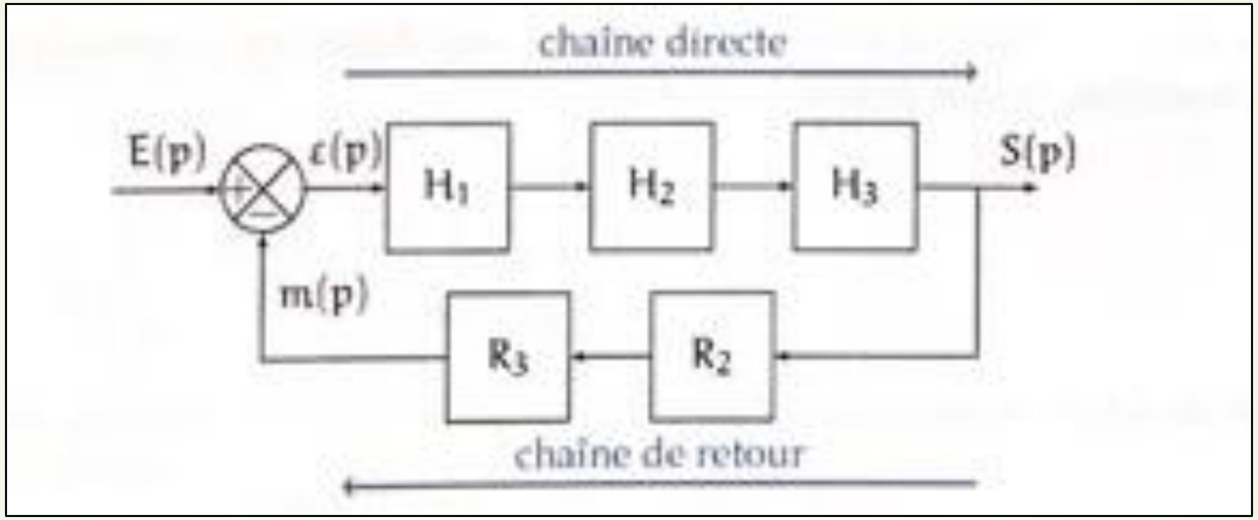
Déterminons la relation entre la sortie S(p) et l'entrée E(p).
On appelle :

Chaine directe : la chaine constituée des blocs reliant l'entrée et la sortie : on note,

$$CD(p) = \frac{S(p)}{\varepsilon(p)} = H_1(p) \cdot H_2(p) \cdot H_3(p)$$

Schéma fonctionnel ou schéma-bloc

<u>Représentation d'un système asservi :</u>



Chaine de retour : la chaine constituée des blocs reliant la sortie au comparateur (de la sortie à la mesure de la sortie): on note $CR(p) = \frac{m(p)}{S(p)}$, la fonction de transfert de la chaîne de retour, ici :

$$CR(p) = \frac{m(p)}{S(p)} = R_3(p) \cdot R_2(p)$$

A partir de ces deux chaînes, on en définit deux fonctions de transfert

Schéma fonctionnel ou schéma-bloc

Représentation d'un système asservi :

A partir de ces deux chaînes, on en définit deux fonctions de transfert :

Fonction de transfert en boucle ouverte (FTBO) définie par :

$$BO(p) = \frac{m(p)}{\varepsilon(p)} = CD(p) \cdot CR(p)$$

FIGURE 4.4 – Simplification graphique d'un schéma-bloc

Schéma fonctionnel ou schéma-bloc

<u>Représentation d'un système asservi :</u>

Fonction de transfert en boucle fermée (FTBF) définie par :

$$BF(p) = \frac{S(p)}{E(p)}$$

Cette deuxième fonction de transfert est celle qui relie l'entrée à la sortie et qui caractérise le fonctionnement du système asservi.

A partir de cette représentation on peut écrire les trois équations ci-dessous puis déterminer la fonction de transfert en boucle fermée du système :

$$\begin{cases} S(p) = CD(p) \cdot \varepsilon(p) \\ m(p) = CR(p) \cdot S(p) \\ \varepsilon(p) = E(p) - m(p) \end{cases}$$

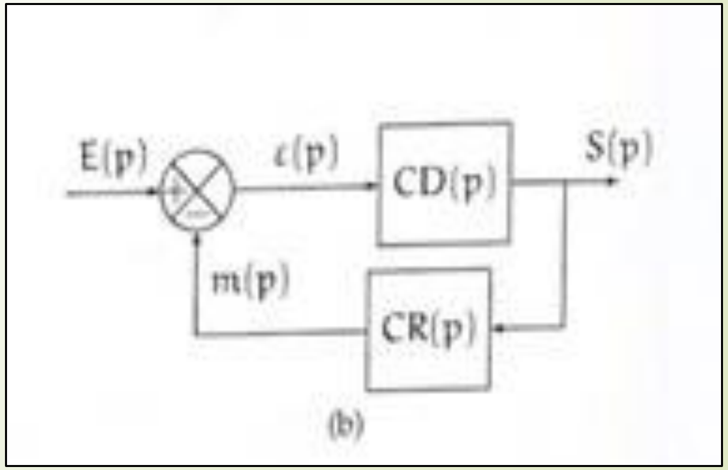
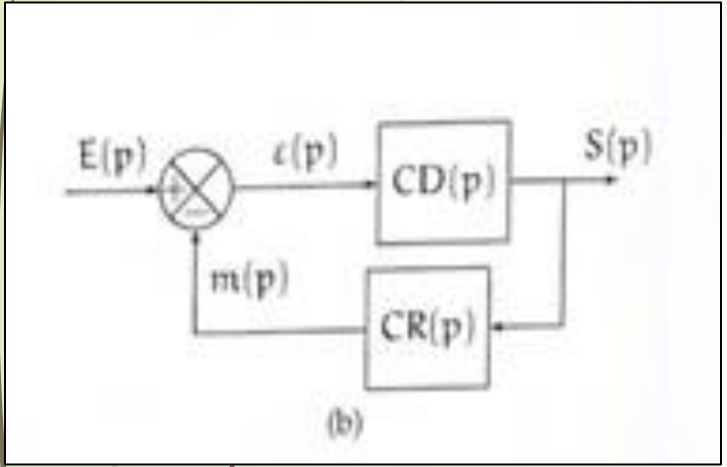


Schéma fonctionnel ou schéma-bloc

Représentation d'un système asservi :



$$\begin{cases} S(p) = CD(p) \cdot \varepsilon(p) \\ m(p) = CR(p) \cdot S(p) \\ \varepsilon(p) = E(p) - m(p) \end{cases}$$

En substituant la deuxième et troisième équations dans la première, cela nous donne :

$$S(p) = CD(p) \cdot \big(E(p) - CR(p) \cdot S(p)\big)$$

Soit :

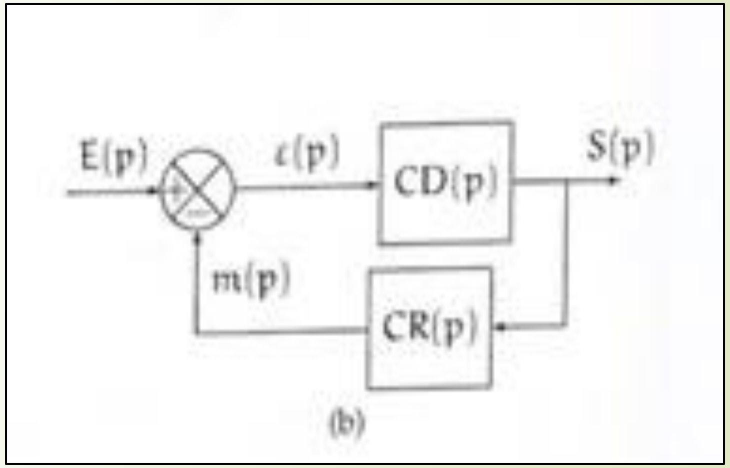
$$S(p) = \frac{CD(p)}{1 + CD(p) \cdot CR(p)} \cdot E(p)$$

Schéma fonctionnel ou schéma-bloc

Représentation d'un système asservi :

Ce qui permet d'écrire la fonction de transfert en boucle fermée :

$$S(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{CD(p)}{1 + CD(p) \cdot CR(p)}$$



