

# Interférences par division d'amplitude

Lors du chapitre précédent, nous avons constaté sur l'exemple des fentes d'Young que l'utilisation d'une source étendue dans un interféromètre à division du front d'onde conduisait à une perte de contraste uniforme sur la figure d'interférences... Or plus la source lumineuse utilisée est large, plus elle émet de lumière, et plus la figure d'interférences sera lumineuse, ce qui est expérimentalement favorable.

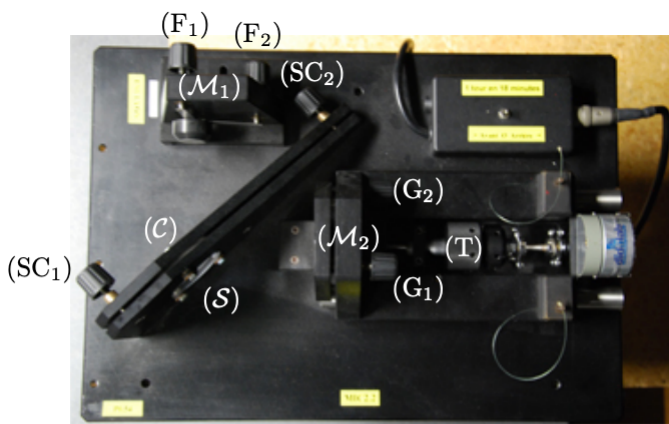
Les interféromètres par division d'amplitude permettent de résoudre ce dilemme et de produire une figure d'interférences à la fois lumineuse et contrastée.

Dans un **interféromètre à division d'amplitude**, l'onde issue de la source est envoyée sur une **lame semi-réfléchissante** qui la transmet et la réfléchit partiellement. Le trajet des ondes transmises et réfléchies est ensuite contrôlé grâce à des miroirs pour les superposer en sortie de l'interféromètre.

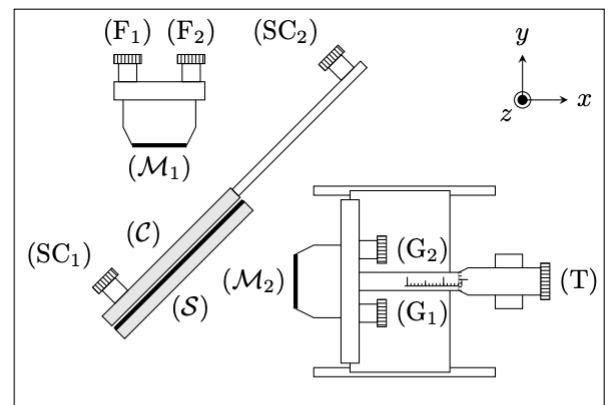
## 1. Interféromètre de Michelson

### 1.1. Visite guidée de l'appareil

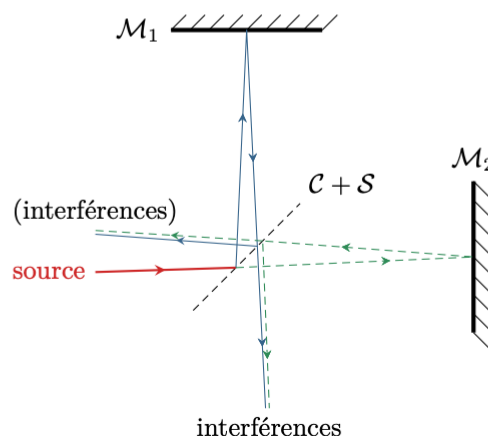
Un interféromètre compte deux miroirs de précision ( $\mathcal{M}_1$  et  $\mathcal{M}_2$ ), un dispositif de séparation qui assure la division d'amplitude (association de deux lames de verre  $\mathcal{S}$  et  $\mathcal{C}$ ) ... et de nombreuses vis de réglage.



(a) Photo d'un interféromètre.



(b) Schéma d'un interféromètre réel.



(c) Schéma de principe figurant le trajet de la lumière dans l'interféromètre.

(a) L'interféromètre photographié est équipé d'un moteur (à droite de la vis  $T$ ) permettant de chariotter mécaniquement et régulièrement le miroir mobile. Ce dispositif est par exemple très utile en spectroscopie.

(c) Les interférences dans la direction de la source ne sont en pratique jamais étudiées, et les rayons correspondants ne seront plus représentés par la suite.

- Le miroir  $\mathcal{M}_1$  est appelé miroir fixe. C'est un miroir de précision, dont la planéité est garantie à environ  $50 \text{ nm}$  près. Les deux vis  $F_1$  et  $F_2$ , dites « de réglage fin », permettent de le faire pivoter autour des axes  $(Ox)$  et  $(Oz)$ .
- Le miroir  $\mathcal{M}_2$  est également un miroir de précision, qui peut pivoter autour des axes  $(Oy)$  et  $(Oz)$  grâce aux deux vis  $G_1$  et  $G_2$ , dites « de réglage grossier ». En outre, il peut être translaté parallèlement à l'axe  $(Ox)$  grâce à la vis de translation  $T$ , c'est pourquoi il est appelé **miroir mobile**. Le déplacement de  $\mathcal{M}_2$  est appelé **chariotage** du miroir. La position de  $\mathcal{M}_2$  le long de l'axe  $(Ox)$  peut être mesurée grâce à un vernier micrométrique (même système que sur un pied à coulisse ou un palmer).
- La division d'amplitude proprement dite est réalisée par l'association de deux lames de verre, appelées **séparatrice**  $\mathcal{S}$  et **compensatrice**  $\mathcal{C}$ . L'une des faces de la séparatrice est partiellement métallisée, ce qui lui permet de réfléchir la moitié de l'énergie lumineuse incidente et d'en transmettre l'autre moitié. Pour un bon fonctionnement de l'interféromètre, ces deux lames doivent être parfaitement planes (planéité garantie à  $100 \text{ nm}$  près), de même épaisseur (garantie à  $1 \mu\text{m}$  près) et parfaitement parallèles (angle inférieur à  $10^{-3} \text{ rad}$ ). Les deux vis  $SC_1$  et  $SC_2$  permettent de régler ce parallélisme.

## 1.2. Modélisation et schéma équivalent

### Séparatrice et compensatrice

Dans toute la suite, l'association des lames séparatrice et compensatrice est modélisée par une unique **lame semi-réfléchissante**, supposée infiniment mince et répartissant équitablement l'énergie entre les deux **bras** de l'interféromètre.

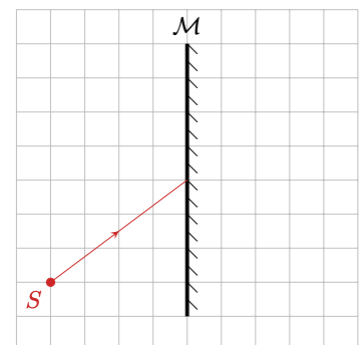
► **Pour approfondir** : Dans l'interféromètre réel, la lame séparatrice  $\mathcal{S}$  suffit à assurer la division d'amplitude du faisceau incident ... on peut donc s'interroger sur le rôle exact de la compensatrice. Si la séparatrice était seule, le rayon passant par le bras ② de l'interféromètre passerait deux fois au travers du verre alors que le rayon passant par le bras ① n'y passerait qu'une seule fois. Comme le verre est dispersif (l'indice optique dépend de la longueur d'onde), cela introduirait une différence de chemin optique entre les deux bras dépendant de la longueur d'onde de façon non contrôlée et dépendant de l'inclinaison des rayons, ce qui poserait des difficultés d'observation en lumière polychromatique. La compensatrice  $\mathcal{C}$  permet de garantir que chaque rayon traverse trois épaisseurs de verre identiques, et fait donc disparaître l'effet précédemment cité. ■

### Miroir fictif et schéma équivalent du Michelson

La réflexion des rayons sur la lame semi-réfléchissante peut être modélisée exactement comme la réflexion sur un miroir plan en optique géométrique.

