TD Thermodynamique industrielle

Composants thermodynamiques

Exercice 1 : Turbine à gaz

1 Considérons un système ouvert. Notons e les grandeurs en entrée et s celles en sortie. Le premier principe s'écrit

$$\boxed{D\left[(h_\mathrm{s}+e_\mathrm{c,s}+e_\mathrm{p,s})-(h_\mathrm{e}+e_\mathrm{c,e}+e_\mathrm{p,e})\right]=\mathcal{P}_\mathrm{u}+\mathcal{P}_\mathrm{th}\,.}$$

avec h l'enthalpie massique, e_c l'énergie cinétique massique et e_p l'énergie potentielle massique du fluide ; $\mathcal{P}_\mathrm{u}$ la puissance mécanique utile qu'il reçoit et $\mathcal{P}_\mathrm{th}$ la puissance thermique reçue. Le second principe s'écrit

$$\boxed{D\left(s_\mathrm{s}-s_\mathrm{e}\right)=\frac{\mathcal{P}_\mathrm{th}}{T_0}+\sigma_\text{créée}}$$

avec s l'entropie massique, T_0 la température du thermostat fournissant la puissance thermique $\mathcal{P}_\mathrm{th}$, et $\sigma_\text{créée}$ le taux de création d'entropie, c'est-à-dire l'entropie créée par unité de temps.

2 Le but d'une turbine est de récupérer une puissance mécanique, les pertes thermiques sont donc a priori faibles. La turbine est horizontale, il n'y a donc pas de variation d'énergie potentielle. En négligeant de plus les variations d'énergie cinétique, le premier principe appliqué à la turbine devient

$$D(h_\mathrm{s}-h_\mathrm{e})=\mathcal{P}_\mathrm{u}+\mathcal{P}_\mathrm{th}\,,$$

soit d'après la loi de Joule (gaz parfait)

$$Dc_P(T_2-T_1)=\mathcal{P}_\mathrm{u}+\mathcal{P}_\mathrm{th}\,.$$

Comme les températures sont connues et fixées, alors la somme $\mathcal{P}_\mathrm{u}+\mathcal{P}_\mathrm{th}$ l'est aussi. Les deux puissances étant négatives (le fluide cède de la puissance mécanique, et le gaz dans la turbine est plus chaud que l'air extérieur), il est clair que la puissance cédée à la turbine $|\mathcal{P}_\mathrm{u}|$ est maximale lorsque $\mathcal{P}_\mathrm{th}$ est nulle, c'est-à-dire **lorsque l'écoulement est adiabatique**.

3 En posant $r=R/M$, la variation d'entropie massique entre l'entrée et la sortie de la turbine vaut

$$\boxed{s_\mathrm{s}-s_\mathrm{e}=\frac{\gamma r}{\gamma-1}\ln\frac{T_2}{T_1}-r\ln\frac{P_2}{P_1}=-3{,}5\cdot10^2\,\mathrm{J\cdot K^{-1}\cdot kg^{-1}}\,.}$$

Ce résultat est **contradictoire avec l'hypothèse d'un écoulement adiabatique** : si tel était le cas, l'écoulement devrait évacuer l'entropie créée dans la turbine, si bien que l'entropie de sortie serait nécessairement supérieure à l'entropie d'entrée (égale à la limite réversible).

4 Pour pouvoir faire le calcul, il faut supposer la transformation réversible dans la turbine. Alors, d'après le second principe,

$$\mathcal{P}_\mathrm{th}=T_0\,D(s_\mathrm{s}-s_\mathrm{e})=T_0DM\left(S_\mathrm{m,s}-S_\mathrm{m,e}\right)=-107\,\mathrm{kW}\,.$$

> *Le signe est cohérent : la vapeur d'eau cède du transfert thermique à l'extérieur.*

On déduit du premier principe

$$\mathcal{P}_\mathrm{u}=D\left(h_\mathrm{s}-h_\mathrm{e}\right)-\mathcal{P}_\mathrm{th}$$

qui donne d'après la loi de Joule pour un gaz parfait

$$\mathcal{P}_\mathrm{u}=Dc_P(T_2-T_1)-\mathcal{P}_\mathrm{th}=D\frac{\gamma R}{M(\gamma-1)}(T_2-T_1)-\mathcal{P}_\mathrm{th}\,.$$

Finalement,

$$\mathcal{P}_\mathrm{u}=-493\,\mathrm{kW}\,.$$

Ainsi, **une puissance de 600 kW est cédée à la turbine**.

> *Bien que non nulle, la puissance perdue par transfert thermique demeure très faible.*

5 Le débit massique est relié la vitesse (débitante) v de l'écoulement par

$$D = \rho\, v\, \Sigma$$

avec ρ la masse volumique du gaz et Σ la section de la canalisation. Or pour un gaz parfait, d'après l'équation d'état,

$$P\frac{V}{m} = \frac{n}{m}RT \qquad \text{soit} \qquad \frac{P}{\rho} = \frac{RT}{M} \qquad \text{d'où} \qquad \rho = \frac{MP}{RT}\,.$$

On en déduit

$$v = \frac{D}{\rho\Sigma} \qquad \text{soit} \qquad \boxed{v = \frac{DRT}{MP\Sigma}\,.}$$

Numériquement, on trouve

$$\boxed{v_\mathrm{e} = 0{,}52\,\mathrm{m\cdot s^{-1}} \qquad \text{et} \qquad v_\mathrm{s} = 1{,}7\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}\,.}$$

La variation d'énergie cinétique massique vaut donc

$$e_{\mathrm{c,s}} - e_{\mathrm{c,e}} = \frac{{v_\mathrm{s}}^2}{2} - \frac{{v_\mathrm{e}}^2}{2} = 1{,}3\,\mathrm{J\cdot kg^{-1}}\,.$$

Compte tenu du débit $D = 1\,\mathrm{kg\cdot s^{-1}}$, cela correspond à une puissance de 1,3 W, largement négligeable devant les 600 kW fournis à la turbine. La variation d'enthalpie de la vapeur est donc très supérieure à sa variation d'énergie cinétique.

