

IE Réduction d'endomorphisme INP2

Exercice n°1 (sur 8 points)

Soit la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 2 \\ -2 & 5 & 2 \\ 2 & -3 & 0 \end{pmatrix}$.

- 1) Déterminer le polynôme caractéristique de A .
- 2) Déterminer le spectre de A .
- 3) Déterminer les sous-espaces propres correspondants.
- 4) A est-elle diagonalisable ?

Exercice n°2 (sur 5 points)

Soit la matrice $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 & 3 \\ 4 & 4 & 4 & 4 \end{pmatrix}$.

- 1) Sans calculer le polynôme caractéristique de B , déterminer les valeurs propres de B .
- 2) B est-elle diagonalisable ?

Exercice n°3 (sur 7 points)

Les deux questions sont indépendantes.

- 1) Montrer que deux matrices semblables ont le même polynôme caractéristique.
- 2) Soit $A = \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$ avec $(a, b, c) \in \mathbb{R}^3$.
 - (a) Montrer que A est diagonalisable.
 - (b) Si on suppose que $(a, b, c) \in \mathbb{C}^3$, la matrice reste-t-elle diagonalisable ? On pourra regarder par exemple la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 2 & i \\ i & 0 \end{pmatrix}.$$