Que l'on écrit généralement :

$$BF(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{CD(p)}{1 + BO(p)}$$

Et que l'on nomme : [formule de Black]

Schéma fonctionnel ou schéma-bloc

<u>Représentation d'un système asservi :</u>

Dans le cas particulier où le schéma-bloc est à retour unitaire on a BO(p)=CD(p) (voir schéma ci-dessous), alors la formule de Black devient :

$$BF(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{BO(p)}{1 + BO(p)}$$

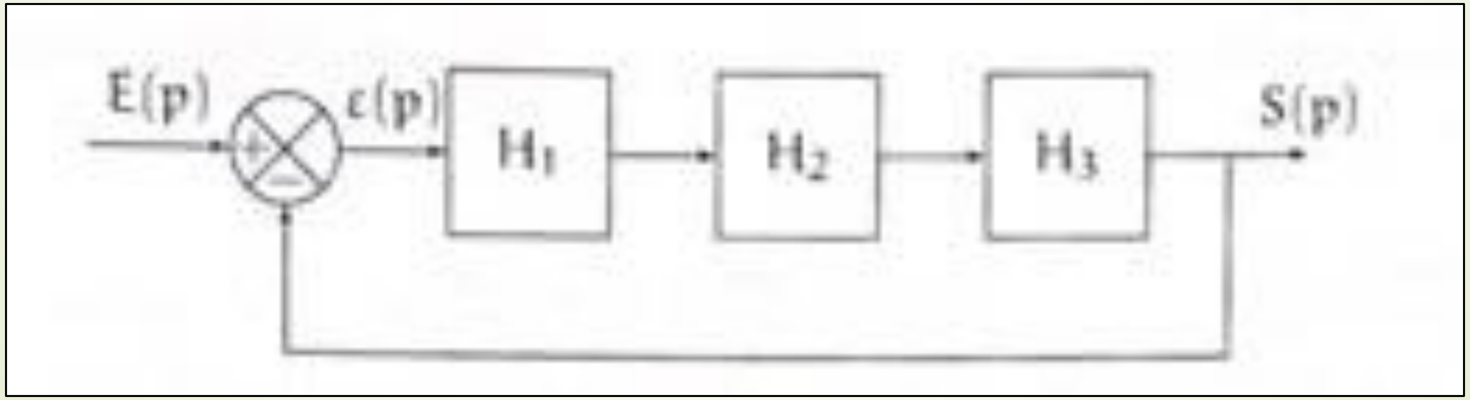
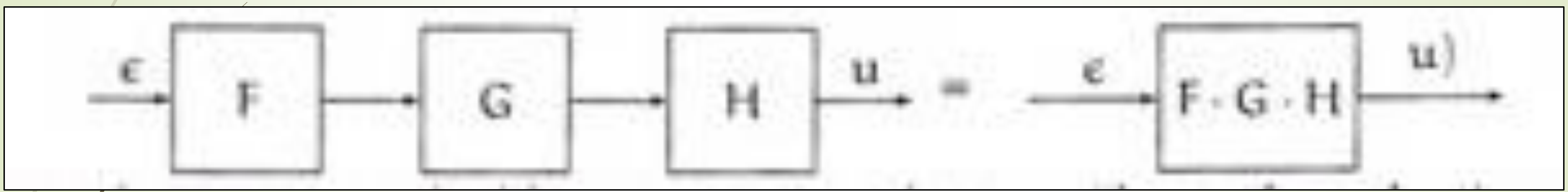


Schéma fonctionnel ou schéma-bloc

Représentation des scémas blocs :

Blocs en série : il est possible de remplacer des blocs en série (sans jonction ni sommateur entre chaque bloc) par le bloc produit des fonctions de chaque bloc. Ainsi :



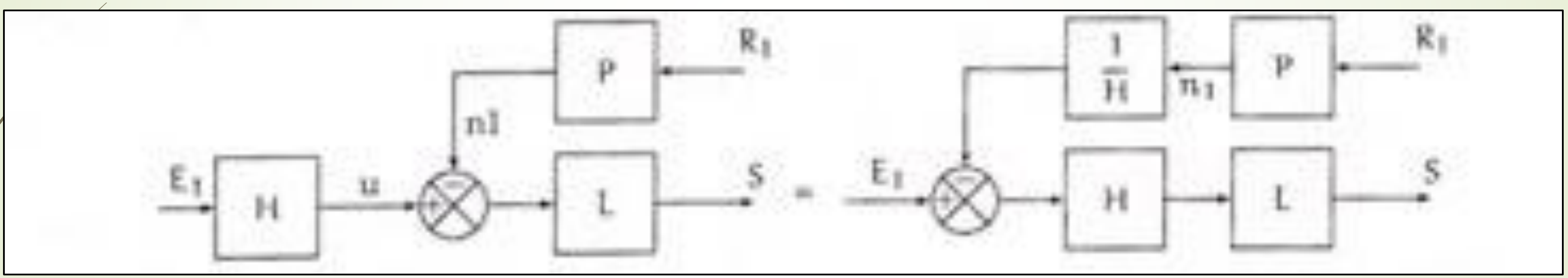
Il est important de noter que si les blocs ont un sens physique (ils sont la traduction du comportement d'un constituant), le bloc produit n'a lui qu'un sens mathématique.

Schéma fonctionnel ou schéma-bloc

Représentation des scémas blocs :

Déplacement d'un sommateur : il est souvent utile de déplacer un sommateur, soit pour faciliter l'analyse, soit (souvent)pour transformer un schéma-bloc en un schéma-bloc à retour unitaire.

- Déplacement vers l'amont :



- Déplacement vers l'aval :

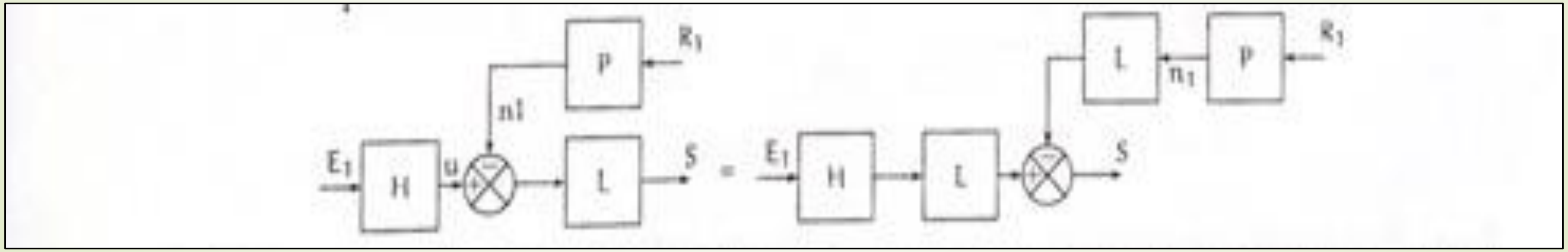
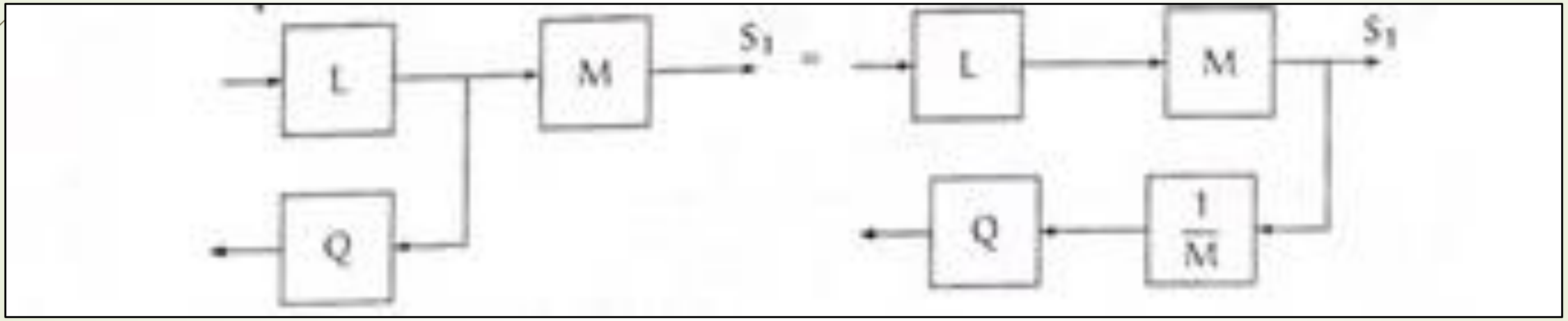


Schéma fonctionnel ou schéma-bloc

Représentation des scémas blocs :

Déplacement d'une jonction : comme pour les sommateurs, il est souvent nécessaire de déplacer un point de prélèvement.