Exercice 2 : Tuyère calorifugée

1 Appliquons le premier principe à un volume de constrôle délimité par les sections d'abscisse $x = 0$ et d'abscisse x. Le fluide ne reçoit dans la tuyère ni travail indiqué (pas de pièces mobiles), ni transfert thermique. Ainsi,

$$\boxed{h(x) + \frac{1}{2}v(x)^2 = h_0 + \frac{1}{2}v_0^2 = \mathrm{cte}\,.}$$

2 On suppose $v_0 = 0$. Comme le fluide est un gaz parfait alors d'après la loi de Joule

$$h(x) - h_0 = c_P\left[T(x) - T_0\right] \qquad \text{donc} \qquad v(x)^2 = 2c_P\left[T_0 - T(x)\right]$$

Or d'une part

$$c_P = \frac{1}{m} \times \frac{\gamma n R}{\gamma - 1} = \frac{\gamma R}{M(\gamma-1)}$$

et d'autre part l'équation d'état s'écrit

$$\frac{PV}{m} = \frac{nRT}{m} \qquad \text{soit} \qquad \frac{P}{\rho} = \frac{RT}{M} \qquad \text{d'où} \qquad T = \frac{MP}{R\rho}$$

d'où finalement

$$v(x)^2 = \frac{2\gamma R}{M(\gamma-1)} \times \frac{M}{R}\left[\frac{P_0}{\rho_0} - \frac{P(x)}{\rho(x)}\right]$$

et ainsi

$$\boxed{v(x) = \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1}\left(\frac{P_0}{\rho_0} - \frac{P(x)}{\rho(x)}\right)}}$$

3 Réécrivons

$$v(x) = \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1}\frac{P_0}{\rho_0}\left(1 - \frac{P(x)\rho_0}{\rho(x)P_0}\right)}$$

La transformation est adiabatique réversible et concerne un gaz parfait, on applique donc la loi de Laplace : $PV^\gamma = \text{cte}$ donne en fonction de ρ

$$\frac{P}{\rho^\gamma} = \text{cte}' \qquad \text{soit} \qquad \frac{P^{1/\gamma}}{\rho} = \text{cte}'' \qquad \text{d'où} \qquad \frac{\rho_0}{\rho(x)} = \left(\frac{P_0}{P(x)}\right)^{1/\gamma}$$

Finalement, on arrive au résultat cherché :

$$\boxed{v(x) = \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1}\frac{P_0}{\rho_0}\left[1 - \left(\frac{P(x)}{P_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right]}\,.}$$

Exercice 3 : Compresseur étagé

1 La compression est adiabatique réversible : on applique donc la loi de Laplace, sous la forme $P^{1-\gamma}T^\gamma = \text{cte}$. Ainsi,

$$\boxed{T_2 = T_0\,\beta^{1-1/\gamma} = 685\,\text{K}\,.}$$

2 La compression est adiabatique, réversible et on néglige les variations d'énergie cinétique et potentielle. D'après le premier principe entre la sortie et l'entrée du compresseur,

$$\Delta h = w + 0$$

Comme le fluide est un gaz parfait, on a d'après la loi de Joule $\Delta h = c_P\,\Delta T$ d'où

$$w = \frac{\gamma r}{\gamma-1}(T_2 - T_0)\,,$$

et en reprenant la question précédente on obtient le résultat voulu,

$$\boxed{w = \frac{\gamma r}{\gamma-1}T_0\left(\beta^{(\gamma-1)/\gamma} - 1\right) = 412\,\text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\,.}$$

3 Comme un échangeur ne contient pas de parties mobiles, le travail w' est la somme des travaux reçus dans les étages basse et haute pression.

$$w' = w_{\text{BP}} + 0 + w_{\text{HP}} = \frac{\gamma r}{\gamma-1}(T_1 - T_0) + \frac{\gamma r}{\gamma-1}(T_2' - T_0) \qquad \text{d'où} \qquad w' = \frac{\gamma r}{\gamma-1}(T_1 + T_2' - 2T_0)\,.$$

D'après la loi de Laplace appliqué aux isentropiques qui partent de la même température T_0,

$$T_1 = T_0\,\beta_1^{(\gamma-1)/\gamma} \qquad \text{et} \qquad T_2' = T_0\,\beta_2^{(\gamma-1)/\gamma}$$

ce qui donne bien

$$\boxed{w' = \frac{\gamma r}{\gamma-1}T_0\left(\beta_1^{(\gamma-1)/\gamma} + \beta_2^{(\gamma-1)/\gamma} - 2\right)\,.}$$

4 Lorsque $P_1 = \sqrt{P_0P_2}$,

$$\beta_1 = \frac{\sqrt{P_0P_2}}{P_0} = \sqrt{\frac{P_2}{P_0}} = 5 \qquad \text{et} \qquad \beta_2 = \frac{P_2}{\sqrt{P_0P_2}} = \sqrt{\frac{P_2}{P_0}} = 5\,.$$

$\boxed{5}$ En repartant de la loi de Laplace,

$$\boxed{T_2' = T_1 = \beta^{(\gamma-1)/\gamma} T_0 = 432\,\mathrm{K}\,.}$$

Cette température est donc nettement moins élevée (250 °C de différence !) que la température T_2 obtenue en sortie du compresseur mono-étagé.