Rappel préalable : image par un miroir plan

Tracer le rayon et rappeler que tout se passe comme si le rayon réfléchi provenait de l'image  $S'$ , symétrique de  $S$  par rapport au miroir.



Application au Michelson : tout se passe comme si les rayons étaient issus d'une source  $S'$ , symétrique de  $S$  par rapport à la séparatrice  $S$  et se réfléchissaient sur un miroir fictif  $\mathcal{M}'_2$ , image de  $\mathcal{M}_2$  par rapport à  $S$ .



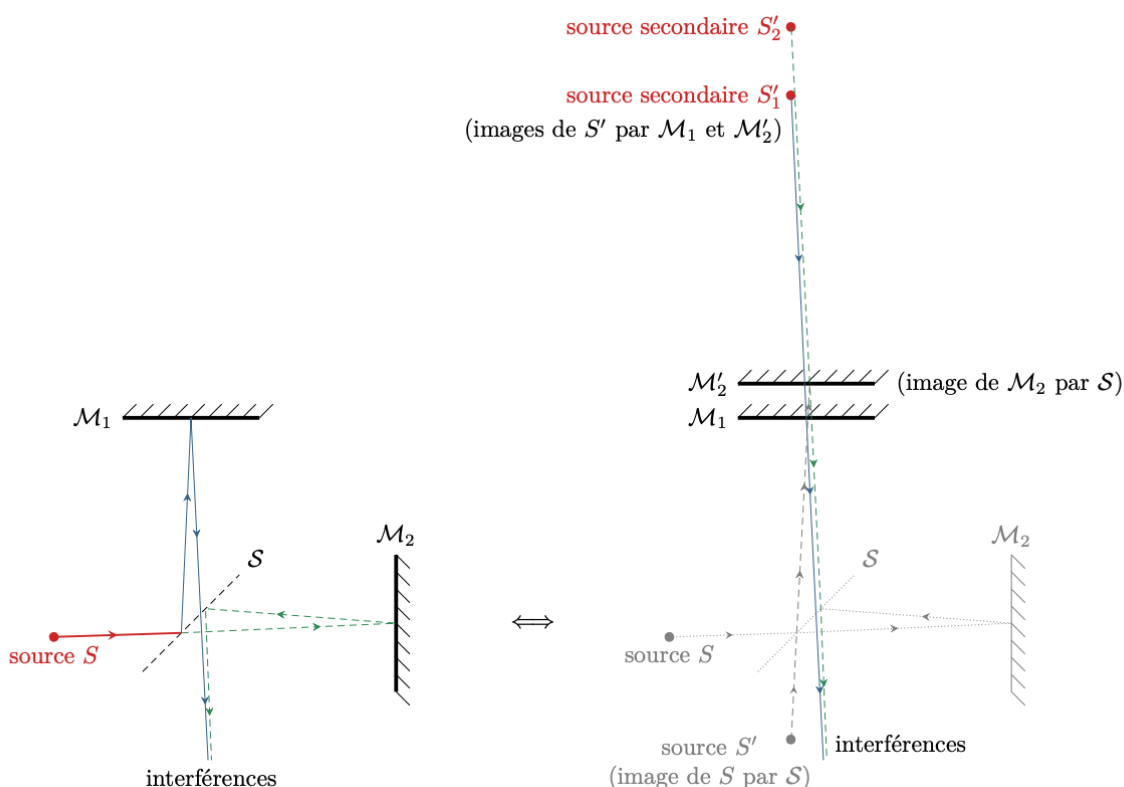
La vidéo de la série « la physique animée » permet de visualiser de manière dynamique la construction du miroir fictif et des sources secondaires (à partir de 1'43").

Dans la suite, on ne raisonnera plus que sur le schéma équivalent (aussi appelé schéma « déplié ») de l'interféromètre, où la source primaire, la séparatrice et le miroir  $\mathcal{M}_2$  ne sont plus représentés.

Sources secondaires :

Images de la source fictive  $S'$  par les miroirs  $\mathcal{M}_1$  et  $\mathcal{M}'_2$ .

Conventionnellement, l'observation se fait toujours dans un plan parallèle à  $\mathcal{M}_1$ , qui est supposé parfaitement fixe. En fonction de la position relative des miroirs  $\mathcal{M}_1$  et  $\mathcal{M}'_2$  on distingue deux configurations, appelées respectivement **lame d'air** et **coin d'air**, qui seront étudiées dans les paragraphes suivants.



### 1.3. Localisation des interférences

Lorsqu'un interféromètre à division de front d'onde est éclairé par une source étendue, le contraste est uniforme et inférieur à 1, il est d'autant plus faible que la source est large. Au contraire, lorsque l'on éclaire un interféromètre de Michelson (bien réglé !) avec une source étendue quasi-monochromatique, on constate expérimentalement que le contraste n'est pas uniforme sur le champ d'interférences. L'effet est de plus en plus marqué si l'on augmente la taille de la source primaire... Et, à l'inverse, si on utilise une source quasi-punctuelle, les interférences apparaissent bien contrastées en tout point du champ d'interférences.

Les interférences sont dites **localisées** lorsque l'utilisation d'une source étendue génère un contraste non uniforme dans le champ d'interférences.

Les interférences produites par un interféromètre à division du front d'onde ne sont jamais localisées.

Les interférences produites par un interféromètre à division d'amplitude correctement réglé et éclairé sont toujours localisées.

On appelle **lieu de localisation** la portion du champ d'interférences où le contraste est maximal.

En pratique, avec un interféromètre de Michelson, le contraste est toujours égal à 1 sur le lieu de localisation, quelle que soit la taille de la source utilisée. On peut obtenir des figures d'interférences lumineuses et contrastées.

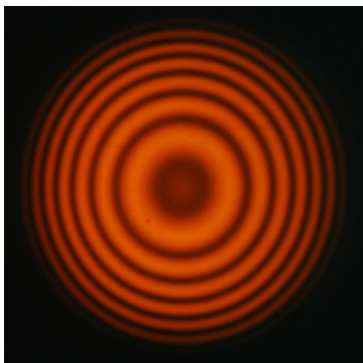
## 2. lame d'air

Un interféromètre de Michelson est dit **en configuration lame d'air** lorsque  $\mathcal{M}_1$  et  $\mathcal{M}'_2$  sont parallèles, c'est-à-dire lorsque les vrais miroirs sont parfaitement perpendiculaires. Lorsque les miroirs  $\mathcal{M}_1$  et  $\mathcal{M}'_2$  sont parfaitement superposés, l'interféromètre est dit au **contact optique**.

### 2.1. Étude expérimentale : allure et localisation des franges

#### - Allure de la figure d'interférences

##### Observation expérimentale :



En configuration lame d'air, les franges d'interférences sont des anneaux circulaires appelés anneaux d'égale inclinaison.