- Déplacement vers l'amont :



- Déplacement vers l'aval :

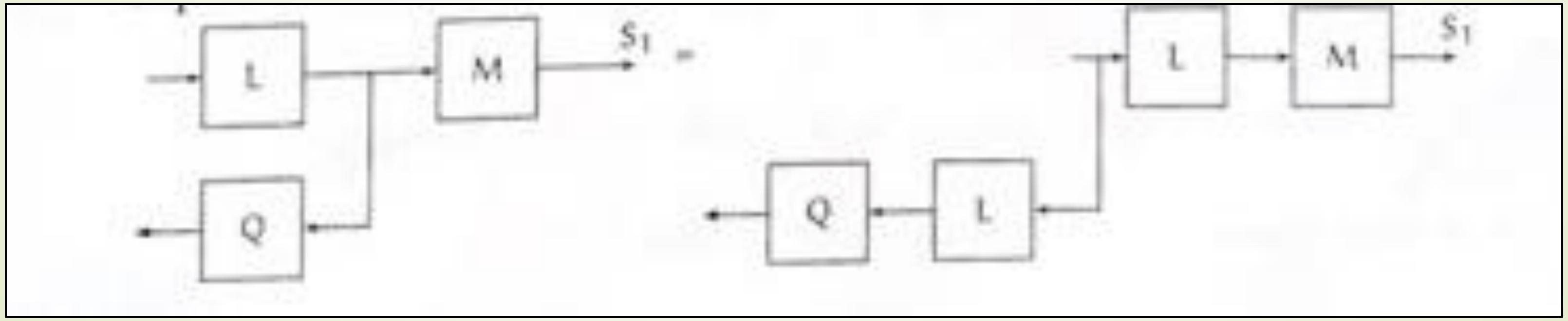


Schéma fonctionnel ou schéma-bloc

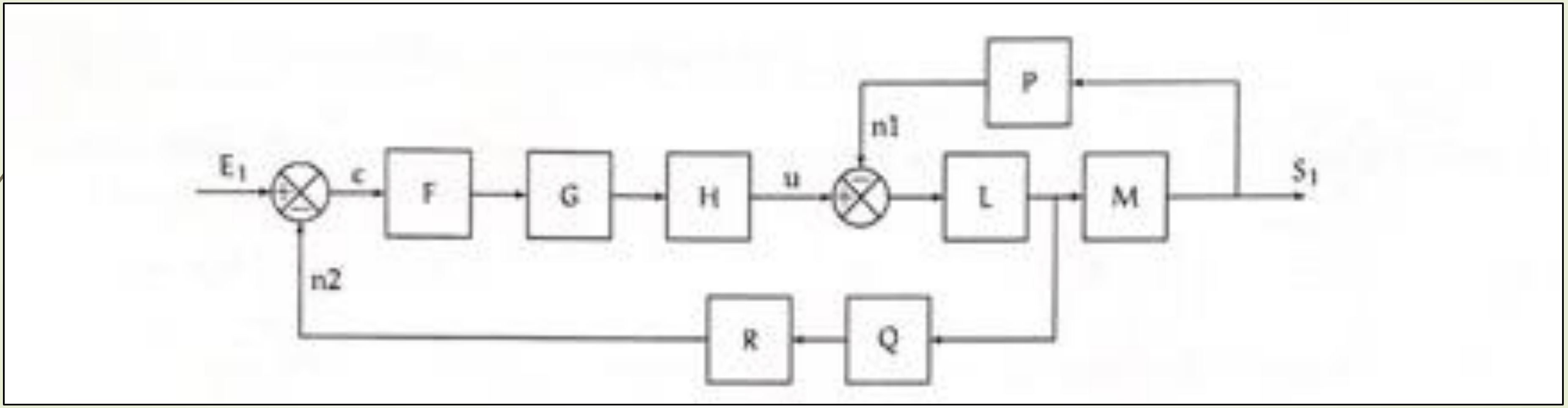
<u>Détermination d'une fonction de transfert :</u>

Il y a deux méthodes principales pour déterminer la fonction de transfert d'un système, la première méthode s'appuie sur la modification du schéma-bloc pour se ramener à une forme simple permettant d'appliquer la formule de Black, l'autre méthode est purement analytique; souvent nous verrons que nous utiliserons une combinaison des deux.

Schéma fonctionnel ou schéma-bloc

<u>Détermination par la modification du schéma-bloc :</u>

Prenons cet exemple :



Etape 1 : On commence par simplifier les blocs en série.

Schéma fonctionnel ou schéma-bloc

<u>Détermination par la modification du schéma-bloc :</u>

Ce qui nous donne :

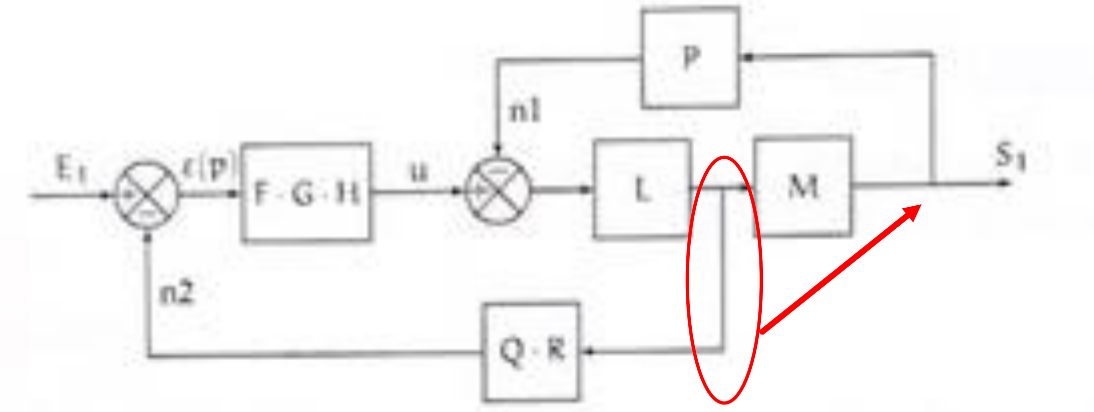


FIGURE 4.6 – Détermination de la fonction de transfert - Étape 1

Etape 2 : Ensuite, il faut déplacer les jonctions ou les sommateurs qui sont entrelacés. Ici, commençons par déplacer la boucle du bas vers l'aval.

Schéma fonctionnel ou schéma-bloc

<u>Détermination par la modification du schéma-bloc :</u>

Ce qui nous donne :

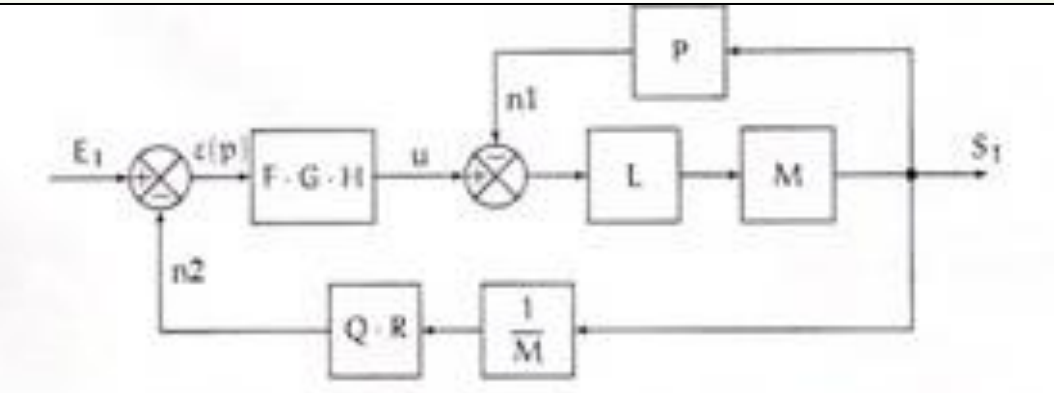


FIGURE 4.7 – Détermination de la fonction de transfert - Étape 2

Etape 3 : Maintenant, on applique la formule de Black lorsque c'est possible, ici sur la boucle interne, on détermine la fonction de transfert : $\frac{S_1}{U(p)}$

