TD Thermodynamique industrielle

Composants thermodynamiques

Exercice 1 : Turbine à gaz

De la vapeur d'eau assimilée à un gaz parfait évolue dans une turbine horizontale, de section constante $\Sigma = 1\,\mathrm{m}^2$, munie d'une hélice. À l'extérieur, la température est constante égale à $T_0 = 35\,°\mathrm{C}$. La vapeur est admise dans la turbine à la température $T_1 = 400\,°\mathrm{C}$ et pression $P_1 = 6{,}0\,\mathrm{bar}$, et ressort à la température $T_2 = 100\,°\mathrm{C}$ sous pression $P_2 = 1{,}0\,\mathrm{bar}$. Le débit au travers de la turbine vaut $D = 1\,\mathrm{kg}\cdot\mathrm{s}^{-1}$.

On donne l'expression de l'entropie molaire d'un gaz parfait :

$$S_\mathrm{m}(T,P) = \frac{\gamma R}{\gamma - 1}\ln\frac{T}{T_1} - R\ln\frac{P}{P_1} + S_\mathrm{m}(T_1,P_1)\,.$$

Données : masse molaire de l'eau $M = 18\,\mathrm{g}\cdot\mathrm{mol}^{-1}$, coefficient isentropique $\gamma = C_{P,\mathrm{m}}/C_{V,\mathrm{m}} = 1{,}3$.

1 - Rappeler l'expression des deux principes pour un fluide en écoulement stationnaire.

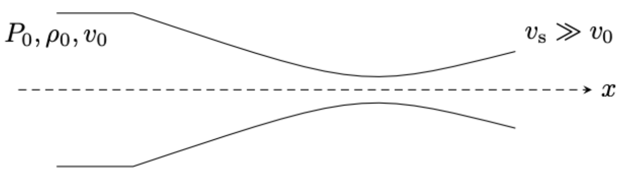
2 - On néglige les variations d'énergie cinétique. Que dire des échanges de chaleur entre le gaz et l'extérieur ? Montrer que la puissance cédée à la turbine est maximale dans l'hypothèse d'un écoulement adiabatique.

3 - Calculer la variation d'entropie entre l'entrée et la sortie. Est-ce en contradiction avec l'hypothèse d'un écoulement adiabatique ?

4 - Calculer la puissance cédée à la turbine en la supposant réversible.

5 - Calculer la vitesse du fluide à l'entrée et à la sortie de la turbine. Peut-on vraiment négliger la variation d'énergie cinétique ?

Exercice 2 : Tuyère calorifugée



Une tuyère est une simple conduite de section variable, dans laquelle un gaz se détend tout en étant accéléré. On étudie l'écoulement d'un gaz parfait dans une tuyère calorifugée. On suppose négligeable la vitesse d'entrée du fluide par rapport à sa vitesse de sortie. Les grandeurs d'entrée de la tuyère sont indicées 0.

1 - Montrer que $h(x) + \frac{1}{2}v(x)^2 = \mathrm{cte}$, avec h l'enthalpie massique du gaz et v la vitesse d'écoulement dans la tuyère.

2 - En déduire que

$$v(x) = \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1}\left(\frac{P_0}{\rho_0} - \frac{P(x)}{\rho(x)}\right)}$$

avec γ le coefficient isentropique du gaz.

3 - Dans l'hypothèse d'un écoulement réversible, établir alors la loi de Barré de Saint Venant,

$$v(x) = \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1}\frac{P_0}{\rho_0}\left[1 - \left(\frac{P(x)}{P_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right]}\,.$$

Exercice 3 : Compresseur étagé

On considère un gaz parfait, dont les capacités thermiques massiques à pression et volume constants sont respectivement

$$c_P = \frac{\gamma r}{\gamma - 1} = 1{,}0\,\mathrm{kJ}\cdot\mathrm{K}^{-1}\cdot\mathrm{kg}^{-1} \qquad \text{et} \qquad c_V = \frac{r}{\gamma-1} = 0{,}714\,\mathrm{kJ}\cdot\mathrm{K}^{-1}\cdot\mathrm{kg}^{-1}\,.$$