##### Interprétation :

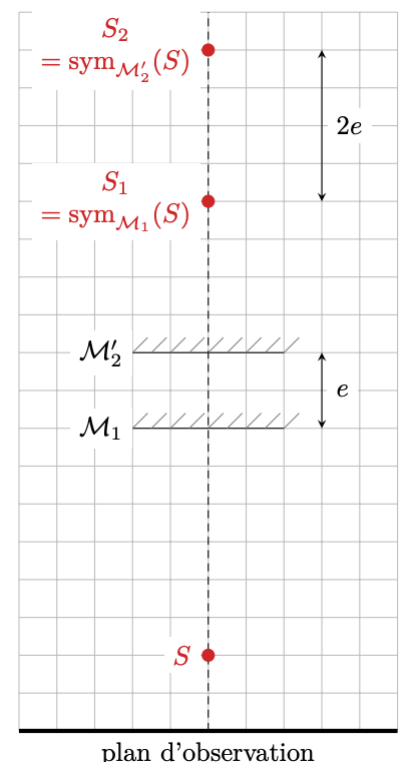
Les sources secondaires sont les images de la source primaire par rapport aux miroirs. En configuration lame d'air, on constate que le système (sources + miroirs + écran) est invariant par toute rotation autour de l'axe  $(SS_1S_2)$ . Les franges d'interférences sont donc circulaires, centrées sur cet axe.

#### - Localisation des franges

##### Observation expérimentale :

En configuration lame d'air, la figure d'interférences est d'autant mieux contrastée que l'on observe à grande distance de l'interféromètre : les interférences sont localisées à l'infini.

En pratique, le meilleur contraste s'obtient en observant dans le plan focal image d'une lentille convergente. Cette lentille est habituellement appelée **lentille de projection** : elle sert à projeter la figure d'interférences sur un écran. En pratique, le choix de la lentille de projection permet d'observer la figure d'interférences à l'endroit où on le souhaite et de modifier son extension à volonté.



- Conditions d'éclairage

Observation expérimentale :

La figure d'interférences est optimisée en taille (nombre d'anneaux), en luminosité et en contraste lorsque les miroirs sont éclairés par un faisceau convergent. En pratique, une solution efficace est de former l'image de la source primaire sur les miroirs à l'aide d'une lentille convergente appelée **condenseur**.

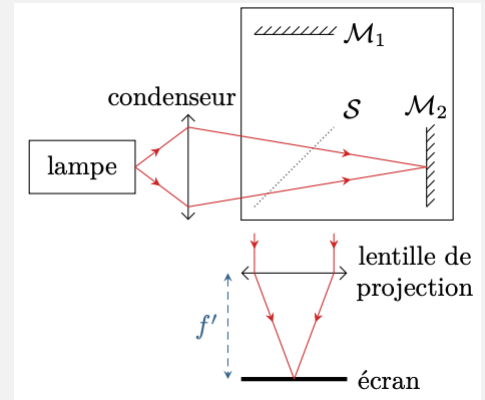
**Interféromètre de Michelson en lame d'air :**

Allure des franges : anneaux circulaires ;

Localisation : à l'infini donc observation dans le plan focal image d'une lentille de projection ;

Éclairage : convergent sur les miroirs donc utilisation d'un condenseur.

Attention ! Les rayons représentés sur le schéma ci-dessus permettent de figurer la conception du montage. Ce ne sont **PAS** les rayons qui interfèrent.



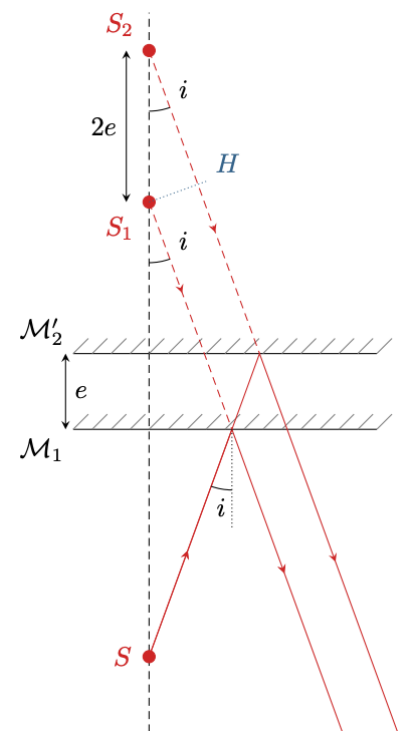
2.2. Différence de marche à l'infini

Implicitement, on ne s'intéresse qu'aux interférences sur la surface de localisation, c'est-à-dire ici à l'infini. Ainsi, les rayons qui interfèrent sont parallèles entre eux. On note  $e$  l'épaisseur de la lame d'air, c'est-à-dire la distance entre les miroirs fictifs. On s'intéresse aux interférences dans une direction  $i$  par rapport à l'axe du montage. On se place dans l'air, d'indice optique  $n = 1$ .

On considère les deux rayons issus de la source primaire  $S$  et arrivant sur les miroirs avec un angle d'incidence  $i$ . Ils se réfléchissent avec le même angle, ce que l'on peut interpréter comme s'ils étaient émis par les sources secondaires  $S_1$  et  $S_2$ . Les miroirs étant séparés de  $e$ , alors les sources secondaires sont séparées de  $2e$ .

D'après le théorème de Malus, si la source était située au point d'observation  $M$  (à l'infini) alors  $S_1$  et  $H$  appartiendraient au même plan d'onde. Ainsi, d'après le ppe de retour inverse,  $(S_1M) = (HM)$  et par conséquent

$$\delta(M) = (S_2M) - (S_1M) = (S_2H) = 2e \cos i$$



En configuration lame d'air d'épaisseur  $e$ , la direction d'observation  $i$  s'identifie à l'angle d'incidence des rayons sur les miroirs. La différence de marche à l'infini ne dépend que de l'angle  $i$  et vaut :

$$\delta = 2e \cos i$$

$$p = \frac{2e \cos i}{\lambda}$$

### 2.3. Étude théorique de la figure d'interférences

*Application : Étude des anneaux d'égal inclinaison en lame d'air*

L'objectif de cet exercice est d'expliquer de manière quantitative l'allure de la figure d'interférences obtenue en lame d'air, observée dans le plan focal image d'une lentille convergente de focale  $f'$ . La source est supposée monochromatique. L'épaisseur de la lame d'air est notée  $e$ .

1. Exprimer le rayon  $r_p$  de l'anneau correspondant à un ordre d'interférence égal à  $p$ . Peut-on définir un interfrange ?

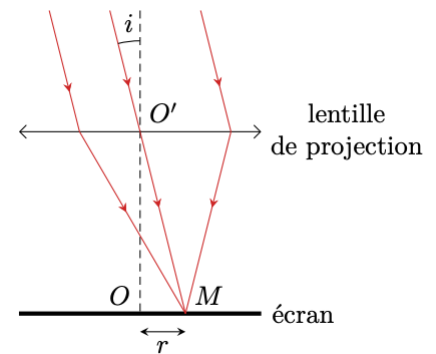
En fonction de l'angle d'incidence  $i$  :

$$\tan i = \frac{r}{f'}$$

Donc

$$r = f' \tan i$$

le rayon de l'anneau ne dépend que de l'angle  $i$ , ce qui explique la dénomination d'anneaux d'égal inclinaison.



En fonction de l'ordre d'interférence  $p$  : l'angle  $i$  est très faible en pratique, on peut donc procéder à des développements limités.

$$r = f' \tan i \approx f' i$$

$$p = \frac{2e}{\lambda} \cos i \approx \frac{2e}{\lambda} \left(1 - \frac{i^2}{2}\right)$$

On en déduit la deuxième relation

$$1 - \frac{i^2}{2} = \frac{\lambda p}{2e}$$

d'où

$$i = \sqrt{2 - \frac{\lambda p}{e}}$$

et

$$r_p = f' \sqrt{2 - \frac{\lambda p}{e}}$$

On constate que l'écart entre anneaux n'est pas régulier, ce qui est clairement visible expérimentalement.

Il n'est pas possible de définir un interfrange car il ne serait pas constant.

2. À quel endroit de l'écran l'ordre d'interférences est-il le plus élevé ? Exprimer sa valeur  $p_{max}$ . Même question pour l'ordre le plus faible.