$\boxed{6}$ On déduit de ce qui précède

$$\boxed{w' = \frac{2\gamma r}{\gamma - 1}(T_2' - T_0) = 319\,\mathrm{kJ \cdot kg^{-1}}\,,}$$

ce qui représente un gain d'environ 25 % par rapport au compresseur mono-étagé. En plus de permettre des températures moins élevés, l'utilisation de compresseurs étagés est également plus économique.

Machines dithermes

Exercice 4 : Climatisation d'une voiture

$\boxed{1}$ Dans un condenseur le fluide frigorigène se liquéfie en cédant de l'énergie à son environnement, alors que dans un évporateur il se vaporise en prélevant de l'énergie à l'environnement. Or le but d'un climatiseur est de prélever de l'énergie à l'intérieur de l'habitacle, pour en céder à l'air extérieur. On en déduit que le condenseur doit se trouver à l'extérieur du véhicule, et l'évaporateur à l'intérieur.

$\boxed{2}$ La zone d'équilibre liquide-vapeur se trouve **sous la courbe de saturation**. Le domaine du liquide seul est **à gauche du diagramme**, le domaine de la vapeur seule **à sa droite**. Le fluide est modélisable par un gaz parfait dans le domaine gazeux du diagramme où les isenthalpes se confondent avec les isothermes, c'est-à-dire où les isothermes (en rouge) sont verticales. Il s'agit de la partie **en bas à droite du diagramme**, en ordre de grandeur limitée par $P \lesssim 0{,}8\,\mathrm{bar}$ et $h \gtrsim 50\,\mathrm{kJ \cdot kg^{-1}}$.

$\boxed{3}$ Le cycle complet est représenté sur le diagramme page 6 (reproduit du corrigé rédigé par P. Salles, professeur en ATS).

Point	T (°C)	P (bar)	h ($\mathrm{kJ \cdot kg^{-1}}$)	s ($\mathrm{J \cdot K^{-1} \cdot kg^{-1}}$)	x
(1)	5	3	405	1,72	1
(2)	72	18	440	1,72	1
(3)	60	18	285	1,28	0
(4)	2	3	285	1,32	0,43

$\boxed{4}$ Cette écriture du premier principe suppose que les variations d'énergie mécanique massique du fluide sont nulles, ou du moins négligeables devant les variations d'enthalpie. Dans cette écriture,

- ▷ D_m est le débit massique de fluide au travers du système ouvert ;
- ▷ $\mathcal{P}_\mathrm{w}$ est la puissance mécanique algébrique reçue par le fluide ;
- ▷ $\mathcal{P}_\mathrm{q}$ est la puissance thermique algébrique reçue par le fluide ;

- ▷ h_s et h_e sont les enthalpies massiques respectivement en entrée et en sortie du système ouvert.

$\boxed{5}$ Appliquons le premier principe au compresseur. La compression étant adiabatique,

$$D_\mathrm{m}\,\Delta h = \mathcal{P}_\mathrm{m} + \cancel{\mathcal{P}_\mathrm{th,12}} \qquad \text{soit} \qquad \mathcal{P}_\mathrm{m} = D_\mathrm{m}\,(h_2 - h_1) = 3{,}5\,\mathrm{kW}\,.$$

On trouve $\mathcal{P}_\mathrm{m} > 0$, c'est-à-dire qu'il faut fournir du travail à un fluide pour le comprimer.

$\boxed{6}$ Appliquons le premier principe à l'évaporateur. S'agissant d'un échangeur, il ne compte aucune pièce mobile, d'où

$$D_\mathrm{m}\,\Delta h = \cancel{\mathcal{P}_\mathrm{m,41}} + \mathcal{P}_\mathrm{e} \qquad \text{soit} \qquad \mathcal{P}_\mathrm{e} = D_\mathrm{m}(h_1 - h_4) = 12\,\mathrm{kW}$$

L'air est bien refroidi car $\mathcal{P}_\mathrm{e} > 0$: la puissance thermique est reçue par le fluide frigorigène, donc extraite de l'air de la voiture.