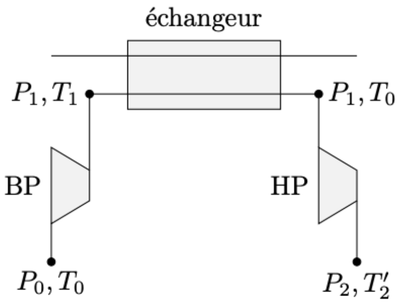
où $r = R/M$, M étant la masse molaire du gaz. Partant de conditions initiales ($P_0 = 1\,\mathrm{bar}$, $T_0 = 273\,\mathrm{K}$), le gaz est comprimé jusqu'à la pression $P_2 = 25\,\mathrm{bar}$. On appelle $\beta = P_2/P_0$ le taux de compression.

Cet exercice propose de comparer les performances d'un compresseur simple à celles d'un compresseur étagé, où la compression est réalisée en deux étapes successives séparées d'un refroidissement du fluide. On suppose les transformations dans les compresseurs réversibles et sans variation d'énergie cinétique et potentielle du fluide.

1 - Exprimer la température T_2 en sortie du compresseur en fonction du taux de compression et de la température d'entrée T_0.

2 - Montrer que le travail indiqué reçu par le fluide dans le compresseur simple vaut

$$w = \frac{\gamma r}{\gamma - 1} T_0 \left(\beta^{(\gamma-1)/\gamma} - 1 \right) .$$



La température T_2 est relativement élevée, et peut risquer d'endommager certains éléments du compresseur, en particulier les soupapes d'ouverture et de fermeture. Pour contourner cette difficulté, on préfère utiliser un compresseur à deux étages, qui permet d'atteindre le même rapport de compression mais avec une température finale plus faible.

- ▷ Dans l'étage basse pression (BP), le fluide est comprimé de façon isentropique jusqu'à la pression P_1. On note $\beta_1 = P_1/P_0$ le taux de compression correspondant.
- ▷ Dans l'étage haute pression (HP), le fluide est comprimé de façon isentropique jusqu'à la pression P_2. On note $\beta_2 = P_2/P_1$ le taux de compression correspondant.
- ▷ Entre les deux étages, le fluide subit un refroidissement isobare dans un échangeur thermique jusqu'à retrouver sa température initiale T_0.

3 - Montrer que le travail indiqué total w' que le fluide reçoit dans le compresseur étagé vaut

$$w' = \frac{\gamma r}{\gamma - 1} T_0 \left(\beta_1^{(\gamma-1)/\gamma} + \beta_2^{(\gamma-1)/\gamma} - 2 \right) .$$

4 - On amdet que w' est minimal si la pression de l'étage intermédiaire vérifie

$$P_1 = \sqrt{P_0 \, P_2} \, .$$

Calculer littéralement et numériquement β_1 et β_2 lorsque cette condition est satisfaite.

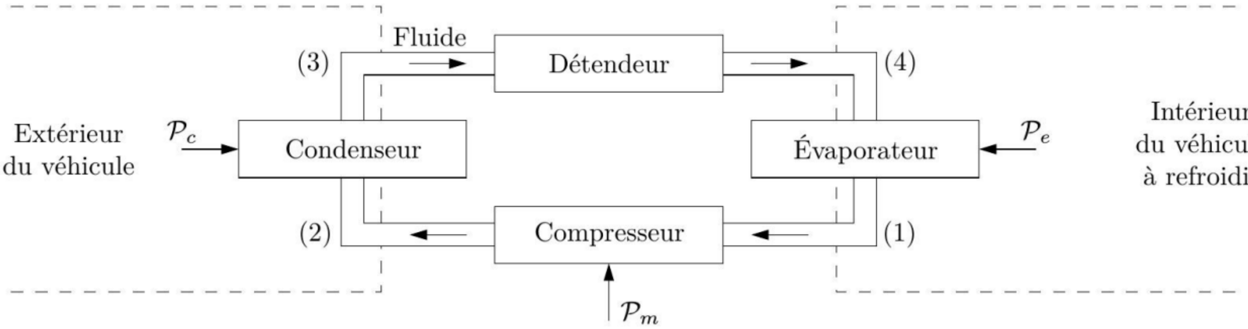
5 - Calculer numériquement T_1 et T_2' dans le cas du compresseur optimisé. Comparer à la température T_2 obtenue précédemment. Conclure.