Ordre d'un anneau de rayon  $r$  :

$$p = \frac{2e}{\lambda} \left( 1 - \frac{r^2}{2f'^2} \right)$$

Ordre maximal :

L'ordre est maximal si le terme entre parenthèses est maximal, donc pour  $r = 0$ .

On a alors au centre de la figure :

$$p_{max} = p(r = 0) = \frac{2e}{\lambda}$$

Ordre minimal :

L'ordre est minimal si le terme entre parenthèses est minimal, donc pour  $r$  élevé.

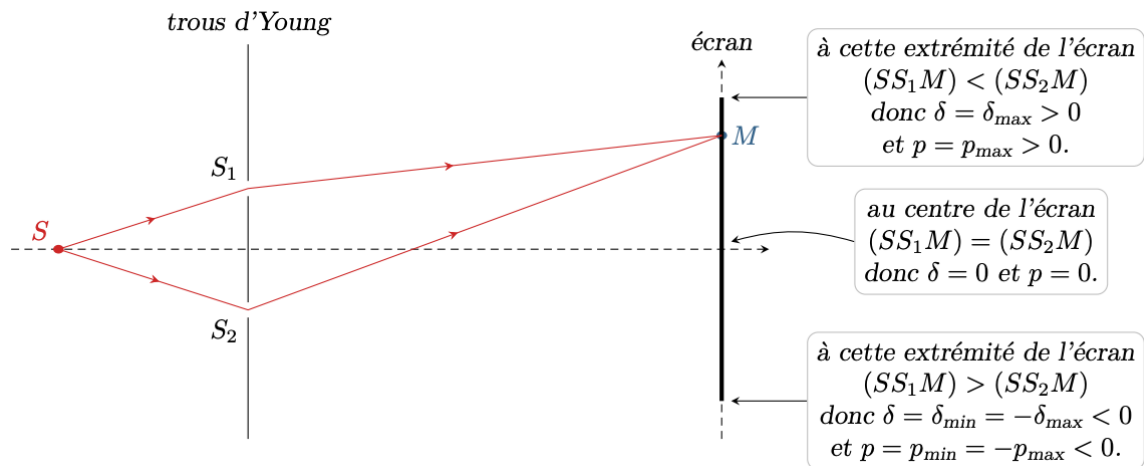
On a alors sur le contour de la figure :

$$p_{min} = p(r = R) = \frac{2e}{\lambda} \left( 1 - \frac{R^2}{2f'^2} \right)$$

Avec un Michelson réglé en lame d'air, l'ordre est maximal au centre de la figure d'interférences et minimal sur le pourtour.

En particulier, l'ordre au centre de la figure est sauf exception non nul !

Remarque : c'est différent du cas des trous d'Young, où l'ordre est nul au centre de la figure d'interférence et extrême sur les bords de l'écran.



3. On note  $R$  le rayon de la figure d'interférences. Combien d'anneaux peut-on observer sur l'écran ?  
Qu'observe-t-on au contact optique, c'est-à-dire pour  $e = 0$  ?

Le nombre d'anneaux visibles est simplement égal à la partie entière de  $p_{max} - p_{min}$  :

$$N = p_{max} - p_{min} = \frac{e R^2}{\lambda f'^2}$$

On observe d'autant plus d'anneaux que la lame d'air est épaisse.

Cas particulier du contact optique ( $e = 0$ ) : aucun anneau sur l'écran : l'éclairement est uniforme.

4. Comment évolue le rayon d'un anneau d'ordre  $p$  fixé lorsque l'épaisseur de la lame d'air diminue ?  
Comment évolue l'ordre au centre ?

On s'intéresse maintenant à un anneau donné (disons un anneau brillant pour fixer les idées), c'est-à-dire que l'on raisonne pour une valeur de  $p$  fixée. On cherche à savoir comment cet anneau évolue lorsque l'on chariote doucement le miroir mobile, c'est-à-dire que l'on modifie l'épaisseur  $e$  de la lame d'air.

On a montré précédemment que :

$$r_p = f' \sqrt{2 - \frac{\lambda p}{e}}$$

- Si  $e$  augmente :

$\lambda p / e$  diminue alors  $r_p$  augmente : l'anneau semble se dilater, grandir, sur l'écran.

- Si  $e$  diminue :

$\lambda p / e$  augmente alors  $r_p$  diminue : l'anneau semble se contracter, rétrécir, sur l'écran.

Par conséquent, si la taille de la figure d'interférences est fixée, on constate que des anneaux « entrent » et « sortent » de l'écran, ce qui peut se comprendre à partir des expressions de  $p_{min}$  et  $p_{max}$  : dès qu'ils varient de 1, il y a apparition (ou disparition) d'un anneau par le centre ou par l'extérieur de la figure.

Dans un interféromètre de Michelson en lame d'air, plus l'épaisseur de la lame d'air est grande, plus il y a d'anneaux visibles sur l'écran.

- Lorsque l'on s'éloigne du contact optique ( $e$  augmente) : les anneaux se dilatent sur l'écran jusqu'à en sortir par le pourtour de la figure d'interférences alors que de nouveaux anneaux entrent par le centre ;
- Lorsque l'on se rapproche du contact optique ( $e$  diminue) : les anneaux se contractent sur l'écran jusqu'à en sortir par le centre de la figure d'interférences alors que de nouveaux anneaux entrent par le pourtour.

### 3. Spectroscopie interférentielle

Les interférences en général, et la division d'amplitude en particulier, constituent un moyen d'étude privilégié en spectroscopie, c'est-à-dire pour l'analyse du spectre d'une lumière polychromatique. Toutes les conséquences de la polychromaticité de la source sur la figure d'interférences appartiennent à la catégorie des phénomènes de **cohérence temporelle**.

**Rappel** : deux ondes de longueurs d'onde différentes sont incohérentes, c'est-à-dire qu'elles n'interfèrent pas. L'éclairement total est alors la somme des éclairements correspondant à chaque longueur d'onde présente dans le spectre de la source,

$$\mathcal{E}_{tot}(M) = \sum_{\lambda \in \text{spectre}} \mathcal{E}_{\lambda}(M)$$

Les éclairements correspondant à chaque longueur d'onde individuelle se calculent par la formule de Fresnel.

#### 3.1. Doublet spectral

On parle de doublet lorsque le spectre de la source contient deux longueurs d'ondes très proches. De nombreux spectres contiennent des doublets, comme par exemple les spectres d'émission du sodium ou du mercure.

##### 3.1.1. Pour comprendre : simulation numérique de fentes d'Young éclairées par un doublet

Pour illustrer, commençons par étudier le cas de fentes d'Young éclairées par un doublet. Notons néanmoins que ce cas n'est pas réaliste sur le plan expérimental, car les différences de marche accessibles sont trop faibles et les longueurs d'onde trop proches pour observer quoi que ce soit de précis.