Schéma fonctionnel ou schéma-bloc

Détermination par la modification du schéma-bloc :

Donc : $\frac{S_1}{U(p)} = \frac{L \cdot M}{1+L \cdot M \cdot P}$; ce qui nous donne :

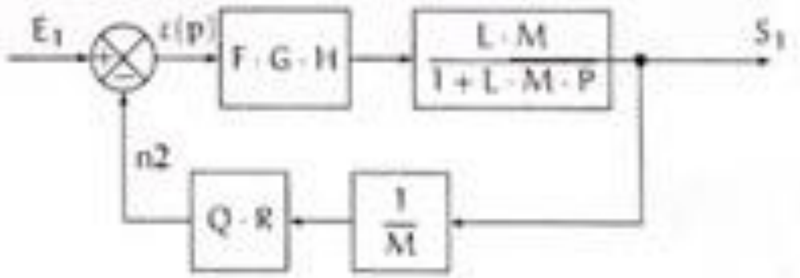


FIGURE 4.8 – Détermination de la fonction de transfert - Étape 3

Etape 4 : Il ne reste plus qu'à appliquer la formule de Black

Schéma fonctionnel ou schéma-bloc

Détermination par la modification du schéma-bloc :

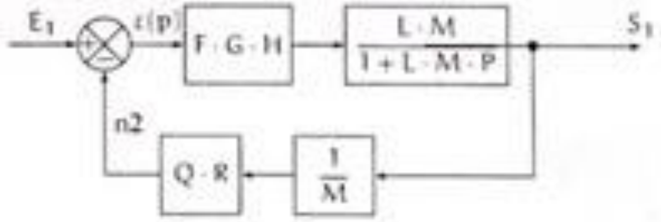


Figure 4.8 – Détermination de la fonction de transfert - Étape 3

- Chaine directe : $CD(p) = \frac{F \cdot G \cdot H \cdot L \cdot M}{1 + L \cdot M \cdot P}$
- Chaine de retour : $CR(p) = \frac{Q \cdot R}{M}$
- FTBO : $BO(p) = \frac{F \cdot G \cdot H \cdot L \cdot M}{1 + L \cdot M \cdot P} \cdot \frac{Q \cdot R}{M} = \frac{F \cdot G \cdot H \cdot L \cdot Q \cdot R}{1 + L \cdot M \cdot P}$
- FTBF :

$$BF(p) = \frac{S_1}{E_1} = \frac{CD(p)}{1 + BO(p)} = \frac{\frac{F \cdot G \cdot H \cdot L \cdot M}{1 + L \cdot M \cdot P}}{1 + \frac{F \cdot G \cdot H \cdot L \cdot Q \cdot R}{1 + L \cdot M \cdot P}}$$

$$BF(p) = \frac{F \cdot G \cdot H \cdot L \cdot M}{1 + L \cdot M \cdot P + F \cdot G \cdot H \cdot L \cdot Q \cdot R}$$

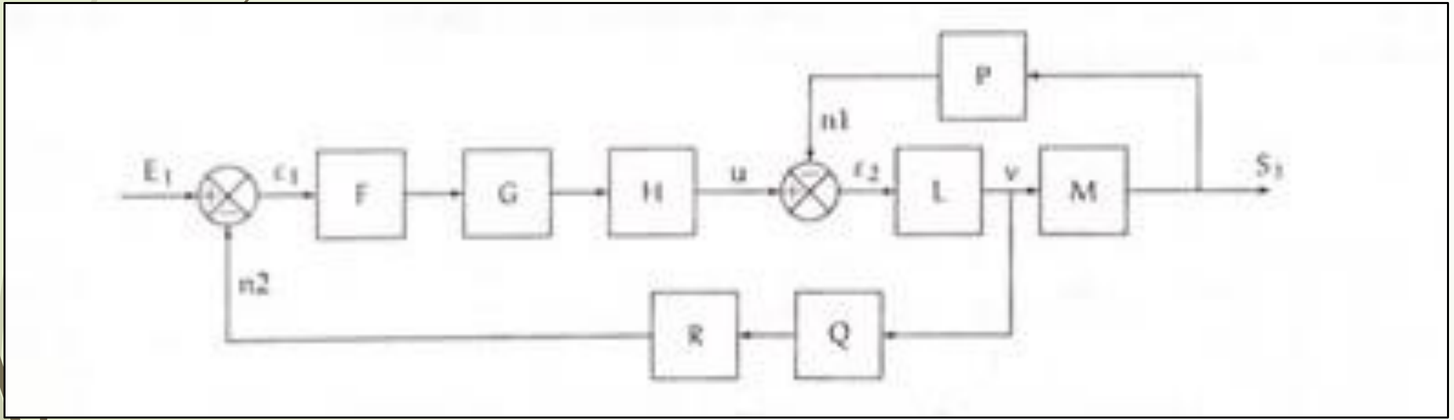
$$E_1(p) \longrightarrow \boxed{\frac{F \cdot G \cdot H \cdot L \cdot M}{1 + L \cdot M \cdot P + F \cdot G \cdot H \cdot L \cdot Q \cdot R}} \longrightarrow S_1(p)$$

GROUPE INP La Prépa

Schéma fonctionnel ou schéma-bloc

Détermination analytique:

Pour déterminer analytiquement la fonction de transfert, il est préférable de partir de la sortie et de remonter vers l'entrée. Au préalable il est nécessaire de nommer toutes les entrées et sorties des sommateurs et des jonctions.



$$\begin{cases} S_1 = M \cdot v(p) \\ v(p) = L.\varepsilon_2(p) \\ \varepsilon_2(p) = F \cdot G \cdot H \cdot \varepsilon_1 - P \cdot S_1(p) \\ \varepsilon_1(p) = E_1(p) - R \cdot Q \cdot v(p) \end{cases}$$

Schéma fonctionnel ou schéma-bloc

<u>Détermination analytique:</u>

On recherche à faire disparaitre les sorties de comparateurs, d'abord « ε_2 » :

$$\begin{cases} S_1 = M \cdot v(p) \\ \nu(p) = L.\varepsilon_2(p) \\ \varepsilon_2(p) = F \cdot G \cdot H \cdot \varepsilon_1 - P \cdot S_1(p) \\ \varepsilon_1(p) = E_1(p) - R \cdot Q \cdot v(p) \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} S_1 = M \cdot v(p) \\ \nu(p) = L \cdot F \cdot G \cdot H \cdot \varepsilon_1 - L \cdot P \cdot S_1(p) \\ \varepsilon_1(p) = E_1(p) - R \cdot Q \cdot v(p) \end{cases}$$

Puis « ε_1 » :

$$\begin{cases} S_1 = M \cdot v(p) \\ \nu(p) = L \cdot F \cdot G \cdot H \cdot \left(E_1(p) - R \cdot Q \cdot v(p)\right) - L \cdot P \cdot S_1(p) \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{cases} S_1 = M \cdot v(p) \\ \nu(p) = L \cdot F \cdot G \cdot H \cdot E_1(p) - L \cdot F \cdot G \cdot H \cdot R \cdot Q \cdot \nu(p) - L \cdot P \cdot S_1(p) \end{cases}$$

Schéma fonctionnel ou schéma-bloc

Détermination analytique :

Soit :

$$\begin{cases} S_1 = M \cdot v(p) \\ v(p)(1 + L \cdot F \cdot G \cdot H \cdot R \cdot Q) = L \cdot F \cdot G \cdot H \cdot E_1(p) - L \cdot P \cdot S_1(p) \end{cases}$$

Il reste à remplacer « $v(p)$ » :

$$S_1(p)\,(1 + L \cdot F \cdot G \cdot H \cdot R \cdot Q) = M \cdot L \cdot F \cdot G \cdot H \cdot E_1(p) - M \cdot L \cdot P \cdot S_1(p)$$

En réorganisant :

$$S_1(p)\,(1 + M \cdot L \cdot P + L \cdot F \cdot G \cdot H \cdot R \cdot Q) = M \cdot L \cdot F \cdot G \cdot H \cdot E_1(p)$$

D'où la fonction de transfert :

$$\frac{S_1(p)}{E_1(p)} = \frac{M \cdot L \cdot F \cdot G \cdot H}{1 + M \cdot L \cdot P + L \cdot F \cdot G \cdot H \cdot R \cdot Q}$$

Schéma fonctionnel ou schéma-bloc

Principe de superposition :

Une des propriétés principales des systèmes linéaires est la superposition, on retrouve cette propriété dans la représentation par schéma-blocs.