7 La puissance utile d'un climatiseur est le transfert thermique échangé avec la source froide, soit ici $\mathcal{P}_\mathrm{e}$ au niveau de l'évaporateur. La puissance coûteuse est la puissance mécanique $\mathcal{P}_\mathrm{m}$ à apporter au niveau du compresseur. L'efficacité vaut donc

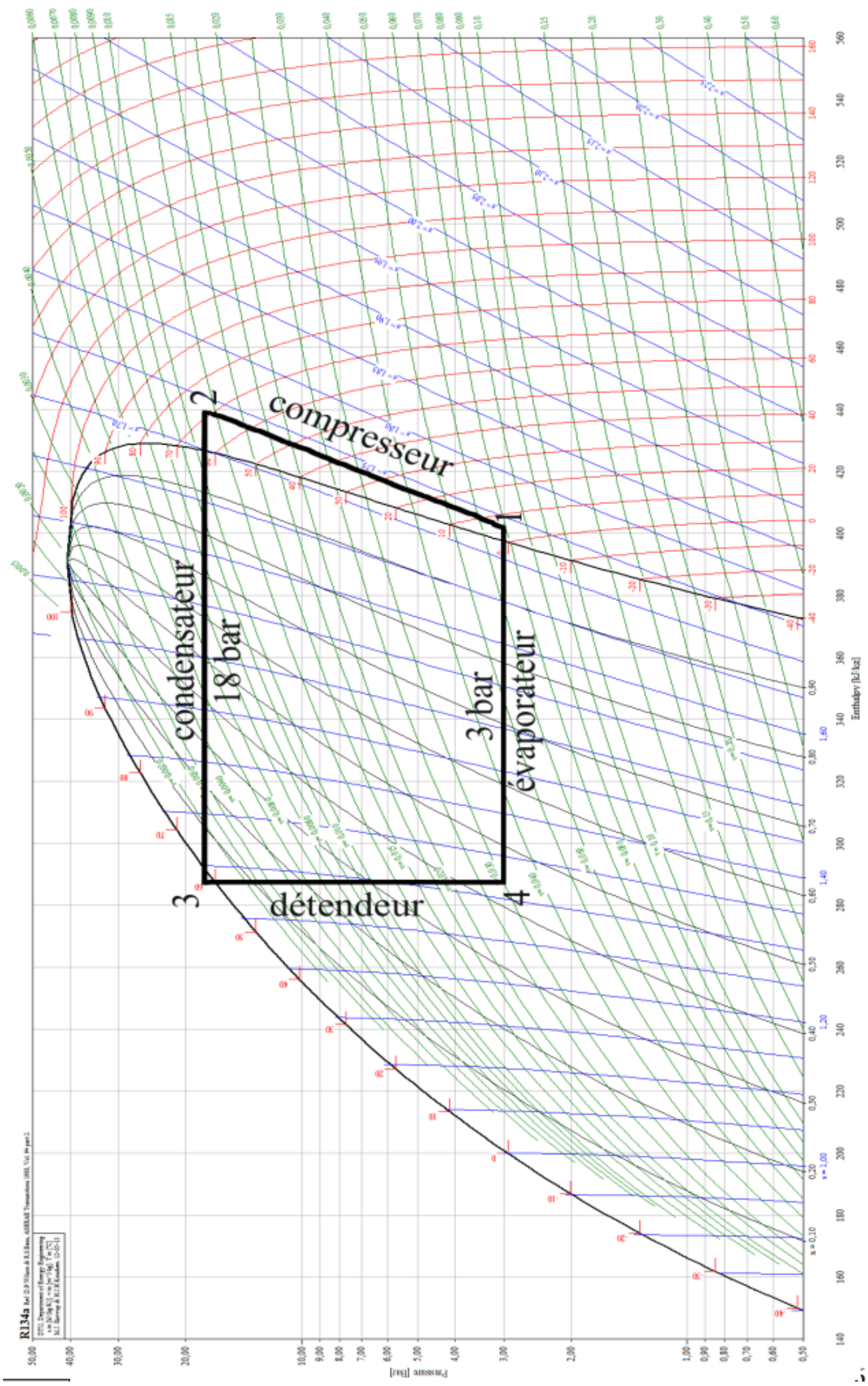
$$\boxed{e = \frac{\mathcal{P}_\mathrm{e}}{\mathcal{P}_\mathrm{m}} = 3{,}4}$$

8 La température de liquéfaction à $P_2 = 18\,\mathrm{bar}$ est lue sur le diagramme environ égale à $T_3 = 60\,°\mathrm{C}$: c'est la valeur de l'isotherme (rouge) qui se confond avec l'isobare à P_2 dans la zone de coexistence liquide-vapeur. L'efficacité d'un climatiseur de Carnot fonctionnant entre la température T_4 de l'évaporateur et la température de liquéfaction T_3 serait

$$\boxed{e_\mathrm{Carnot} = \frac{T_4}{T_3 - T_4} = 4{,}6\,.}$$

L'efficacité de la machine réelle est comme attendu inférieure à l'efficacité de Carnot : la transformation au sein du détendeur est irréversible, de même que le refroidissement dans le condenseur précédant le changement d'était.

> *Le cycle étant très idéalisé, l'efficacité d'un climatiseur réel serait même encore inférieure à cette valeur.*