**Rappel** : pour deux fentes d'Young distantes de  $a$ , avec observation sur un écran à une distance  $D$  des fentes, la différence de marche en un point d'abscisse  $x$  de l'écran vaut :

$$\delta = \frac{ax}{D}$$

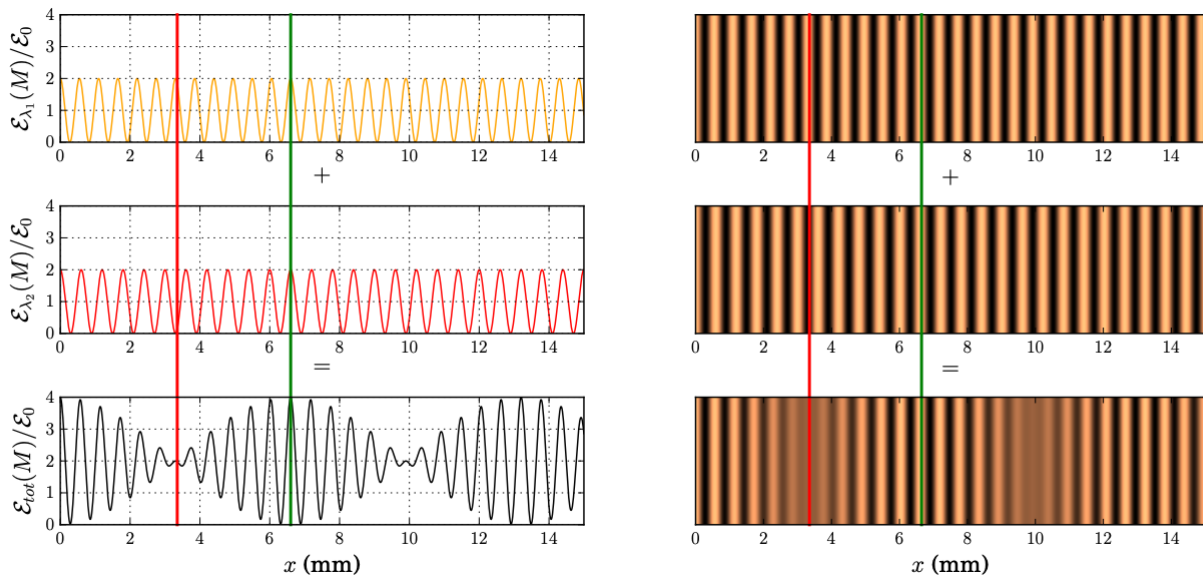
D'où on déduit l'interfrange :

$$i = \frac{\lambda D}{a}$$

#### Simulation numérique

On calcule numériquement et on trace :

$$\mathcal{E}(x) = \mathcal{E}_{\lambda_1}(x) + \mathcal{E}_{\lambda_2}(x) = 2\mathcal{E}_0 \left[ 1 + \cos \frac{2\pi ax}{\lambda_1 D} \right] + 2\mathcal{E}_0 \left[ 1 + \cos \frac{2\pi ax}{\lambda_2 D} \right]$$



*Fentes d'Young éclairées par un doublet spectral.*

*Simulation réalisée pour  $\lambda_1 = 550 \text{ nm}$ ,  $\lambda_2 = 600 \text{ nm}$ ,  $D = 1 \text{ m}$  et  $a = 1 \text{ mm}$ .*

**Observations :**

La figure d'interférences présente des zones bien contrastées et des zones brouillées, et le contraste fait apparaître des battements.

**Interprétation :**

Comme les interfranges ne sont pas égaux, les franges brillantes d'une longueur d'onde se superposent par endroits aux franges brillantes de l'autre longueur d'onde (par exemple au niveau du trait vert), ce qui donne une figure lumineuse et contrastée, mais par endroit aux franges sombres (par exemple au niveau du trait rouge), ce qui donne lieu à ces endroits à un brouillage de la figure d'interférences.

3.1.2. Observation expérimentale avec un Michelson, coïncidences et anti-coïncidences

Avec un Michelson, on peut modifier la différence de marche en chariotant progressivement le miroir mobile. On retrouve alors les battements de contraste décrits précédemment : on observe périodiquement une figure d'interférence bien contrastée puis brouillée. Ces deux états sont appelés coïncidences (les deux longueurs d'onde interfèrent de la même façon) et anticoïncidences (les interférences sont constructives pour une longueur d'onde et destructives pour l'autre).



*Coïncidences et anticoïncidences du doublet du sodium*



La vidéo ci-contre jusqu'à environ 1'15" est un film de ce que l'on observe en continu sur l'écran.

### 3.1.3. Étude quantitative : détermination de l'écart en longueur d'onde d'un doublet

#### Application : Doublet du sodium

Le spectre d'émission du sodium se compose d'un unique doublet jaune dont les raies ont même luminosité et des longueurs d'onde  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$ . Par spectroscopie à réseau, on peut mesurer sa longueur d'onde moyenne avec une bonne précision relative à  $\lambda_0 = 589,3 \pm 0,1 \text{ nm}$ , mais l'écart de longueur d'onde  $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$  ne peut qu'être estimé à  $0,6 \pm 0,1 \text{ nm}$ . Pour améliorer la précision relative sur la mesure de  $\Delta\lambda$ , on peut utiliser un interféromètre de Michelson réglé en lame d'air et mesurer l'éclairement  $\mathcal{E}$  au centre des anneaux en y plaçant une photodiode. On note  $e$  l'épaisseur de la lame d'air.

1. Montrer que l'éclairement reçu par la photodiode s'écrit

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_m \left[ 1 + \Gamma(e) \cos \frac{4\pi e}{\lambda_0} \right]$$

où  $\Gamma(e)$  est une fonction à définir. Que représente-t-elle physiquement ?

Au centre de la figure d'interférences,  $i = 0$  donc  $\delta = 2e$  (résultat à connaître sans réfléchir). Les deux raies sont incohérentes, donc l'éclairement total est la somme des éclaircissements dus à chaque raie.

$$\mathcal{E} = 2\mathcal{E}_0 \left[ 1 + \cos \frac{4\pi e}{\lambda_1} \right] + 2\mathcal{E}_0 \left[ 1 + \cos \frac{4\pi e}{\lambda_2} \right] = 2\mathcal{E}_0 \left[ 2 + \cos \frac{4\pi e}{\lambda_1} + \cos \frac{4\pi e}{\lambda_2} \right]$$

D'après la formule d'addition des cosinus,

$$\cos \frac{4\pi e}{\lambda_1} + \cos \frac{4\pi e}{\lambda_2} = 2 \cos \left( 4\pi e \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2\lambda_0^2} \right) \cos \left( 4\pi e \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{2\lambda_0^2} \right) = 2 \cos \left( 2\pi e \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0^2} \right)$$

ce qui permet d'identifier la fonction

$$\Gamma(e) = \cos \left( 2\pi e \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0^2} \right)$$

Cette fonction est un **facteur de contraste**, qui dépend de la différence de marche  $\delta = 2e$ , comme toujours lorsqu'il s'agit de cohérence temporelle.

Remarque : Lorsque l'on étudie un doublet spectral, on fait systématiquement l'approximation

$$\lambda_1 \lambda_2 = \left( \lambda_0 - \frac{\Delta\lambda}{2} \right) \left( \lambda_0 + \frac{\Delta\lambda}{2} \right) = \lambda_0^2 + \frac{\Delta\lambda^2}{4} \approx \lambda_0^2$$

2. Que vaut le facteur de contraste au niveau des coïncidences ? des anticoïncidences ? Estimer l'ordre de grandeur du nombre d'anneaux qui défilent entre deux anticoïncidences successives.

Le facteur de contraste 0 sur les anti-coïncidences,  $\pm 1$  sur les coïncidences. Ainsi, lorsqu'il y a anticoïncidence,

$$2\pi e \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0^2} = \frac{\pi}{2} + n\pi \quad n \in \mathbb{N}$$

Donc l'écart  $\Delta e = e_{n+1} - e_n$  entre deux anticoïncidences successives est tel que :

$$2\pi e \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0^2} = \pi \quad \text{d'où} \quad \Delta e = \frac{\lambda_0^2}{2\Delta\lambda}$$

Réciproquement, quand on passe d'un anneau au suivant l'ordre augmente de 1 donc  $\Delta\delta = \lambda_0$  soit  $\Delta e' = \lambda_0/2$ . Le nombre  $N$  d'anneaux qui défilent entre deux antioïncidences est donc tel que :

$$\Delta e = N\Delta e' \quad \text{soit} \quad N = \frac{\Delta e}{\Delta e'} = \frac{2\lambda_0}{\Delta\lambda} \approx 10\,000$$

3. À l'aide du vernier, on mesure qu'il faut chariotter le miroir de 0,29 mm pour passer d'une antioïncidence à la suivante. En déduire l'écart de longueur d'onde  $\Delta\lambda$ .