6 - Calculer numériquement le travail indiqué du compresseur étagé optimisé, et comparer au travail dépensé pour un compresseur mono-étagé. Conclure.

Machines dithermes

Exercice 4 : Climatisation d'une voiture

La quasi-totalité des véhicules neufs sont aujourd'hui équipés d'une climatisation. Pour refroidir l'air intérieur du véhicule, un fluide frigorigène effectue en continu des transferts énergétiques entre l'intérieur, l'extérieur du véhicule et le compresseur, comme schématisé figure 3. Les anciens véhicules véhicules utilisaient majoritairement le R134a, désormais remplacé par le R1234yf compte tenu de son fort pouvoir de réchauffement.



Sur le diagramme des frigoristes (P, h) du R134a , la pression est exprimée en bar et l'enthalpie massique en $\mathrm{kJ \cdot kg^{-1}}$. Lors de l'exploitation du diagramme, les résultats seront donnés avec les incertitudes suivantes : $\Delta h = \pm 5\,\mathrm{kJ \cdot kg^{-1}}$, $\Delta s = \pm 0{,}05\,\mathrm{kJ \cdot K^{-1} \cdot kg^{-1}}$, $\Delta x = \pm 0{,}05$, $\Delta T = \pm 5\,°\mathrm{C}$, $\Delta p = \pm 5\,\%$.

1 - Justifier que le condenseur se trouve à l'extérieur du véhicule alors que l'évaporateur se trouve à l'intérieur.

2 - Indiquer sur le diagramme les domaines liquide, vapeur et équilibre liquide-vapeur du fluide. Dans quel domaine du diagramme le fluide à l'état gazeux peut-il être considéré comme un gaz parfait ? Justifier.

On étudie l'évolution du fluide au cours d'un cycle en régime permanent avec un débit massique $D_\mathrm{m} = 0{,}1\,\mathrm{kg \cdot s^{-1}}$.

- ▷ La puissance thermique $\mathcal{P}_\mathrm{e}$ reçue par le fluide dans l'évaporateur permet la vaporisation isobare complète du fluide venant de (4) et conduit au point (1) à de la vapeur à température $T_1 = 5\,°\mathrm{C}$ et pression $P_1 = 3\,\mathrm{bar}$.
- ▷ Le compresseur aspire la vapeur (1) et la comprime de façon isentropique avec un taux de compression $r = P_2/P_1 = 6$.
- ▷ Le fluide sortant du compresseur entre dans le condenseur dans lequel il est refroidi de manière isobare jusqu'à la température $T_3 = 60\,°\mathrm{C}$.
- ▷ Le fluide sortant du condenseur traverse un détendeur isenthalpique jusqu'à la pression de l'évaporateur P_1, ce qui constitue l'état (4).

3 - Placer les points (1) à (4) sur le diagramme, et donner pour chaque point la température, la pression, l'enthalpie massique et l'entropie massique. Lorsque le fluide est diphasé, relever également le titre en vapeur.

On rappelle l'écriture simplifiée du premier principe appliqué à un système ouvert traversé par un fluide en écoulement permanent, en négligeant les variations d'énergie mécanique :

$$D_\mathrm{m}\,(h_\mathrm{s} - h_\mathrm{e}) = \mathcal{P}_\mathrm{w} + \mathcal{P}_\mathrm{q}$$