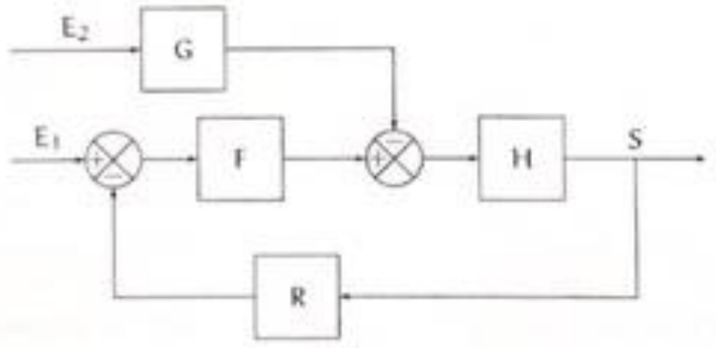


FIGURE 4.11 – Schéma-bloc avec 2 entrées

Ce schéma représente un système dont la sortie « S » dépend de deux entrées : « E_1 et E_2 ».

Schéma fonctionnel ou schéma-bloc

Principe de superposition :

Déterminons la sortie $S(p)$ en fonction de $E_1(p)$ et de $E_2(p)$ de manière analytique.

$$S(p) = H \cdot \left(F \cdot \left(E_1(p) - R \cdot S(p)\right) - G \cdot E_2(p)\right)$$

$$S(p) = H \cdot F \cdot E_1(p) - H \cdot F \cdot R \cdot S(p) - H \cdot H \cdot E_2(p)$$

$$S(p) \cdot (1 + H \cdot F \cdot R) = H \cdot F \cdot E_1(p) - H \cdot G \cdot E_2(p)$$

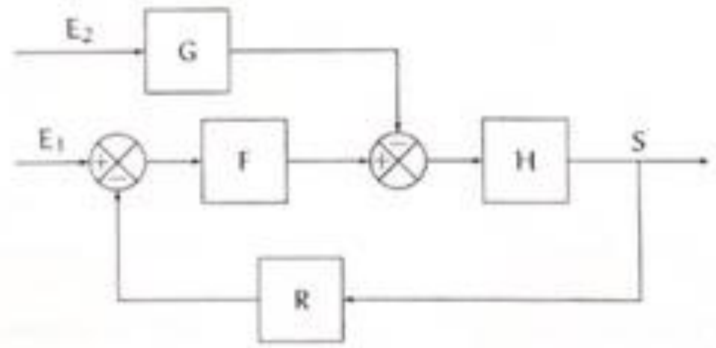


Figure 4.11 – Schéma-bloc avec 2 entrées

Finalement, on obtient la relation donnant S :

$$S(p) = \frac{H \cdot F}{1 + H \cdot F \cdot R} \cdot E_1(p) - \frac{H \cdot G}{1 + H \cdot F \cdot R} \cdot E_2(p)$$

Schéma fonctionnel ou schéma-bloc

Principe de superposition :

Montrons que l'on peut déterminer cette fonction en utilisant la superposition.

Dans un premier temps, on pose $E_2(p) = 0$*, le schéma devient le suivant :*

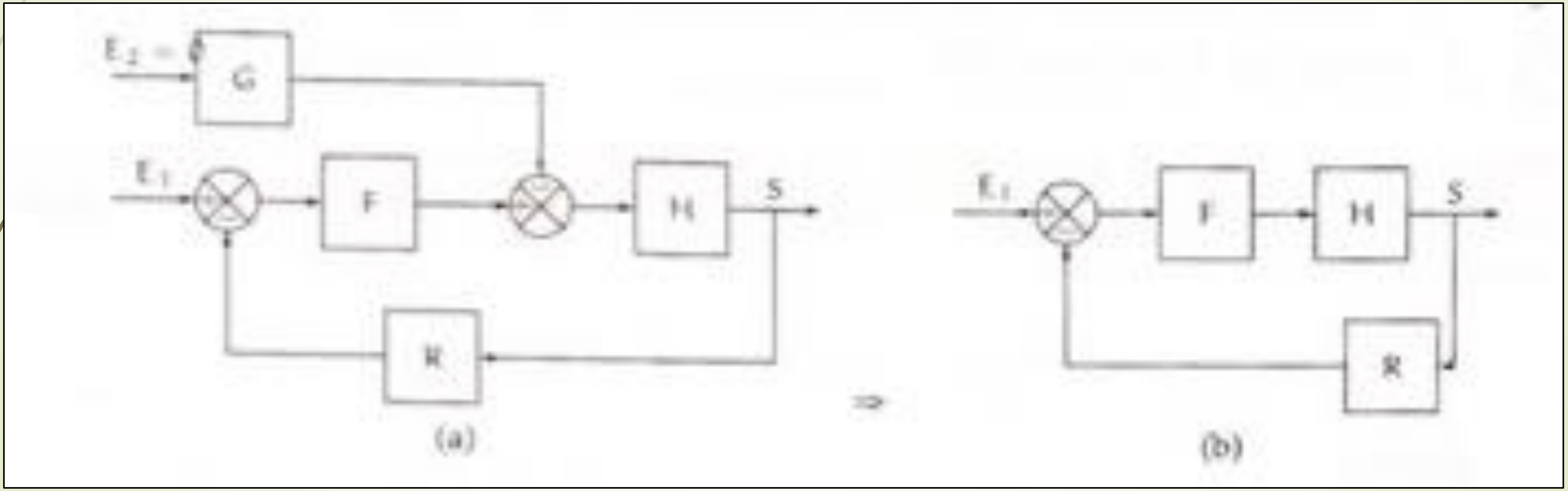
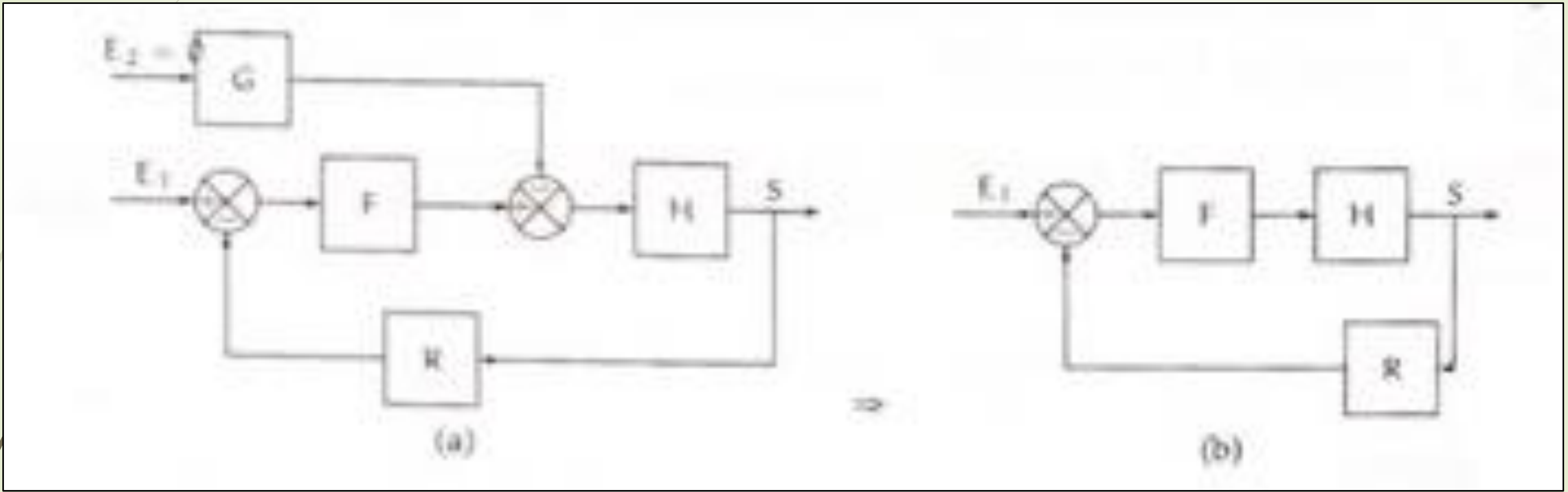


Schéma fonctionnel ou schéma-bloc

Principe de superposition :



On détermine rapidement la fonction de transfert vis-à-vis de l'entrée $E_1(p)$ pour $E_2\ (p)=0$.

$$S(p)_{E_{2(p)=0}} = \frac{H \cdot F}{1 + H \cdot F \cdot R} \cdot E_1(p)$$

Schéma fonctionnel ou schéma-bloc

Principe de superposition :

Dans un second temps, on pose $E_1(p)=0$ (figure 4.13a), le schéma devient celui de la figure 4.13b que l'on peut simplifier en déplaçant le signe négatif vers le sommateur (figure 4.13c). Finalement on peut mettre le schéma sous la forme canonique de la figure 4.13d.

