♦ SED.1 — Déterminer la forme canonique d'un polynôme du second degré

Déterminer la forme canonique des polynômes suivants :

$P(x) = x^2 - 4x + 7$ $\qquad$ $Q(x) = 3x^2 - 9x + 2$

♦ SED.2 — Résoudre une équation

Résoudre les équations suivantes :

$(E_1) : -3x^2 - 5x + 2 = 0$ $\qquad$ $(E_2) : 4x^2 - 4x + 1 = 0$ $\qquad$ $(E_3) : 2x^2 - 5x + 7 = 0$

♦ SED.3 — Factoriser une expression du second degré

Factoriser les polynômes suivants :

$f(x) = 4x^2 + 7x + 3$ $\qquad$ $g(x) = -2x^2 + 8x - 8$ $\qquad$ $h(x) = -3x^2 + 5x - 8$

♦ SED.4 — Signe d'une expression du second degré - Inéquations

Résoudre les inéquations suivantes :

$(I_1) : x^2 - 7x + 10 \leqslant 0$ $\qquad$ $(I_2) : -5x^2 - 8x + 13 < 0$ $\qquad$ $(I_3) : 36x^2 - 12x + 1 > 0$

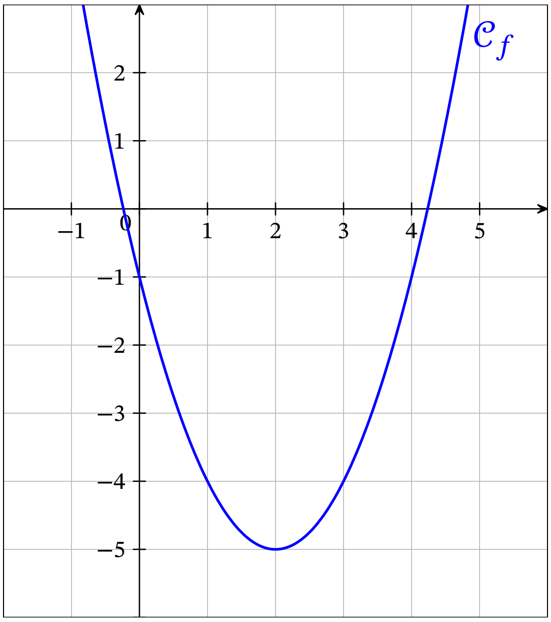
♦ SED.5

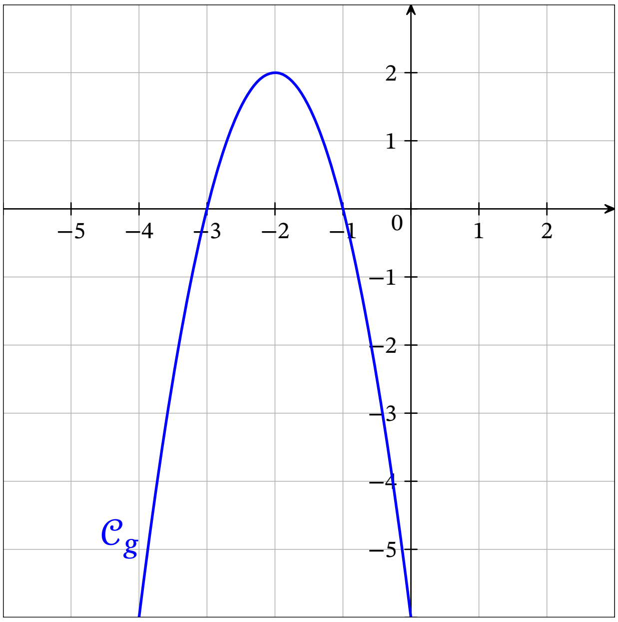
Résoudre l'inéquation suivante :

$$(I) : (-2x + 4)(x^2 - 2x - 15) < 0$$

♦ SED.6 — Faire le lien avec la représentation graphique

Déterminer l'expression des fonctions polynômes du second degré représentées ci-dessous :