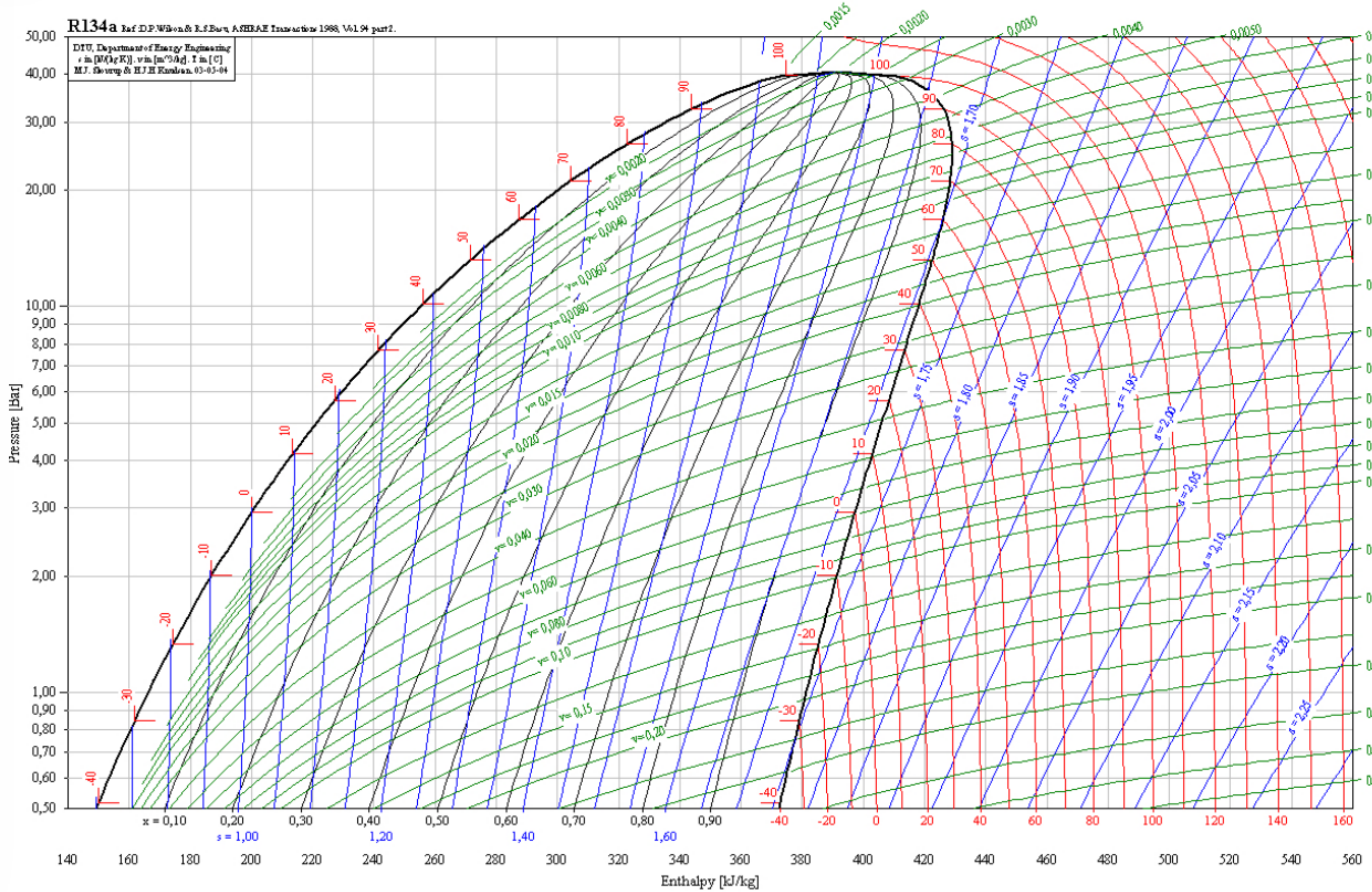
4 - Donner la signification de chaque terme dans l'équation ci-dessus. Quelle hypothèse simplificatrice permet d'aboutir à cette écriture ?

5 - Déterminer la valeur de la puissance mécanique $\mathcal{P}_\mathrm{m}$ reçue par le fluide lors de son passage dans le compresseur. Commenter le signe de $\mathcal{P}_\mathrm{m}$.

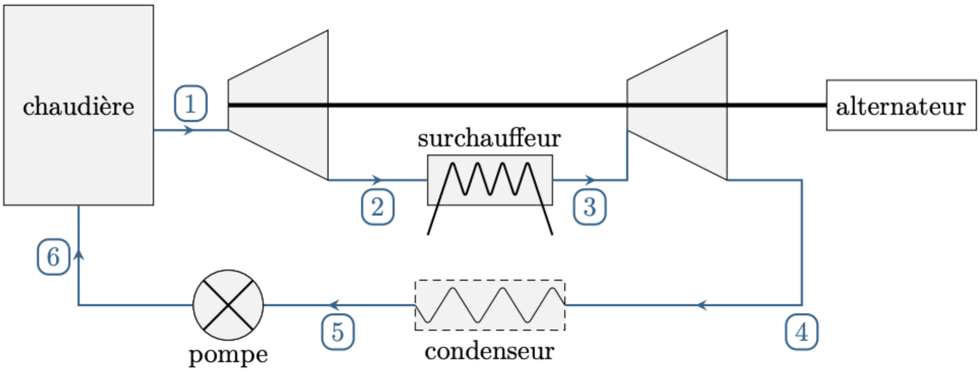
6 - Déterminer la puissance thermique $\mathcal{P}_\mathrm{e}$ échangée par le fluide lors de son passage à travers l'évaporateur. L'air intérieur du véhicule est-il bien refroidi ?