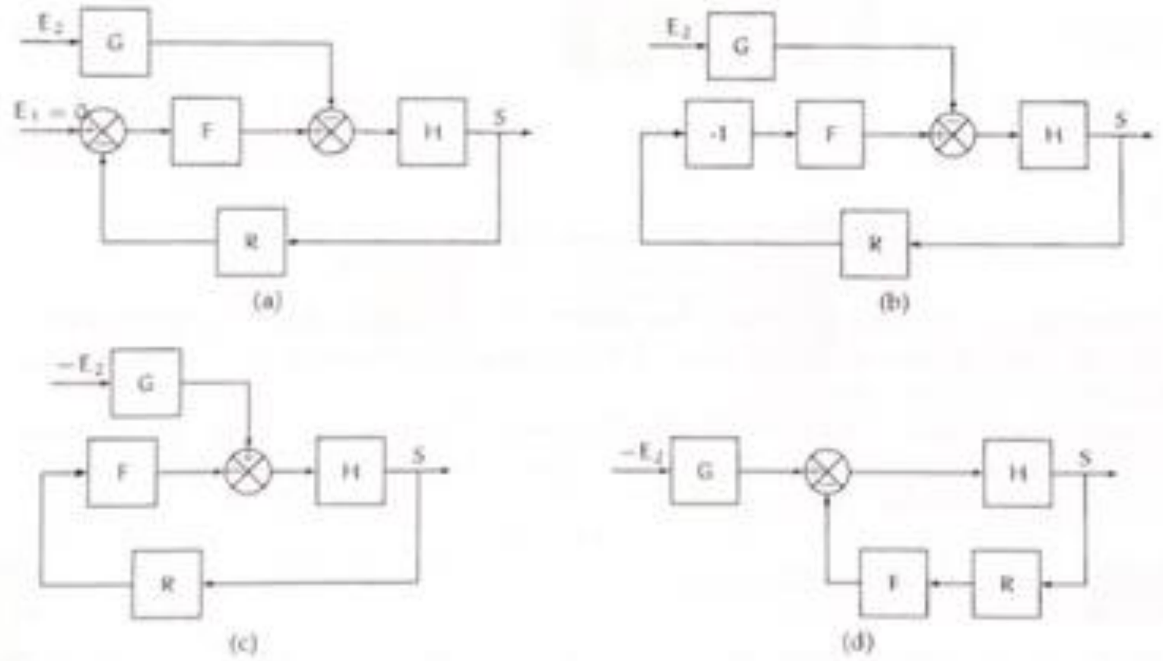
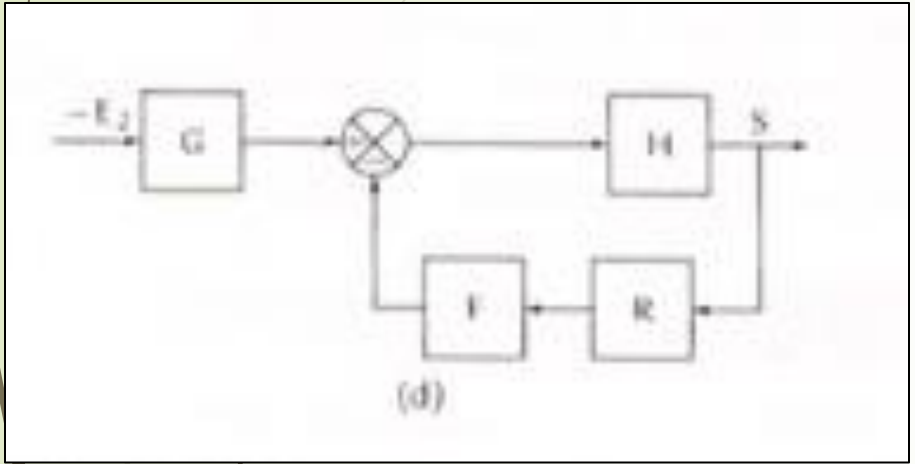


FIGURE 4.13 – Schéma-bloc

Schéma fonctionnel ou schéma-bloc

Principe de superposition :



On détermine ainsi rapidement la fonction de transfert vis-à-vis de l'entrée $E_2(p)$ pour $E_1(p)=0$.

$$S(p)_{E_{1(p)=0}} = \frac{H \cdot G}{1 + H \cdot F \cdot R} \cdot E_2(p)$$

On retrouve bien en sommant les deux fonctions, la fonction donnant $S(p)$ en fonction de $E_1(p)$ et $E_2(p)$:

$$S(p) = S(p)_{E_{2(p)=0}} + S(p)_{E_{1(p)=0}}$$

$$S(p) = \frac{H \cdot F}{1 + H \cdot F \cdot R} \cdot E_1(p) - \frac{H \cdot G}{1 + H \cdot F \cdot R} \cdot E_2(p)$$

Schéma fonctionnel ou schéma-bloc

Application : moteur à courant continu à champ permanent

Principe de fonctionnement :

Un moteur à courant continu est constitué d'un rotor bobiné (induit) qui est placé dans le champ magnétique créé par un stator (inducteur), le champ peut-être créé par un aimant permanent ou par un stator bobiné.

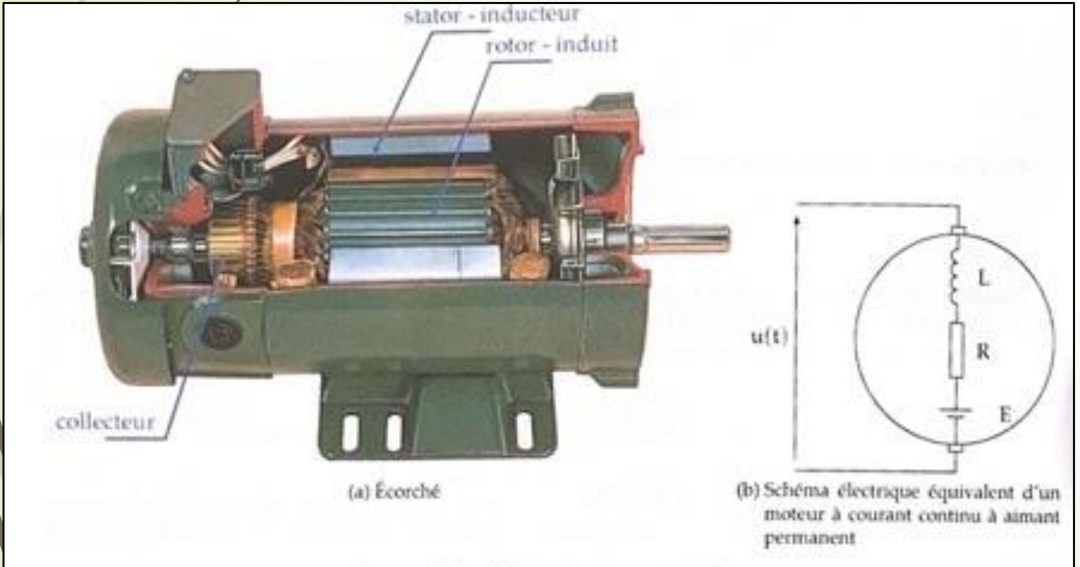


FIGURE 4.14 – Moteur à courant continu

Le courant qui circule dans un conducteur du rotor placé dans le champ magnétique produit une force qui a tendance à faire tourner le rotor. La force agissant sur le conducteur est proportionnelle au courant circulant dans le conducteur.

