

# TD 7

## Approche énergétique

---

### Exercice 1 : Applications directes du cours

#### 1 Curling

Une pierre de curling est lancée sur la glace. Elle glisse et les frottements solides ont un coefficient  $f$ . Déterminer la distance parcourue en fonction de la vitesse initiale  $v_0$ .

#### 2 Pente

Une voiture est arrêtée en haut d'une pente faisant un angle  $\alpha$  avec l'horizontale, à une distance  $d$  du bas de la pente. Ses freins soudainement ne fonctionnent plus : elle descend la pente, qui est suivie d'une route horizontale. On considère des frottements constants de norme  $F$  tout au long du mouvement. Déterminer la distance  $D$  parcourue sur la route horizontale.

#### 3 Cube sans frottements

Soit un cube de masse  $m$  lancé depuis le bas d'un plan incliné avec une vitesse  $\vec{v}_0$  parallèle à la pente et vers le haut de la pente. On note  $\alpha$  l'angle entre le plan incliné avec l'horizontale. On suppose qu'aucun frottement ne s'exerce sur le cube.

1. Décrire qualitativement le mouvement du cube.
2. Faire un bilan des forces, identifier les forces conservatives et obtenir l'expression de l'énergie potentielle associée.
3. Le système est-il conservatif ?
4. Quelle est la distance  $d$  parcourue par le cube sur le plan incliné ?
5. En déduire la hauteur maximale  $h$  atteinte par le cube.

#### 4 Cube avec frottements

Soit un cube de masse  $m$  lancé depuis le bas d'un plan incliné avec une vitesse  $\vec{v}_0$  parallèle à la pente et vers le haut de la pente. On note  $\alpha$  l'angle entre le plan incliné avec l'horizontale. On suppose que des frottements solides existent entre le cube et le plan incliné. On note  $\mu$  le coefficient de frottement solide associé.

1. Décrire qualitativement le mouvement du cube.
2. Faire un bilan des forces s'exerçant sur le cube.
3. Rappeler les lois de Coulomb sur le frottement solide. Dans le cas du problème, dans quel régime est-on ?
4. Obtenir l'expression du travail de la force de frottement en fonction de  $\mu$ ,  $m$ ,  $g$ ,  $\alpha$  et  $d$ , la longueur maximale parcourue par le cube.
5. En déduire l'expression de  $d$ .
6. Une étude similaire en négligeant les frottements conduit à une distance maximale  $d' = \frac{v_0^2}{2g \sin \alpha}$ . Conclure.

### Exercice 2 : Chute libre

On se place dans le référentiel terrestre supposé galiléen pour étudier la chute libre sans frottement d'un point matériel  $M$  de masse  $m$ . On utilise le repère cartésien avec  $(Oz)$  l'axe vertical ascendant. On appelle  $(xOz)$  le plan dans lequel s'effectue le mouvement. Le point matériel est jeté d'une hauteur  $z = h$  avec une vitesse initiale  $\vec{v}_0$ .

1. Calculer le travail infinitésimal  $\delta W$  reçu par le système.
2. Y a-t-il une phase où la résultante des forces est motrice ? Résistante ? Était-ce attendu ?
3. En s'appuyant sur un théorème énergétique, obtenir l'expression de la vitesse  $v_f$  du système lorsque celui-ci atteint le sol en  $z = 0$ .
4. On suppose que  $\vec{v}_0 = v_0 \vec{u}_z$  avec  $v_0 > 0$ . Quelle est la hauteur maximale atteinte par le système lors de son mouvement ? Est-ce toujours valable si le mouvement n'est pas purement vertical ?

### Exercice 3 : Oscillations d'un pendule

Une bille de masse  $m$  est suspendue à un fil souple de longueur  $l$  et de masse négligeable attaché à un point fixe  $O$ . On suppose que la bille est initialement lâchée sans vitesse initiale avec un angle  $\theta_0$  par rapport à la verticale. On se place dans le référentiel terrestre supposé galiléen pour étudier le mouvement du pendule. On définit l'axe  $(Oz)$  comme l'axe vertical descendant.