7 - Définir l'efficacité e, ou coefficient de performance, du climatiseur. Calculer sa valeur.

8 - Comparer cette valeur à celle d'un climatiseur de Carnot fonctionnant entre la température de l'évaporateur et la température de liquéfaction du fluide sous la pression P_2. Commenter le résultat obtenu.

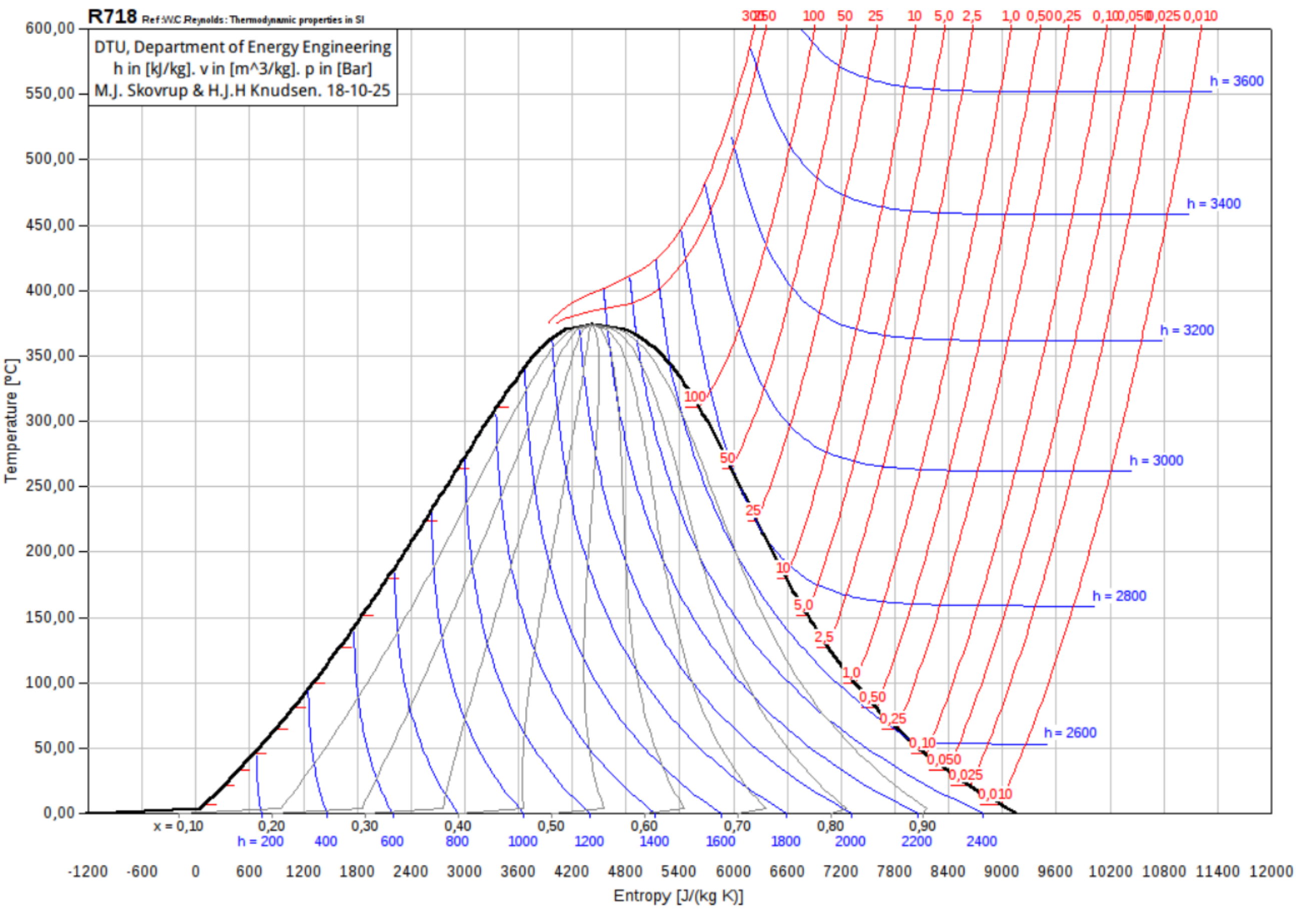

R134a Ref: D.P. Wilson & R.S. Basu, ASHRAE Transactions 1988, Vol. 94 part 2.
DTU, Department of Energy Engineering
s in [kJ/(kg K)], v in [m^3/kg], T in [C]
M.J. Skovrup & H.J.H Knudsen. 03-03-04
Pressure [Bar]
Enthalpy [kJ/kg]

Exercice 5 : Cycle de Hirn d'une centrale thermique



On s'intéresse à l'installation , qui modélise une centrale thermique à flamme (gaz ou charbon). Le fluide thermodynamique est de l'eau, qui suit un cycle de Hirn avec resurchauffe.

L'eau liquide est chauffée par une chaudière thermique, qui débite de la vapeur d'eau à 550 °C et 100 bar (état 1). Cette vapeur subit une détente adiabatique réversible dans une première turbine dite haute pression, d'où elle sort à la pression de 10 bar (état 2). Un surchauffeur isobare, lui aussi relié à la chaudière, ramène la vapeur à la température initiale (état 3). La vapeur passe ensuite dans la seconde turbine, dite basse pression, d'où sort de l'eau à la température de 40 °C (état 4). Cette eau est envoyée dans un condenseur d'où elle