Expérimentalement, on préfère repérer des anti-coïncidences plutôt que des coïncidences : en effet, l'œil est davantage capable de repérer les faibles variations de contraste lorsque celui-ci est quasi-nul plutôt que lorsqu'il est maximal.

En reprenant le calcul de la question précédente, l'écart  $\Delta e$  entre deux antioïncidences successives (par exemple  $n$  et  $n + 1$ ) est tel que :

$$2\pi\Delta e \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0^2} = \pi \quad \text{d'où} \quad \Delta e = \frac{\lambda_0^2}{2\Delta\lambda}$$

On en déduit numériquement :

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda_0^2}{2\Delta e} = 0,60 \text{ mm}$$

### 3.2. Source à spectre continu

En pratique, une raie spectrale, même isolée par un filtre adéquat, n'a pas une longueur d'onde  $\lambda_0$  parfaitement définie, mais possède un spectre continu, caractérisé par une largeur spectrale  $\Delta\lambda$ .

Quel impact sur la figure d'interférences ? Comment l'exploiter pour mesurer  $\Delta\lambda$  ?

#### - Approche qualitative dans le modèle des trains d'onde

**Rappel** : Le modèle des trains d'ondes décrit le caractère polychromatique de la source en considérant des sauts de phase aléatoires de l'onde lumineuse à un intervalle de temps  $\tau_c$  régulier, appelé **temps de cohérence** de la source. La longueur d'un train d'onde  $L_c$ , appelée **longueur de cohérence temporelle** de la source, est reliée à la largeur en longueur d'onde  $\Delta\lambda$  du spectre de la source par :

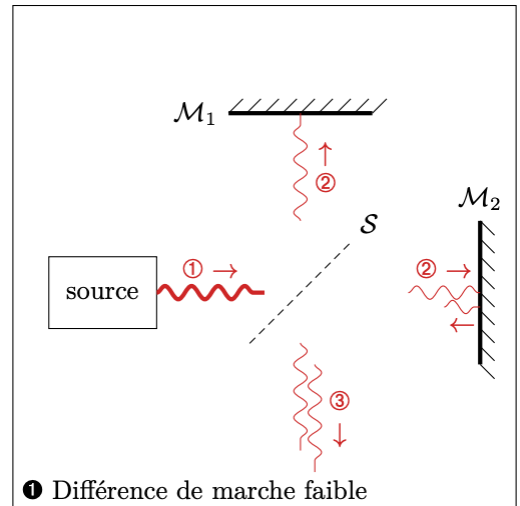
$$L_c = c\tau_c = \frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda}$$

En raison du caractère aléatoire des sauts de phase, des interférences ne sont observables en sortie de l'interféromètre que si un train d'onde se superpose à lui-même.

**Faible différence de marche : cas ①.**

Le train d'onde se superpose à lui-même presque toujours.

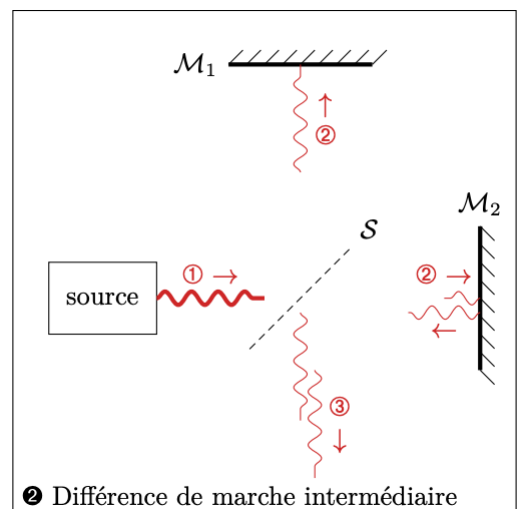
Les interférences sont bien contrastées.



**Différence de marche intermédiaire : cas ②.**

Le train d'onde se superpose à lui-même seulement la moitié du temps, et au train d'onde précédent/suivant le reste du temps.

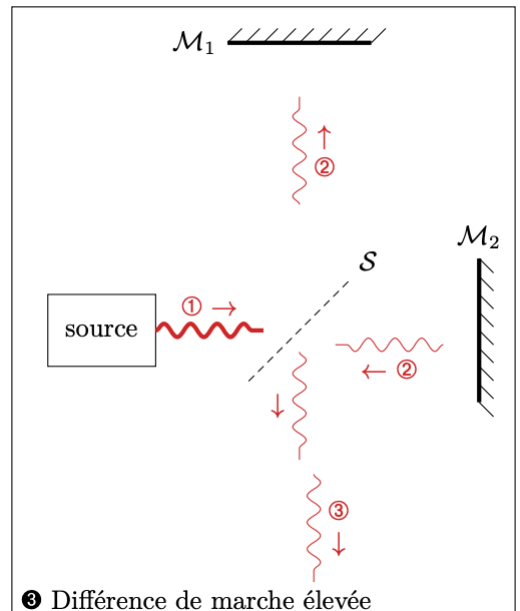
Les interférences sont visibles mais mal contrastées.



**Grande différence de marche : cas ③.**

La différence de chemin à parcourir dans les deux voies est telle qu'un train d'onde ne peut jamais se superposer à lui-même.

Il n'y a plus d'interférences visibles, brouillage total de la figure d'interférences



## - Généralisation : critère de brouillage

Par convention, la figure d'interférences formée par une source ponctuelle à spectre continu est considérée comme brouillée en un point M si la différence de marche en ce point est supérieure à la longueur de cohérence temporelle de la source, c'est-à-dire à la longueur d'un train d'onde. En pratique, il s'agit d'une décroissance progressive du contraste lorsque  $\delta$  augmente dont  $L_c$  est la longueur caractéristique.

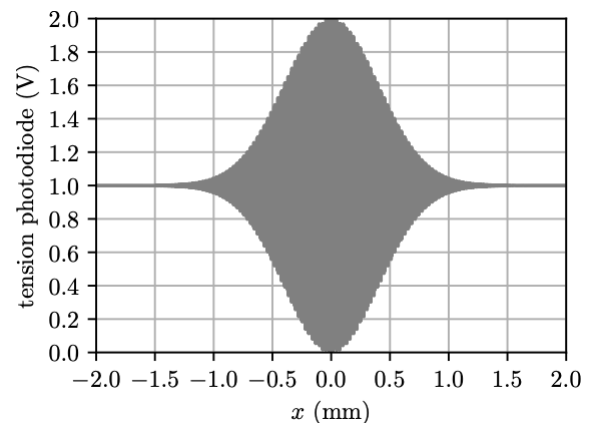
## - Mise en pratique : estimation d'une largeur spectrale

*Application : Largeur de la raie alpha de l'hydrogène*

*Dans le spectre d'émission de l'hydrogène se trouve une raie appelée  $H_\alpha$  de longueur d'onde  $\lambda = 656,3 \text{ nm}$ .*

*Pour estimer la largeur spectrale de cette raie dans une lampe à hydrogène, on éclaire un interféromètre de Michelson en lame d'air, précédé d'un filtre approprié pour isoler la raie  $H_\alpha$  du reste du spectre.*

*On mesure avec une photodiode l'éclairement au centre des anneaux en fonction de la position  $x$  du miroir mobile, repérée par rapport au contact optique :  $x$  correspond donc à l'épaisseur de la lame d'air.*



*L'interférogramme obtenu est représenté ci-dessus, la tension délivrée par la photodiode étant proportionnelle à l'éclairement.*

1. Pourquoi la courbe semble-t-elle « pleine » et ne présente pas d'oscillations correspondant aux anneaux brillants et sombres ?