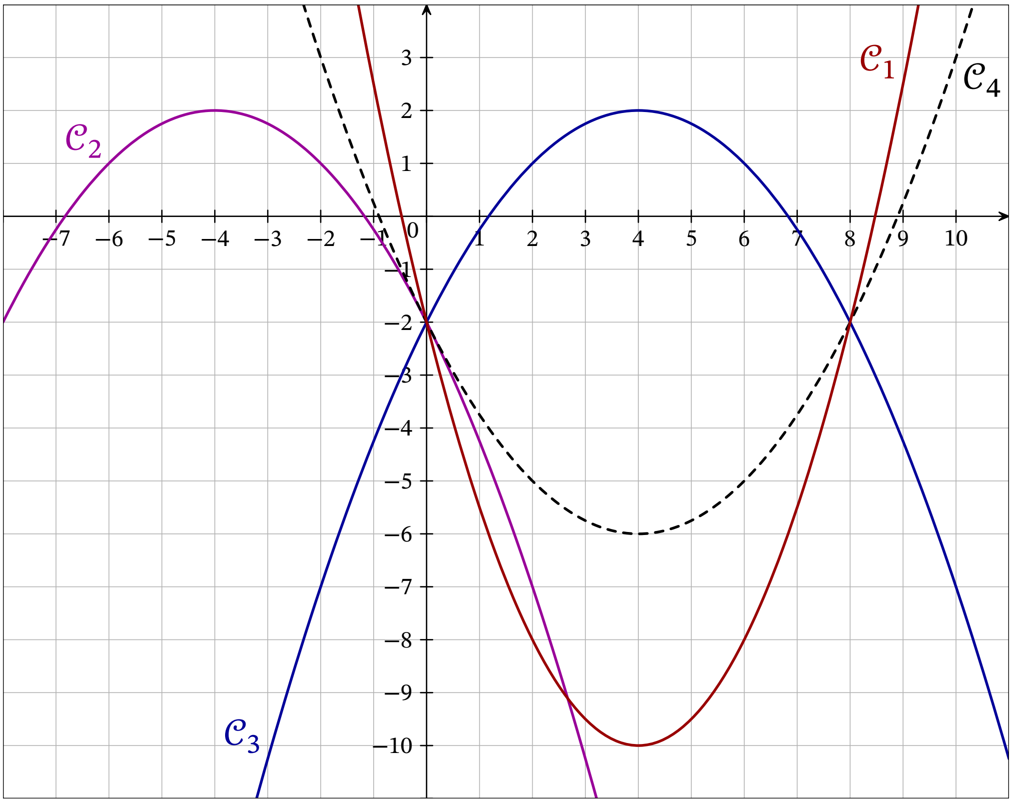


♦ SED.7

Les quatre courbes ci-dessous sont les représentations graphiques des fonctions f, g, h et k définies par :

$f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 2x - 2$; $g(x) = -\frac{1}{4}x^2 - 2x - 2$; $h(x) = \frac{1}{4}x^2 - 2x - 2$; $k(x) = \frac{1}{2}x^2 - 4x - 2$

Associer à chaque fonction sa représentation graphique. Justifier les réponses.



♦ SED.8 — Résoudre des problèmes

Trouver deux réels dont la somme est 4 et le produit -5.

♦ SED.9

Trois nombres entiers relatifs consécutifs sont tels que si on ajoute à celui du milieu le carré du plus grand et le carré du plus petit, on obtient 30.

Quels sont ces trois nombres ?

♦ SED.10

1) On considère la fonction f définie sur $\mathbf{R}$ par $f(x) = -0{,}005x^2 + 0{,}6x - 10$.

- **a)** Dresser le tableau de variations de f.
- **b)** Résoudre l'inéquation $f(x) > 0$.

2) Une entreprise fabrique et vend des ordinateurs portables.
Le coût de fabrication de x ordinateurs est donné par la fonction C définie par $C(x) = 0{,}005x^2 + 0{,}4x + 10$, ce coût est exprimé en milliers d'euros.
L'entreprise produit entre 0 et 200 ordinateurs par jour et chaque ordinateur est vendu 1000 euros. On suppose que toute la production est vendue.

- **a)** On note $R(x)$ la recette, en milliers d'euros, engendrée par la vente de x ordinateurs. Exprimer $R(x)$ en fonction de x.

b) Montrer que le bénéfice, en milliers d'euros, est donné par la fonction B définie sur $[0\,;200]$ par $B(x) = f(x) = -0{,}005x^2 + 0{,}6x - 10$.

c) En utilisant les résultats de la première question :
- déterminer le bénéfice maximum de l'entreprise.
- déterminer la quantité d'ordinateurs à fabriquer pour que le bénéfice de l'entreprise soit positif ou nul.

♦ SED.11

On considère l'équation $(E)\ :\ x^2 + (1-\sqrt{2})x - 2\sqrt{2} - 4 = 0$.

1) Démontrer que le discriminant Δ de l'équation (E) vérifie : $\Delta = \left(1 + 3\sqrt{2}\right)^2$.

2) Résoudre l'équation (E).

3) On considère la fonction polynomiale $P(x) = x^2 + (1-\sqrt{2})x - 2\sqrt{2} - 4$.
Donner le tableau de signe et le tableau de variations de P.

♦ SED.12

1) Résoudre les équations suivantes, en posant $X = \sqrt{x}$ pour (E_1) :

$$(E_1)\ :\ 7x + 11\sqrt{x} - 6 = 0 \qquad\qquad (E_2)\ :\ \sqrt{-4x+5} = -2x - 1$$

2) Résoudre l'inéquation suivante :

$$(I)\ :\ \frac{x^2 - 4x - 2}{-2x + 1} \leqslant 1$$

♦ SED.13

Soit ABC un triangle équilatéral de côté 12 cm et I le milieu du segment $[AB]$.

Pour tout $x \in \mathcal{D} = [0; 3\sqrt{3}]$, on construit les points M, N, P, Q tels que :
- $M \in [AI]$,
- $N \in [IB]$,
- $P \in [IC]$,
- $Q \in [IC]$,
- $IM = IN = IP = CQ = x$.

On s'intéresse à l'aire du quadrilatère $MPNQ$, qu'on note $\mathcal{A}(x)$.

1) Montrer que $IC = 6\sqrt{3}$.

2) Montrer que pour tout x appartenant à $\mathcal{D}$, on a :

$$\mathcal{A}(x) = -2x^2 + 6\sqrt{3}x.$$

3) Déterminer les valeurs de x (dans $\mathcal{D}$), telle que l'aire $\mathcal{A}(x)$ soit supérieure à 1 cm^2.

4) Déterminer si l'aire $\mathcal{A}(x)$ admet un extremum. Préciser sa nature (minimum ou maximum) et donner sa valeur, ainsi que la valeur de x pour laquelle il est atteint.