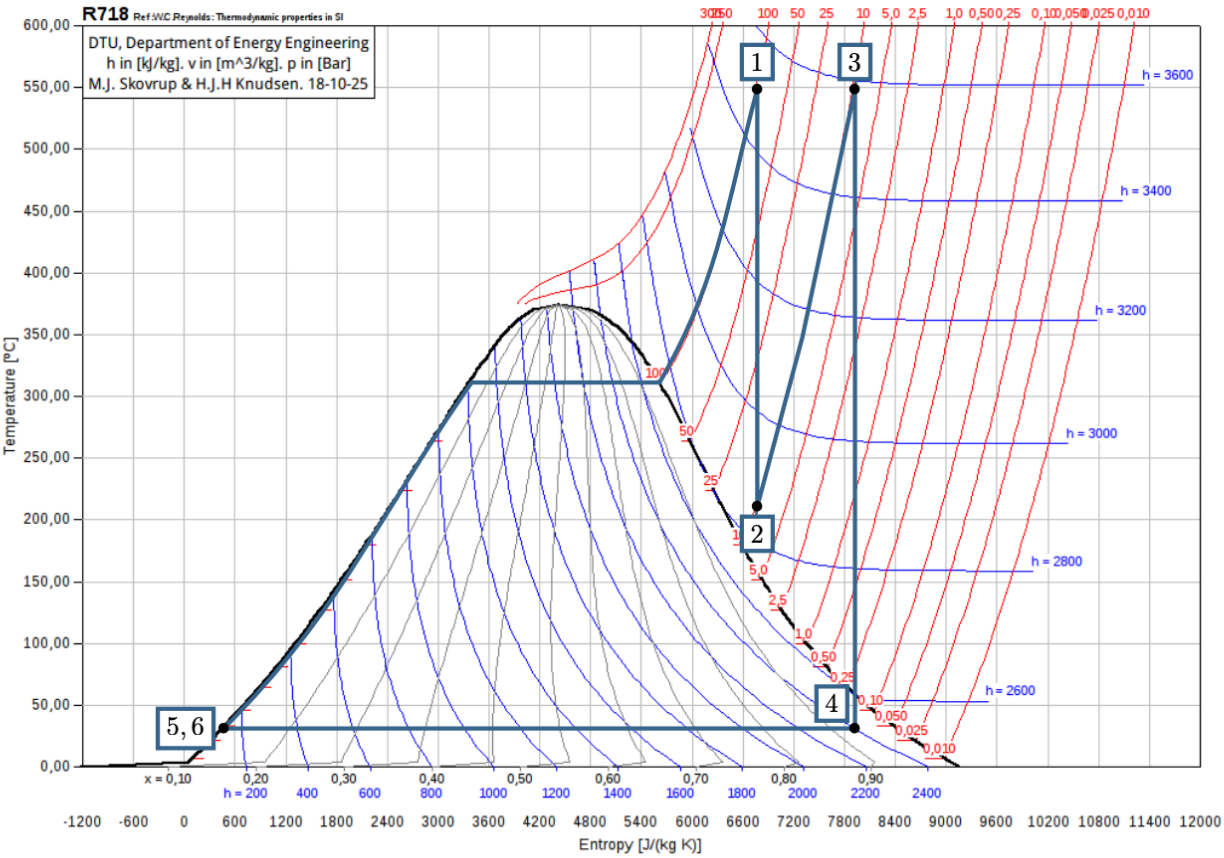


Exercice 5 : Cycle de Hirn d'une centrale thermique

$\boxed{1}$ Le diagramme entropique est représenté figure 1.

- ▷ La transformation $1 \to 2$ est une adiabatique réversible, donc isentropique, donc une verticale dans le diagramme entropique ;
- ▷ La transformation $2 \to 3$ suit l'isobare $P = 10\,\mathrm{bar}$;
- ▷ L'énoncé ne précise rien sur l'étape $3 \to 4$, mais on peut considérer que la seconde turbine vérifie les mêmes hypothèses que la première : il s'agit donc d'une détente adiabatique réversible ;
- ▷ La transformation $4 \to 5$ est par hypothèse isobare, donc isotherme car elle concerne un fluide diphasé ;
- ▷ La compression $5 \to 6$ est une adiabatique réversible jusqu'à atteindre $100\,\mathrm{bar}$, mais dans le diagramme entropique les isobares du domaine liquide sont toutes regroupées sur la courbe d'ébullition, si bien que le passage par la pompe n'est pas visible sur le diagramme ;
- ▷ La transformation $6 \to 1$ suit l'isobare $P = 100\,\mathrm{bar}$ en subissant successivement un échauffement de l'eau liquide le long de la courbe d'ébullition (en diagramme entropique, toutes les isobares du liquide pur collent à la courbe de saturation), puis un changement d'état, et enfin un échauffement de la vapeur sèche.

Le cycle est parcouru en sens horaire, ce qui est normal car on étudie une installation motrice.



$\boxed{2}$ On lit graphiquement $T_2 = 210\,°\mathrm{C}$. Dans l'état 4 l'eau est diphasée, et le titre en vapeur vaut $x_4 = 0{,}93$.

$\boxed{3}$ Le diagramme manque d'isenthalpes pour permettre une lecture précise ... On peut approximativement considérer

$$h_1 = 3500\,\mathrm{kJ\cdot kg^{-1}} \qquad h_2 = 2850\,\mathrm{kJ\cdot kg^{-1}} \qquad h_3 = 3580\,\mathrm{kJ\cdot kg^{-1}}$$

$$h_4 = 2400\,\mathrm{kJ\cdot kg^{-1}} \qquad h_5 = h_6 = 100\,\mathrm{kJ\cdot kg^{-1}}\,.$$

D'après le premier principe, avoir $h_5 = h_6$ signifie que le travail fourni par la pompe au liquide est négligeable devant les autres échanges énergétiques, ce qui s'interprète par le fait que comprimer un liquide incompressible est une opération relativement facile et donc peu coûteuse en énergie.