sort à l'état de liquide juste saturant (état 5), puis elle est pompée de manière adiabatique réversible (état 6) et renvoyée en entrée du générateur de vapeur où elle subit un échauffement isobare. Les arbres des deux turbines sont liés entre eux.



1 - Tracer le cycle parcouru par l'eau dans le diagramme entropique . Pourquoi le point 6 est-il confondu avec le point 5 ? Commenter son sens de parcours.

2 - En déduire la température de l'eau dans l'état 2 et l'état de l'eau dans l'état 4.

3 - Déterminer les enthalpies massiques de l'eau aux six points du cycle. Comment interpréter physiquement l'égalité $h_5 = h_6$?

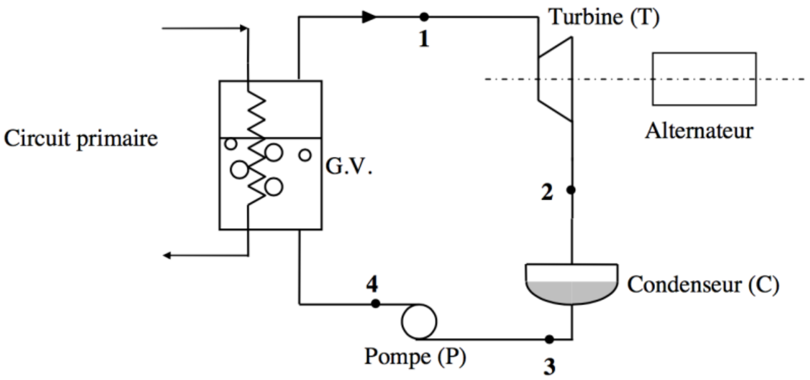
4 - Déterminer le travail massique disponible sur l'arbre des turbines.

5 - Si on considère que l'alternateur a un rendement électromécanique de 90 %, déterminer le débit d'eau à imposer pour obtenir une puissance électrique de 400 MW.

6 - Quelle est la quantité de chaleur massique dépensée au surchauffeur ?

7 - Calculer le rendement thermodynamique de l'installation.

Exercice 6 : Cycle de Rankine d'une centrale nucléaire



Le circuit secondaire d'une centrale nucléaire est constitué en première approche d'un générateur de vapeur (GV), d'une turbine (T) reliée à un alternateur, d'un condenseur (C) et d'une pompe d'alimentation secondaire (P) comme l'illustre la figure ci-contre.