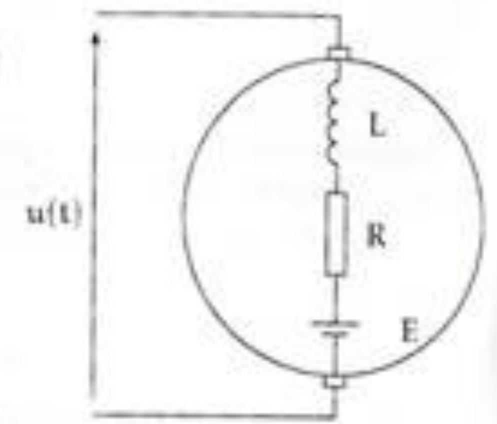
Lorsque le rotor tourne, une force électromotrice est induite dans le rotor qui s'oppose à la tension d'alimentation; cette tension, appelée force contre électromotrice « f.c.e.m », est proportionnelle à la vitesse de rotation de l'arbre moteur.

Schéma fonctionnel ou schéma-bloc

Application : moteur à courant continu à champ permanent

Modèle de connaissance :

D'un point de vue électrique, le moteur peut donc être modélisé de la façon suivante (schéma ci-dessous). Le rotor est équivalent à une résistance, une inductance et un générateur en série; le stator est une inductance. On note :



(b) Schéma électrique équivalent d'un moteur à courant continu à aimant permanent

- U(t) : tension de commande d'induit,
- I(t) : courant induit,
- E : force contre électromotrice,
- L,R : inductance et résistance d'induit.

Par la suite nous n'étudierons que les moteurs dont le flux inducteur est constant (cas des moteurs à aimant permanent). Dans ce cas, le couple moteur est proportionnel au courant.

Schéma fonctionnel ou schéma-bloc

Application : moteur à courant continu à champ permanent

Relations électromécaniques :

- *La force contre électromotrice est proportionnelle à la vitesse de rotation :*

$$E(t) = K_E \cdot \omega_n(t)$$

- *Le couple délivré par le moteur est proportionnel au courant dans le circuit induit :*

$$C_m(t) = K_T \cdot i(t)$$

On appelle :

- K_E*: constante de F.c.e.m du moteur.*
- K_T*: constante de couple du moteur (dépendant du flux de l'inducteur).*

Ces deux constantes sont égales.

Schéma fonctionnel ou schéma-bloc

Application : moteur à courant continu à champ permanent

Relations mécanique :

A partir du schéma équivalent du moteur on écrit l'équation différentielle (loi des mailles) qui relie la tension de commande u(t)au courant i(t) dans le circuit :

$$u(t) = R \cdot i(t) + L \cdot \frac{di(t)}{dt} + E(t)$$

Schéma fonctionnel ou schéma-bloc

Application : moteur à courant continu à champ permanent

Comportement mécanique :

Le couple moteur $C_m(t)$ entraîne le rotor en rotation et l'arbre moteur.
Le rotor a une inertie Ir $[kgm^2]$. La charge est caractérisée par son inertie I_C ramenée sur l'arbre moteur. Un couple résistant $C_r(t)$ s'oppose au mouvement.

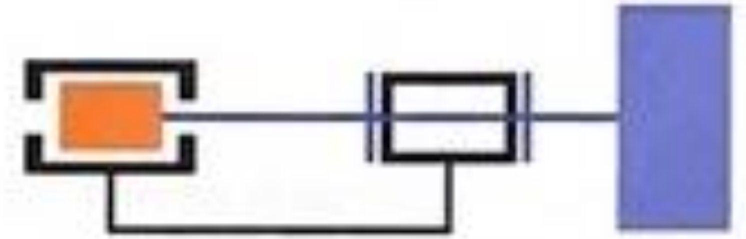


Figure 4.15 – Modélisation mécanique

L'arbre moteur est en liaison pivot avec le bâti, les frottements dans la liaison sont modélisés par un couple de frottement fluide proportionnel à la vitesse de rotation :

$$C_f(t) = -f \cdot \omega_m(t).$$

Schéma fonctionnel ou schéma-bloc

Application : moteur à courant continu à champ permanent

Comportement mécanique :

L'application du théorème du moment cinétique appliqué à l'arbre moteur et à la charge donne :

$$(I_c + I_r) \cdot \frac{d\omega_m(t)}{dt} = c_m(t) - f \cdot \omega_m(t) - C_r(t)$$

On pose $I_e = I_c + I_r$, avec I_e l'inertie équivalente à l'ensemble mobile ramené sur l'arbre moteur.

$$I_e \cdot \frac{d\omega_m(t)}{dt} = c_m(t) - f \cdot \omega_m(t) - C_r(t)$$

Le fonctionnement du moteur est donc traduit par ces quatre équations.

Schéma fonctionnel ou schéma-bloc

Application : moteur à courant continu à champ permanent

Schéma-bloc du moteur :

On pose :

- $\mathcal{L}\big(\omega_m(t)\big) = \Omega_m(p)$,
- $\mathcal{L}\big(C_m(t)\big) = C_m(p)$,
- $\mathcal{L}\big(C_r(t)\big) = C_r(p)$,
- $\mathcal{L}\big(u(t)\big) = U(p)$,
- $\mathcal{L}\big(E(t)\big) = E(p)$,
- $\mathcal{L}\big(i(t)\big) = I(p)$.

On se place dans les conditions de Headviside. Dans le domaine symbolique, les quatre équations deviennent :

$$C_m(t) = K_T \cdot i(t) \xrightarrow{\mathcal{L}} C_m(p) = K_T \cdot I(p)$$

$$E(t) = K_E \cdot \omega_n(t) \xrightarrow{\mathcal{L}} E(p) = K_E \cdot \Omega_m(p)$$

$$\mathcal{H}(t) = R \cdot i(t) + L \cdot \frac{di(t)}{dt} + E(t) \xrightarrow{\mathcal{L}} \mathrm{U(p)} = (\mathrm{R} + \mathrm{L} \cdot p) \cdot I(p) + E(p)$$

$$I_e \cdot \frac{d\omega_m(t)}{dt} = c_m(t) - f \cdot \omega_m(t) - C_r(t) \quad \xrightarrow{\mathcal{L}} \quad I_e \cdot p \cdot \Omega_m(p) = C_m(p) - f \cdot \Omega_m(p) - C_r(p)$$

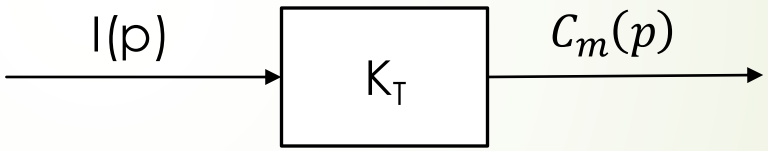
Schéma fonctionnel ou schéma-bloc

<u>Application : moteur à courant continu à champ permanent</u>

<u>Schéma-bloc du moteur :</u>

Pour chaque équation on peut tracer un schéma-bloc élémentaire :