4 Le travail total disponible sur les turbines est l'opposé du travail indiqué reçu par le fluide. D'après le premier principe, appliqué à la turbine haute pression,

$$\Delta h + \underbrace{\Delta e_\mathrm{c} + \Delta e_\mathrm{pp}}_{\ll \Delta h} = w_{12} + \underbrace{q_{12}}_{=0 \text{ adiab}}$$

soit

$$w_{12} = h_2 - h_1\,.$$

De même pour la turbine basse pression,

$$w_{34} = h_4 - h_3$$

et finalement

$$w_\mathrm{tot} = -w_{12} - w_{34} \qquad \text{donc} \qquad \boxed{w_\mathrm{tot} = (h_1 - h_2) + (h_3 - h_4) = 1830\,\mathrm{kJ \cdot kg^{-1}}\,.}$$

5 La puissance mécanique disponible sur la turbine s'écrit $\mathcal{P}_\text{méca} = D_\mathrm{m} w_\mathrm{tot}$, et comme $\mathcal{P}_\text{élec} = 0{,}9\,\mathcal{P}_\text{méca}$ on en déduit

$$\boxed{D_\mathrm{m} = \frac{\mathcal{P}_\text{élec}}{0{,}9\,w} = 240\,\mathrm{kg \cdot s^{-1}}\,.}$$

6 Par application du premier principe au surchauffeur, qui ne contient aucune pièce mobile (c'est un échangeur),

$$\Delta h = \underbrace{w_{23}}_{=0} + q_{23} \qquad \text{d'où} \qquad \boxed{q_{23} = h_3 - h_2 = 730\,\mathrm{kJ \cdot kg^{-1}}\,.}$$

7 D'après le premier principe appliqué au générateur de vapeur, qui ne contient aucune pièce mobile (c'est également un échangeur),

$$\Delta h = \underbrace{w_{61}}_{=0} + q_{61} \qquad \text{d'où} \qquad \boxed{q_{61} = h_1 - h_6 = 3400\,\mathrm{kJ \cdot kg^{-1}}\,.}$$

En supposant que le transfert thermique dans le condenseur se fait avec le milieu extérieur et est donc gratuit, on en déduit le rendement de l'installation sous la forme

$$\boxed{\eta = \frac{w_\mathrm{tot}}{q_{23} + q_{61}} = 0{,}44\,.}$$

Exercice 6 : Cycle de Rankine d'une centrale nucléaire

1

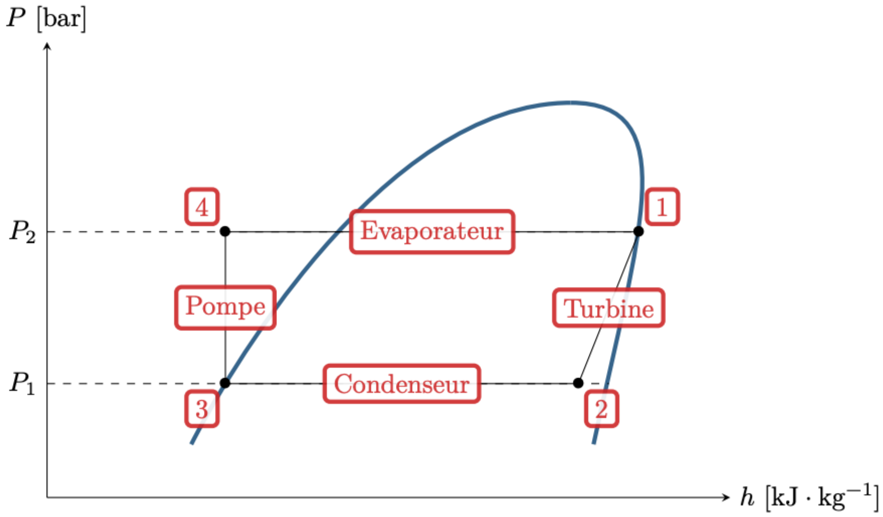
> *L'étape 1-2 du cycle est assez peu crédible : normalement, les changements d'état doivent absolument être évités dans une turbine pour éviter une dégradation rapide des ailettes de la turbine sous l'impact des goutelettes d'eau formées (érosion).*

2 Par additivité de l'entropie, dans un système diphasé,

$$S = S_V + S_L \qquad \text{soit} \qquad ms = m_V\, s_V + m_L\, s_L\,.$$

En introduisant le titre massique en vapeur $x = m_V/m$ et la conservation de la masse $m = m_V + m_L$, il vient

$$ms = xm\, s_V + (1-x)m\, s_L \qquad \text{d'où} \qquad \boxed{s = x\, s_V + (1-x) s_L\,.}$$



3 La transformation $1 \to 2$ est adiabatique réversible, donc isentropique. Ainsi, $s_2 = s_1$ et on déduit du théorème des moments

$$\boxed{x_2 = \frac{s_2 - s_{L,2}}{s_{V,2} - s_{L,2}} = \frac{5,8162 - 0,4763}{8,3960 - 0,4763} \simeq 0,674\,.}$$

Le théorème des moments appliqué à l'enthalpie massique donne de façon analogue

$$\boxed{h_2 = x_2 h_{V,2} + (1 - x_2) h_{L,2} = x_2 \times 2561,6 + (1 - x_2) \times 137,8 \simeq 1772{,}2\,\mathrm{kJ \cdot kg^{-1}}}$$

La turbine étant calorifugée, le premier principe appliqué à a la transformation $1 \to 2$ donne

$$\boxed{w_{iT} = h_2 - h_1 = -1001{,}3\,\mathrm{kJ \cdot kg^{-1}}}\,.$$

4 D'après l'identité thermodynamique en enthalpie,

$$\mathrm{d}h = T\mathrm{d}s + v\,\mathrm{d}P\,.$$

Or la transformation $3 \mapsto 4$ est adiabatique réversible, donc $\mathrm{d}s = 0$ tout au long de cette transformation. De plus, elle concerne un liquide incompressible, donc $v =$ cte. Par intégration entre les états 3 et 4, on obtient

$$h_4 - h_3 = v(P_4 - P_3)\,.$$

D'après le premier principe en supposant la pompe calorifugée, on en déduit

$$\boxed{w_{\mathrm{iP}} = v(P_4 - P_3) = 7\,\mathrm{kJ \cdot kg^{-1}}}$$

Cette valeur est négligeable devant le travail prélevé par la turbine.