Le fluide secondaire (de l'eau) subit le cycle thermodynamique suivant :

- ▹ $1 \mapsto 2$: détente adiabatique réversible dans la turbine ;
- ▹ $2 \mapsto 3$: liquéfaction isobare totale dans le condenseur ;
- ▹ $3 \mapsto 4$: compression adiabatique réversible dans la pompe d'alimentation secondaire ;
- ▹ $4 \mapsto 1$: échauffement puis vaporisation isobare totale dans le générateur de vapeur.

Le tableau ci-dessous donne l'état thermodynamique de l'eau en certains points du cycle :

Point	Pression (bar)	Température (K)	État du fluide	Enthalpie massique ($kJ \cdot kg^{-1}$)	Entropie massique ($kJ \cdot K^{-1} \cdot kg^{-1}$)
1	70	559	Vapeur saturante	2773,5	5,8162
2	0,05	306	Mélange diphasique		
3	0,05		Liquide saturant	137,8	0,4763
4	70		Liquide sous-saturé		

Donnée : extrait de table thermodynamique de l'eau diphasée.

Pression de vapeur saturante (bar) 1 bar = 10^5 Pa	enthalpies massiques ($kJ.kg^{-1}$)		entropies massiques ($kJ.K^{-1}.kg^{-1}$)	
	à l'état de liquide saturant : *h'*	à l'état de vapeur saturante : *h''*	à l'état de liquide saturant : *s'*	à l'état de vapeur saturante : *s''*
0,05	137,8	2 561,6	0,4763	8,3960
10	762,6	2 776,2	2,1382	6,5828
70	1 267,4	2 773,5	3,1219	5,8162

1 - Tracer l'allure du cycle en diagramme des frigoristes $P = f(h)$.

2 - Établir le théorème des moments reliant l'entropie massique au point 2 s_2, x_2 le titre en vapeur, s_{V2} l'entropie massique de la vapeur saturante de l'isotherme passant par le point 2 et s_{L2} est l'entropie massique du liquide saturant de la même isotherme.

3 - Calculer le titre massique en vapeur x_2 et l'enthalpie massique h_2. En déduire le travail massique indiqué w_{iT} échangé par le fluide dans la turbine. Calculer sa valeur numérique.

4 - En raisonnant à partir de l'identité thermodynamique, montrer que le travail massique indiqué fourni par la pompe au fluide vaut

$$w_{\mathrm{iP}} = v(P_4 - P_3)\,,$$

avec v le volume massique du liquide supposé incompressible. Calculer sa valeur numérique et commenter.

5 - Déterminer la température T_3. Calculer la chaleur massique q_{eC} échangée par le fluide avec le condenseur.

6 - Calculer la chaleur massique q_{eGV} échangée par le fluide dans le générateur de vapeur.

7 - En déduire le rendement de ce cycle puis celui du cycle de Carnot de même sources froide et chaude. Commenter.

Exercice 7 : Turboréacteur simple flux

On qualifie de *turbomachines* les machines transférant de l'énergie entre un fluide et un axe en rotation. Elles présentent deux grands avantages par rapport aux moteurs à piston : d'une part, leur conception nécessite moins de pièces et permet une masse plus légère ; d'autre part le fluide caloporteur peut être directement utilisé comme moyen de propulsion en le laissant se détendre dans une tuyère. En revanche, leur rendement chute drastiquement à faible puissance et leur temps de réponse est conséquent. Ainsi, les turbomachines sont omniprésentes en aéronautique mais complètement absentes, par exemple, du secteur automobile.

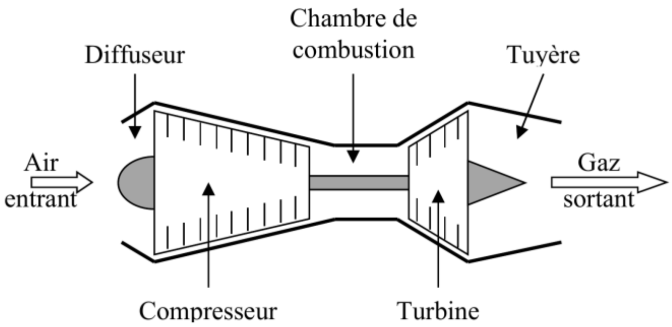
Cet exercice propose d'étudier un modèle simple de turbomachine : un turboréacteur à simple flux. Ces turboréacteurs étaient très utilisés au milieu du XX$^{\mathrm{e}}$ siècle, mais ils sont fortement consommateurs de carburant et très bruyants, si bien qu'ils sont aujourd'hui réservés à quelques avions militaires.