*Gamme de déplacement du miroir beaucoup trop grande, de l'ordre du mm alors que pour voir des interférences elle doit être de l'ordre de quelque  $\lambda$ , c'est-à-dire de l'ordre du micron.*

2. Estimer la valeur numérique du contraste pour  $x = 0,5 \text{ mm}$ .

*La tension est proportionnelle à l'éclairement, donc :*

$$C \approx \frac{1,5 - 0,5}{1,5 + 0,5} = 0,5$$

3. Estimer la largeur spectrale  $\Delta\lambda$  de la raie  $H_\alpha$ .

*À partir de la courbe, la figure semble brouillée ( $u_{max} \approx u_{min}$ ) pour  $x_c = 1,25 \text{ mm}$ , soit  $L_c = \delta = 2x_c = 2,5 \text{ mm}$ . On en déduit :*

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda_0^2}{L_c} \approx 10^{-10} \text{ m} = 0,1 \text{ nm}$$

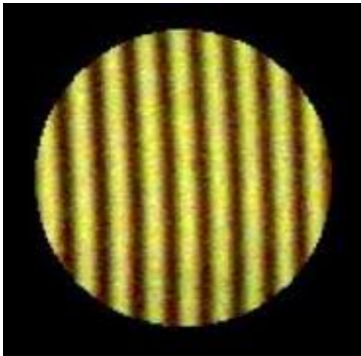
## 4. Coin d'air

Un interféromètre de Michelson est dit en configuration coin d'air lorsqu'il existe un angle  $\alpha \ll 1$  entre les miroirs  $\mathcal{M}_1$  et  $\mathcal{M}'_2$ , c'est-à-dire lorsque les vrais miroirs ne sont pas parfaitement perpendiculaires.

### 4.1. Étude expérimentale : allure et localisation des franges

#### - Allure de la figure d'interférences

##### Observation expérimentale :



En configuration coin d'air, les franges d'interférences sont des franges rectilignes appelées **franges d'égalé épaisseur**.

##### Interprétation :

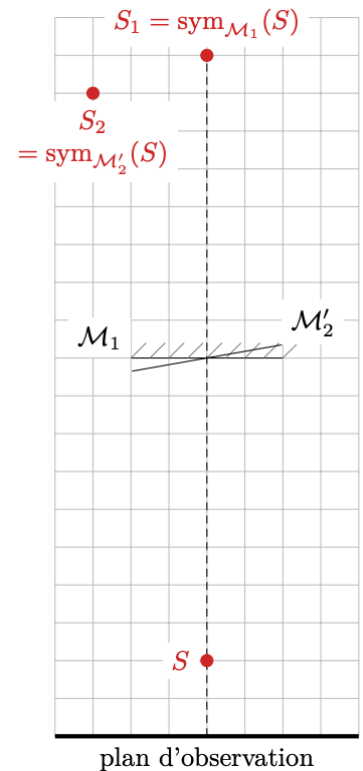
Les sources secondaires sont les images de la source primaire par rapport aux miroirs. L'angle entre miroirs est largement exagéré pour les besoins de la figure, mais en pratique le décalage « vertical » entre les sources est négligeable. On retrouve quasiment une situation type trous d'Young où les deux sources secondaires sont côte à côte dans un plan parallèle à l'écran. On retrouve donc des franges d'interférences rectilignes dans le plan d'observation, perpendiculaires à l'axe des sources, c'est-à-dire ici perpendiculaires au plan de la feuille.

#### - Localisation des franges

**Observation expérimentale :** En configuration coin d'air, la figure d'interférences est peu contrastée, sauf lorsque l'on forme l'image des miroirs sur l'écran avec une lentille de projection. On en conclut que les interférences sont localisées sur les miroirs.

#### - Conditions d'éclairage

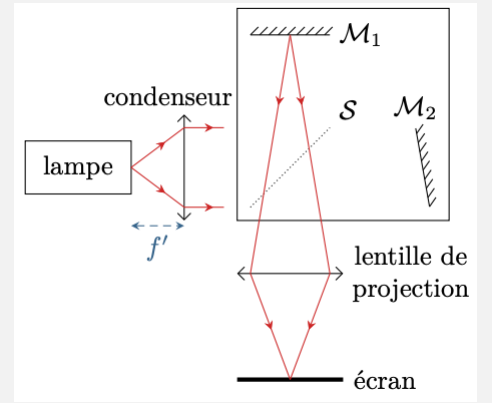
**Observation expérimentale :** La figure d'interférences est optimisée en luminosité et en contraste lorsque les miroirs sont éclairés par un faisceau parallèle. En pratique, une solution efficace est de placer approximativement la source primaire dans le plan focal objet du condenseur.



### Interféromètre de Michelson en coin d'air :

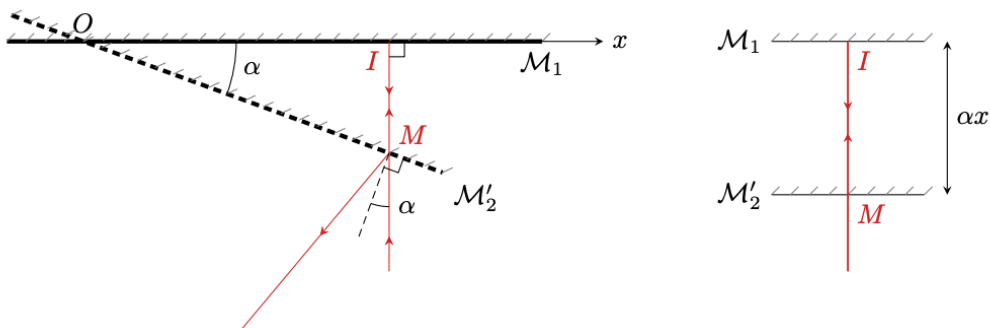
- Allure des franges : rectilignes.
- Localisation : « sur les miroirs » dont on forme l'image par une lentille de projection.
- Éclairage : parallèle donc source au foyer d'un condenseur.

Les rayons représentés sur le schéma ci-dessus permettent de figurer la conception du montage. Ce ne sont PAS les rayons qui interfèrent.



### 4.2. Différence de marche

Raisonnons sur la figure ci-dessous, et calculons la différence de marche au premier ordre en  $\alpha$ . On suppose observer au point  $M$  : il faut donc calculer le chemin optique parcouru par le rayon qui se réfléchit sur  $\mathcal{M}_1$  et revient en  $M$ .



*Calcul de la différence de marche du coin d'air.*

*Gauche : schéma dans lequel les angles sont très exagérés. Droite : schéma plus réaliste dans lequel l'arête du coin d'air n'est pas représentée, qui permet de constater l'analogie avec la lame d'air dans la limite des petits angles.*

L'éclairage étant parallèle, les rayons sont supposés en incidence normale sur  $\mathcal{M}_1$ , si bien que

$$\tan \alpha \approx \alpha = \frac{IM}{x}$$

$$\delta = 2IM = 2\alpha x$$

Par analogie avec la lame d'air, la longueur  $IM = \alpha x$  est parfois appelée épaisseur locale du coin d'air.

La différence de marche varie linéairement avec l'abscisse  $x$  le long de la zone d'observation : le résultat est analogue aux fentes d'Young, comme prévu par l'étude des sources secondaires.

En pratique, ni l'angle  $\alpha$  du coin d'air ni la valeur de  $x$  ne sont connues. L'expression de la différence de marche est donc souvent de peu d'intérêt pour des applications quantitatives... sauf, par exemple, s'il s'agit de déterminer  $\alpha$ .