5 Partant du mélange diphasique 2, l'état 3 est le liquide juste saturant correspondant. Ainsi,

$$\boxed{T_3 = T_2 = 306\,\mathrm{K} \qquad \text{et} \qquad x_3 = 0}$$

Un condenseur ne comporte pas de pièces mobiles, donc

$$\boxed{q_{\mathrm{eC}} = h_3 - h_2 = 137,8 - 1772,2 = -1634{,}4\,\mathrm{kJ \cdot kg^{-1}}}\,.$$

6 Un GV est un échangeur, sans pièce mobile, d'où

$$\boxed{q_{\mathrm{eGV}} = h_1 - h_4 = 2773,5 - 137,8 = 2635{,}7\,\mathrm{kJ \cdot kg^{-1}}}$$

7 En négligeant le travail fourni par la pompe, il vient

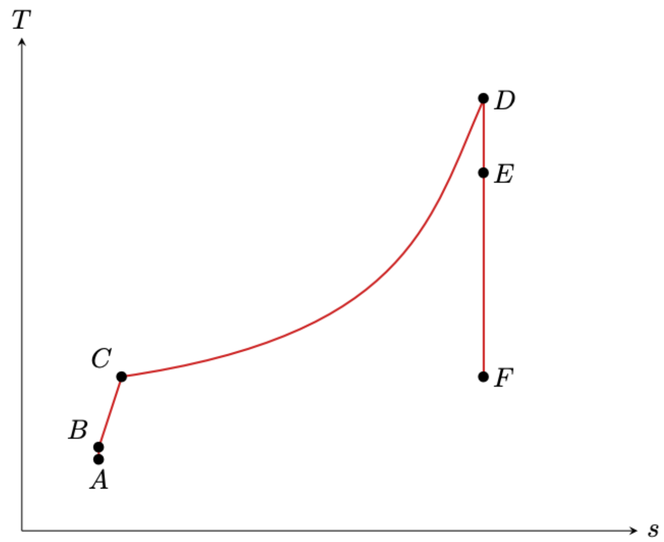
$$\boxed{\eta = \frac{w_{\mathrm{iT}}}{w_{\mathrm{iP}} + q_{\mathrm{eGV}}} \simeq \frac{w_{\mathrm{iT}}}{q_{\mathrm{eGV}}} = 0,38}$$

Le rendement de Carnot associé à un cycle ayant les mêmes températures « chaude et froide » donnerait

$$\eta_{\mathrm{Carnot}} = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 0{,}453\,.$$

Exercice 7 : Turboréacteur simple flux

1 Les transformations adiabatiques et réversibles sont isentropiques, donc verticales dans le diagramme (T, s) : c'est le cas des étapes AB, DE et EF. La transformation BC est adiabatique mais *irréversible* donc $s_C > s_B$, mais il est difficile de connaître précisémment l'allure de la transformation. Enfin, la transformation CD est une isobare, qui se représente par une branche d'exponentielle croissante.



2 Dans le référentiel lié au turboréacteur, le fluide entre dans le diffuseur avec une vitesse V. D'après le premier principe appliqué au diffuseur, supposé adiabatique et qui ne contient pas de pièce mobile, et en utilisant la loi de Joule,

$$\Delta h + \cancel{\Delta e_{\text{pp}}} + \frac{\Delta(v^2)}{2} = \cancel{w_{AB}} + \cancel{q_{AB}} \qquad \text{soit} \qquad c_p(T_B - T_A) + \frac{0 - V^2}{2} = 0$$

ce qui donne

$$\boxed{T_B = T_A + \frac{V^2}{2c_p} = 264\,\text{K} = -9\,°\text{C}\,.}$$

La transformation étant adiabatique réversible, on a d'après la loi de Laplace

$$P_A^{1-\gamma} T_A^{\gamma} = P_B^{1-\gamma} T_B^{\gamma} \qquad \text{soit} \qquad \boxed{P_B = P_A \left(\frac{T_A}{T_B}\right)^{\gamma/(1-\gamma)} = 55{,}6\,\text{kPa}\,.}$$

3 D'après le premier principe appliqué au compresseur supposé calorifugé,

$$\Delta h + \underbrace{\cancel{\Delta e_{\text{pp}} + \Delta e_{\text{c}}}}_{\ll \Delta h} = w_{\text{comp}} + \cancel{q_{BC}} \qquad \text{soit} \qquad \boxed{w_{\text{comp}} = c_p(T_C - T_B) = 263\,\text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\,.}$$

