

Colle « statistiques »

Exercice n°1

- 1) On suppose que X suit la loi $B(p)$, donner un estimateur de p
- 2) On suppose que X suit la loi $P(\lambda)$, donner un estimateur de λ
- 3) On suppose que X suit la loi $G(p)$, donner un estimateur de p
- 4) On suppose que X suit la loi $U([0, \theta])$, donner un estimateur de θ
- 5) On suppose que X suit la loi $N(0, \sigma^2)$, donner un estimateur de σ^2
- 6) On suppose que X suit la loi $N(m, \sigma^2)$, donner un estimateur de m et de σ^2

Exercice n°2

Soit $(X_1, \dots, X_n)$ un n -échantillon d'une variable aléatoire X suivant $U([0, \theta])$, avec $\theta > 0$

On propose comme estimateur de θ , $V_n = \frac{2}{n}(X_1 + \dots + X_n)$

- 1) Montrer que $\forall \varepsilon > 0, P(|V_n - \theta| > \varepsilon) \leq \frac{\theta^2}{3n\varepsilon^2}$
- 2) Soit $\alpha \in]0, 1[$, pour n assez grand, montrer que : $\theta \in [V_n - \sqrt{\frac{\theta^2}{3n\alpha}}; V_n + \sqrt{\frac{\theta^2}{3n\alpha}}]$
$$= \frac{V_n}{1 + \sqrt{\frac{1}{3n\alpha}}} \leq \theta \leq \frac{V_n}{1 - \sqrt{\frac{1}{3n\alpha}}}$$
- 3) En déduire un intervalle de confiance au risque α de θ

Exercice n°3

Le second tour d'une élection met en présence deux candidats A et B. On souhaite réaliser un sondage afin de connaître avec un niveau de confiance de 95% le futur vainqueur.

Sachant que les deux candidats sont au coude à coude, on souhaite réduire la marge d'erreur à 0,01

- 1) A l'aide Bienaymé-Tchebychev, donner le nombre minimal de personnes à interroger.
- 2) Même question à l'aide du théorème central-limit.