### 4.3. Interférences en lumière blanche

Pour qui étudie l'Art du réglage du Michelson, l'observation d'interférences en lumière blanche est le Graal à atteindre. Suprême récompense : de magnifiques couleurs irisées, les teintes de Newton... exactement les mêmes que celles que vous voyez les jours pluvieux à la surface d'une flaque polluée par de l'huile ou de l'essence, ou plus poétiquement lors de l'envol délicat d'une bulle de savon ou encore sur les plumes de la queue d'un paon.

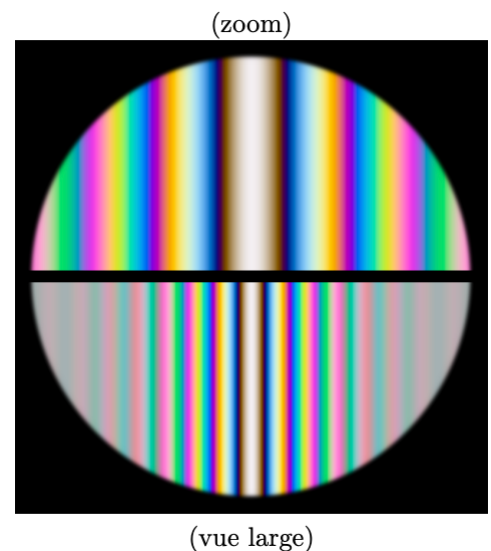
Le but de ce paragraphe est d'expliquer l'apparition de ces jolies couleurs. Considérons un Michelson réglé en coin d'air et éclairé par une source de lumière blanche. Des longueurs d'onde différentes étant incohérentes, les éclairissements associés aux interférences « de chaque longueur d'onde avec elle-même » se superposent.

Ordre d'interférence au point  $M$  d'abscisse  $x$  :

$$p(x) = \frac{2\alpha x}{\lambda}$$

On constate que  $p(x)$  dépend de la longueur d'onde : hormis en  $x = 0$ , l'état d'interférence n'est pas le même pour toutes les longueurs d'onde.

- Au centre de la figure :  $x = 0$  donc  $p = 0$  pour toutes les longueurs d'onde, qui interfèrent toutes constructivement. Le spectre en sortie de l'interféromètre est identique au spectre en entrée, on retrouve du blanc. Cette couleur est identique à celle observée au contact optique en lame d'air. Elle est appelée teinte plate.
- Immédiatement autour : on observe des raies irisées, les teintes de Newton, qui s'expliquent par le fait seules une ou deux longueurs d'onde interfèrent destructivement.
- Plus loin : lorsque  $x$  augmente, le nombre de longueurs d'ondes du spectre visible pour lesquelles l'ordre d'interférence  $p$  est demi-entier augmente également. Compte tenu de la (mauvaise) sensibilité de l'œil aux couleurs, les teintes de Newton apparaissent de moins en moins franches.
- À grande distance : lorsque  $x$  devient trop grand, beaucoup de longueurs d'onde interfèrent destructivement, beaucoup constructivement, si bien que l'œil n'est plus capable de les distinguer et a une impression de blanc, appelé blanc d'ordre supérieur. En pratique, les teintes de Newton ne sont visibles que pour une gamme de différence de marche très faible : la lumière blanche est très polychromatique, donc sa longueur de cohérence est très faible (moins de  $1 \mu m$ ).



L'interféromètre doit être très proche du contact optique pour qu'elles soient observables.

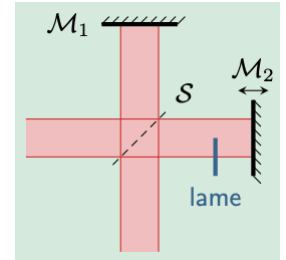
Remarque : Le blanc d'ordre supérieur apparaît gris. C'est un effet visuel, dû à l'œil, lié au fait qu'il est moins lumineux que la frange centrale à cause des interférences destructives. Ce même effet explique qu'une zone ombragée d'un mur apparaît plus grise qu'une zone ensoleillée du même mur.

#### 4.4. Un exemple d'utilisation pratique : mesure d'indice

La grande sensibilité des interférences en lumière blanche à des différences de marche infimes peut être exploitée pour mesurer l'indice  $n$  d'un objet, ou bien visualiser ses inhomogénéités d'épaisseur. Le plus souvent, dans de telles expériences, les interférences ne sont pas directement exploitées en tant que telles mais elles servent de point de repère : lorsque l'on observe les teintes de Newton, alors on sait que le chemin optique le long des deux bras de l'interféromètre est (quasiment) égal.

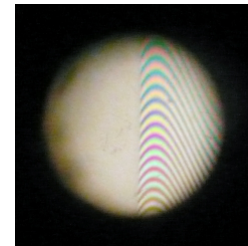
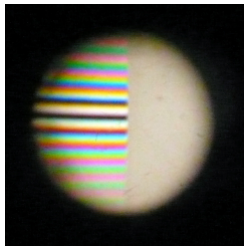
*Application : Mesure de l'indice d'une lame de verre*

Considérons un interféromètre de Michelson réglé en coin d'air et éclairé en lumière blanche. On interpose une lamelle de microscope dans le bras ② de l'interféromètre de telle sorte qu'elle ne recouvre que la moitié du faisceau. Cette lamelle a une épaisseur  $e = 0,16 \text{ mm}$  mesurée au palmer, et on cherche à déterminer son indice  $n$ .



Partant des franges de lumière blanche côté air (photo de gauche), le miroir mobile  $\mathcal{M}_2$  est translaté jusqu'à les retrouver côté lame de verre (photo de droite). On lit sur le vernier qu'il a été déplacé de  $\Delta x = 80 \mu\text{m}$  pendant l'opération.

On note  $\delta_a$  la différence de marche entre le rayon passant par la voie ① et celui passant par la voie ② côté air, sans traverser la lame ; et  $\delta_\ell$  celle entre le rayon passant par la voie ① et le rayon traversant la lame sur la voie ②.



1. Exprimer la différence de chemin optique  $\delta_\ell$  en fonction de  $\delta_a$ ,  $n$  et  $e$ .

La seule différence a lieu au niveau de la lame : le rayon passant par la lame parcourt un chemin optique  $ne$  alors que celui passant par l'air ne parcourt que  $e$ . Comme la lumière passe deux fois par la lame (avant et après réflexion sur  $\mathcal{M}_2$ ), on en déduit :

$$\delta_\ell = \delta_a + 2(n - 1)e$$

2. Dans la première situation, les franges sont observées côté air. Que vaut  $\delta_a$  sur la frange centrale ? En déduire  $\delta_\ell$ .

$$\delta_a = 0 \text{ donc } \delta_\ell = 2(n - 1)e$$

3. Dans la seconde situation, les franges sont observées côté lame. Le miroir  $\mathcal{M}_2$  a-t-il été rapproché ou éloigné de la séparatrice ? Que vaut  $\delta'_a$  ? Que vaut  $\delta'_\ell$  ?

Si les interférences sont observables côté lame, alors  $\delta'_\ell = 0$ .

Comme  $n > 1$  alors  $\delta_\ell > 0$ . Il faut donc diminuer la longueur géométrique, et donc rapprocher  $\mathcal{M}_2$  de la séparatrice. Comme le miroir a été charioté de  $\Delta x$ , alors  $\delta'_a = 0 - 2\Delta x$ , il y a un facteur 2 car la lumière fait un aller-retour.

4. Conclure sur la valeur de  $n$ .

En reprenant la relation établie à la première question,

$$\delta'_\ell = \delta'_a + 2(n - 1)e \text{ soit } 0 = -2\Delta x + 2(n - 1)e \text{ d'où } n = 1 + \Delta x/e = 1,5$$