1. Faire un schéma et y représenter les forces et les vecteurs de la base de travail.
2. Comment s'exprime la vitesse du pendule en fonction des coordonnées liée à la base de travail ?
3. En déduire l'expression de la puissance totale des forces s'exerçant sur le système.
4. Distinguer les différentes phases du mouvement où la résultante des forces est motrice ou résistante. Était-ce attendu ?
5. Obtenir l'équation du mouvement du pendule. Comment s'appelle cette équation ?
6. Quelle est la vitesse du pendule lorsque celui-ci est en  $\theta = 0$  ? Et la vitesse angulaire ?

### Exercice 4 : Saut à l'élastique

Une personne de masse  $m = 75$  kg est sur un pont à  $h = 112$  m au-dessus du niveau de l'eau. Ses pieds sont attachés à un élastique, assimilable à un ressort de raideur  $k = 300$  U.S.I. et de longueur à vide  $l_0 = 80$  m. On souhaite étudier son saut supposé sans frottement.

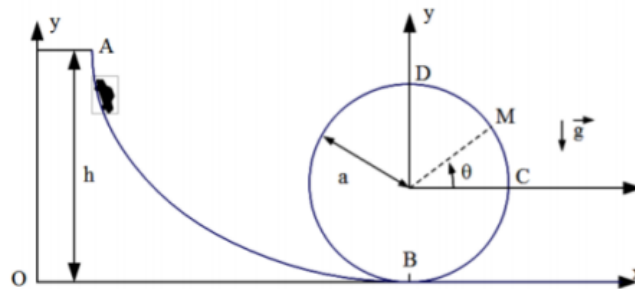
1. Décrire qualitativement les deux phases du mouvement **descendant** du sauteur.

On note  $O$  la position du sauteur lorsque l'élastique se tend et  $(Oz)$  l'axe vertical descendant.

2. Déterminer la vitesse de la personne en  $O$ , c'est-à-dire lorsque l'élastique est juste tendu.
3. À l'aide d'un raisonnement énergétique, déterminer la ou les positions d'équilibre, ainsi que leur nature stable ou instable.
4. Déterminer l'allongement maximal de l'élastique. Commenter le résultat.

### Exercice 5 : Looping

Une voiture de manège de masse  $m = 24$  kg est assimilée à un point matériel. Cette voiture est posée sur deux rails parallèles et glisse sans frottement selon la trajectoire constituée en partie d'un cercle de rayon  $a = 4,7$  m de la figure ci-dessous.



La voiture est abandonnée sans vitesse au point  $A$  d'altitude  $h > a$ .

1.  $h$  est suffisamment grande pour que la voiture reste constamment en contact avec les rails.
  - a. Exprimer la vitesse  $v_B$  en  $B$  de la voiture en fonction de  $g$  et  $h$ .
  - b. Exprimer la vitesse  $v_M(\theta)$  en  $M$  de la voiture en fonction de  $g$ ,  $h$ ,  $a$  et  $\theta$ .
2. Soit  $\vec{R}$  la réaction exercée par les rails sur la voiture.
  - a. Exprimer  $\vec{R}$  en fonction de  $g$ ,  $h$ ,  $m$ ,  $a$  et  $\theta$ .
  - b. Pour quel point  $M_0$  du cercle la norme de  $\vec{R}$  est-elle minimale ?
  - c. Donner l'expression littérale puis calculer la hauteur  $h$  minimale pour laquelle la voiture ne décolle pas des rails.
3. Pour des raisons de sécurité, on veut qu'à chaque instant la voiture exerce sur les rails une force au moins égale au quart de son poids. Déterminer sous forme littérale puis calculer la hauteur minimale pour que cette condition soit remplie.

### Exercice 6 (problème) : Remonte pente

Un remonte pente est constitué d'un câble auquel les skieurs s'accrochent pour remonter.

Déterminer la puissance du moteur qui entraîne le câble.

#### Données :

- Longueur du câble : 200 m ;
- Distance entre deux skieurs : 5 m ;
- Dénivelé entre les extrémités du câble : 5m ;
- Vitesse du câble : 5 km.h<sup>-1</sup> ;
- Coefficient de frottement dynamique ski/neige :  $f=0.10$