On considère un avion volant à une vitesse de croisière $V = 260\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ par rapport à l'air considéré au repos. À cette altitude, l'air est à 34,5 kPa et $-40\,°\mathrm{C}$ (état A). L'objectif est de calculer la force de poussée produite par le turboréacteur, donnée par

$$F = D_{\mathrm{m}}(v_{\mathrm{e}} - V)$$

avec D_{m} le débit d'air au sein du turboréacteur et v_{e} la vitesse d'éjection des gaz en sortie de tuyère, exprimée dans le référentiel lié à la tuyère.

Le turboréacteur est schématisé figure 9. L'air y traverse les cinq composants suivants, avec un débit massique constant $D_{\mathrm{m}} = 45\,\mathrm{kg\cdot s^{-1}}$.



- Le **diffuseur** permet de ralentir le flux d'air de manière adiabatique réversible, de sorte qu'en sortie du diffuseur (état B) l'énergie cinétique du gaz est négligeable.
- Le **compresseur** comprime l'air avec un rapport de compression $r = P_C/P_B = 10$. Le compresseur étant imparfait, la compression n'est pas parfaitement isentropique : en sortie du compresseur (état C), on a $T_C = 230\,°\mathrm{C}$.
- L'air est mélangé de manière isobare à du carburant enflammé dans la **chambre de combustion**, ce qui permet de porter la température du mélange à $1200\,°\mathrm{C}$ (état D).
- La **turbine** a pour rôle de prélever juste assez d'énergie pour alimenter le compresseur. Le mélange de gaz y subit une détente adiabatique réversible (état E).
- Enfin, l'air subit également une détente adiabatique réversible dans la **tuyère**, sans échange de travail mais en augmentant fortement sa vitesse. À la sortie de la tuyère (état F), le mélange gazeux est rejeté dans l'atmosphère à la pression atmosphérique.

Toute l'étude est menée dans le référentiel lié au turboréacteur. Le mélange gazeux est assimilé à un gaz parfait d'exposant adiabatique $\gamma = 1{,}35$ et de capacité thermique isobare $c_p = 1{,}1\,\mathrm{kJ\cdot K^{-1}\cdot kg^{-1}}$ constants. Les variations d'énergie potentielle sont négligées. L'énergie cinétique du fluide est négligeable entre l'entrée du compresseur et la sortie de la turbine.

1 - Représenter le cycle suivi par le mélange gazeux dans un diagramme (T, s) qualitatif. On rappelle qu'une isobare s'y représente par une branche d'exponentielle croissante.

2 - Déterminer la température T_B en fonction de T_A, V et c_p ; puis la pression P_B en fonction de P_A, T_A, T_B et γ.

3 - Déterminer le travail massique w_{comp} fourni à l'air par le compresseur.

4 - Que vaudrait la température T'_C si la compression était idéale, c'est-à-dire isentropique avec le même rapport de compression ? Quelle serait alors le travail massique w'_{comp} fourni par le compresseur ? En déduire son rendement isentropique.

5 - Déterminer la puissance $\mathcal{P}_{\text{ch}}$ reçue par le mélange gazeux dans la chambre de combustion.

6 - Sachant que le travail fourni par la détente du gaz dans la turbine est intégralement reçu par le compresseur, exprimer la température T_E en fonction de T_B, T_C et T_D. En déduire la valeur de la pression P_E.

7 - Déterminer la température T_F à laquelle le mélange gazeux sort de la tuyère. En déduire la vitesse v_{e} d'éjection des gaz.

8 - Déterminer la puissance $\mathcal{P}$ fournie au turboréacteur par la force propulsive. En déduire son rendement thermodynamique. Commenter la valeur obtenue en la comparant au rendement d'autres installations motrices.