$C_m(p) = K_T \cdot I(p)$



$E(p) = K_E \cdot \Omega_m(p)$

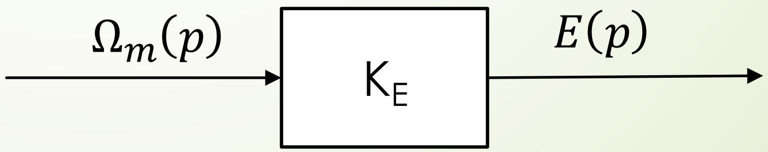
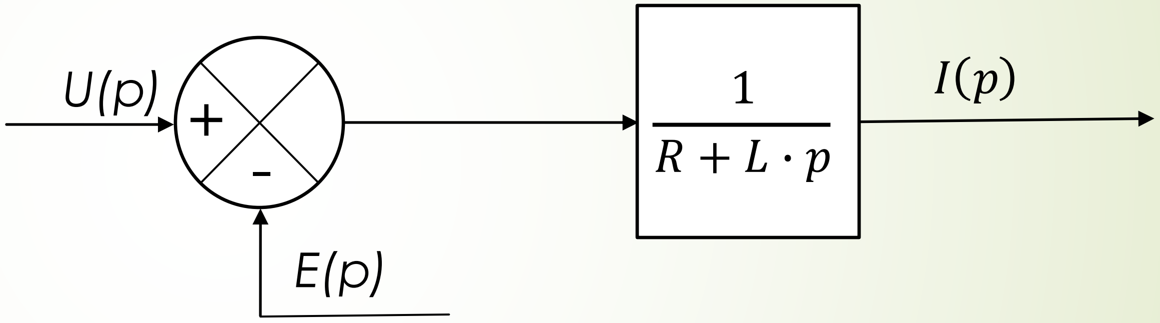


Schéma fonctionnel ou schéma-bloc

Application : moteur à courant continu à champ permanent

Schéma-bloc du moteur :

$U(p) = (R + L \cdot p) \cdot I(p) + e(p)$
que l'on met sous la forme :
$I(p) = \dfrac{1}{R + L \cdot p} \cdot (U(p) - E(p))$



$U(p) = I_e \cdot p \cdot \Omega_m(p) = C_m(p) - f \cdot \Omega_m(p) - C_r(p)$
que l'on met sous la forme :
$\Omega_m(p) = \dfrac{1}{f + I_e \cdot p} \cdot (C_m(p) - C_r(p))$

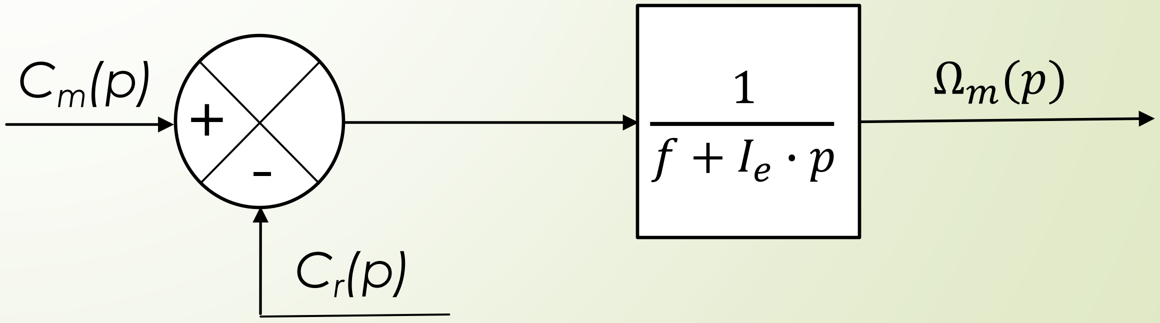


Schéma fonctionnel ou schéma-bloc

Application : moteur à courant continu à champ permanent

Schéma-bloc du moteur :

A partir de ces schémas élémentaires, on construit le schéma-bloc du moteur à courant continu suivant :

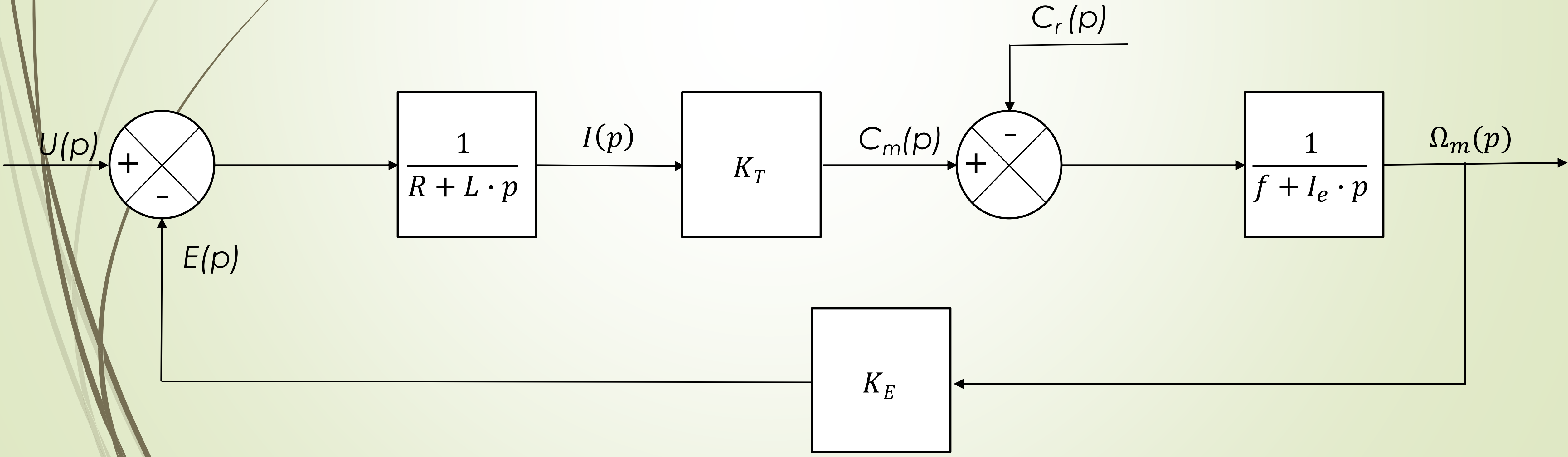


Schéma fonctionnel ou schéma-bloc

Application : moteur à courant continu à champ permanent

On constate que la vitesse de rotation du moteur dépend à la fois de la tension d'alimentation et du couple résistant. On doit donc pouvoir écrire :

$$\Omega_m(p) = H_1(p) \cdot U(p) + H_2(p) \cdot C_r(p)$$

$$\Omega_m(p) = \frac{1}{I_e \cdot p + f}\left(C_m(p) - C_r(p)\right)$$

$$\Omega_m(p) = \frac{1}{I_e \cdot p + f}\left(\frac{K_T}{R + L \cdot p}\left(U(p) - E(p)\right) - C_r(p)\right)$$

$$\Omega_m(p) = \frac{1}{I_e \cdot p + f}\left(\frac{K_T}{R + L \cdot p}\left(U(p) - K_E \cdot \Omega_m(p)\right) - C_r(p)\right)$$

Schéa fonctionnel ou schéma-bloc

Application : moteur à courant continu à champ permanent

Soit en réorganisant :

$$\Omega_m(p) = \frac{K_T}{(I_e \cdot p + f) \cdot (R + L \cdot p)} \cdot U(p) - \frac{K_E \cdot K_T}{(I_e \cdot p + f) \cdot (R + L \cdot p)} \cdot \Omega_m(p) - \frac{K_T}{I_e \cdot p + f} \cdot C_r(p)$$

$$\Omega_m(p) \cdot \left(1 + \frac{K_E \cdot K_T}{(I_e \cdot p + f) \cdot (R + L \cdot p)}\right) = \frac{K_T}{(I_e \cdot p + f) \cdot (R + L \cdot p)} \cdot U(p) - \frac{1}{I_e \cdot p + f} \cdot C_r(p)$$

$$\Omega_m(p) \cdot \left(\frac{(I_e \cdot p + f) \cdot (R + L \cdot p) + K_E \cdot K_T}{(I_e \cdot p + f) \cdot (R + L \cdot p)}\right) = \frac{K_T}{(I_e \cdot p + f) \cdot (R + L \cdot p)} \cdot U(p) - \frac{1}{I_e \cdot p + f} \cdot C_r(p)$$

$$\Omega_m(p) = \left(\frac{K_T}{(I_e \cdot p + f) \cdot (R + L \cdot p) + K_E \cdot K_T}\right) \cdot U(p) - \frac{R + L \cdot p}{(I_e \cdot p + f) \cdot (R + L \cdot p)) + K_E \cdot K_T} \cdot C_r(p)$$

Schéa fonctionnel ou schéma-bloc

<u>Application : moteur à courant continu à champ permanent</u>

On retrouve bien que $\Omega_m(p)$*dépend bien de U(p) et* $C_r(p)$.

Cet exemple est important, le moteur à courant continu étant un des principaux actionneurs utilisés dans les asservissements.