4 Si la compression était isentropique, on aurait d'après la loi de Laplace

$$P_B^{1-\gamma} T_B^{\gamma} = P_C^{1-\gamma} {T'_C}^{\gamma} \qquad \text{soit} \qquad T'_C = T_B \left(\frac{P_B}{P_C}\right)^{(1-\gamma)/\gamma} = T_B \left(\frac{1}{10}\right)^{(1-\gamma)/\gamma}$$

d'où on conclut

$$\boxed{T'_C = 10^{(\gamma-1)/\gamma}\, T_B = 479\,\text{K} = 206\,°\text{C}\,.}$$

Le travail massique serait alors

$$\boxed{w'_{\text{comp}} = c_p(T'_C - T_B) = 237\,\text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\,.}$$

On en déduit le rendement isentropique de compression,

$$\boxed{\eta_S = \frac{w'_{\text{comp}}}{w_{\text{comp}}} = 90\,\%\,.}$$

> *Vous devez savoir que le rendement isentropique d'un compresseur compare le travail à fournir en réalité et dans la limite isentropique. Pour retrouver les positions au numérateur et dénominateur, c'est simple : le rendement isentropique est nécessairement inférieur à 1. Le même raisonnement vaut pour le rendement d'une turbine.*

5 Appliquons le premier principe à la chambre de combustion, qui ne compte aucune pièce mobile,

$$D_\text{m}(\Delta h + \underbrace{\cancel{\Delta e_\text{c} + \Delta e_\text{pp}}}_{\ll \Delta h}) = \cancel{\mathcal{P}_{\text{i},CD}} + \mathcal{P}_\text{ch} \qquad \text{soit} \qquad D_\text{m} c_p (T_D - T_C) = \mathcal{P}_\text{ch}$$

d'où on déduit avec la loi de Joule

$$\boxed{\mathcal{P}_\text{ch} = D_\text{m} c_p (T_D - T_C) = 48\,\text{MW}\,.}$$

> *Cette puissance est très élevée ! À titre de comparaison, un réacteur nucléaire REP moyen ne délivre « que » 1300 MW ... ou autrement dit 25 avions de chasse peuvent remplacer un réacteur nucléaire ☺*

6 Par application du premier principe à la turbine, en supposant la détente adiabatique,

$$\Delta h + \underbrace{\cancel{\Delta e_\text{pp} + \Delta e_\text{c}}}_{\ll \Delta h} = w_\text{turb} + \cancel{q_{BC}} = -w_\text{comp}$$

d'où on déduit avec la loi de Joule

$$c_p(T_E - T_D) = -c_p(T_C - T_B) \qquad \text{soit} \qquad \boxed{T_E = T_D + T_B - T_C = 1233\,\text{K} = 960\,°\text{C}\,.}$$

La détente dans la turbine étant adiabatique réversible, la loi de Laplace indique

$$P_D^{1-\gamma} T_D^{\gamma} = P_E^{1-\gamma} T_E^{\gamma} \qquad \text{d'où} \qquad \boxed{P_E = P_C \left(\frac{T_D}{T_E}\right)^{\gamma/(1-\gamma)} = 280\,\text{kPa}\,.}$$

car $P_D = P_C$ puisque la chambre de combustion est isobare.

7 La détente dans la tuyère est adiabatique réversible, d'après la loi de Laplace,

$$P_E^{1-\gamma} T_E^{\gamma} = P_F^{1-\gamma} T_F{}^{\gamma} \qquad \text{soit} \qquad T_F = T_E \left(\frac{P_E}{P_F}\right)^{(1-\gamma)/\gamma} = 716\,\text{K} = 443\,°\text{C}$$

car en sortie de tuyère $P_F = P_A = 34{,}5\,\text{kPa}$.

> *Attention pour l'application numérique : la pression atmosphérique n'est pas égale à 1 bar à l'altitude de vol de l'avion !*

Appliquons le premier principe à la tuyère, en supposant négligeable la vitesse des gaz en entrée mais pas en sortie de tuyère. La détente y est supposée adiabatique et sans travail.

$$\Delta h + \Delta e_\text{c} + \cancel{\Delta e_\text{pp}} = \cancel{w_{EF}} + \cancel{q_{EF}} \qquad \text{soit} \qquad c_p(T_F - T_E) + \frac{{v_\text{e}}^2 - 0}{2} = 0$$

ce qui conduit à

$$\boxed{v_\text{e} = \sqrt{2 c_p (T_E - T_F)} = 1{,}1 \cdot 10^3\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}\,.}$$

> *On constate que la vitesse d'éjection est largement supérieure à la vitesse du son, ce qui peut paraître un peu étonnant : usuellement, pour un avion volant à vitesse subsonique, la vitesse d'éjection des*

gaz est égale à la vitesse du son. Sans doute certaines approximations sont elles trop simplistes et conduisent à un résultat final douteux ?

8 La vitesse relative de l'avion par rapport à l'air environnant est V, d'où on déduit la puissance mécanique fournie

$$\mathcal{P} = F \times V \qquad \text{soit} \qquad \boxed{\mathcal{P} = D_\mathrm{m}(v_\mathrm{e} - V) = 9{,}8\,\mathrm{MW}\,.}$$

On en déduit le rendement thermodynamique du réacteur,

$$\eta = \frac{\mathcal{P}}{\mathcal{P}_\mathrm{ch}} = 20\,\%\,.$$

Cette valeur du rendement est assez faible : pour un moteur à essence ou une centrale électrique, il est plutôt de l'ordre de $30\,\%$.