

| | |
|--------|----------------------------|
| Nom : | Prénom : |
| Note : | Observations éventuelles : |

La calculatrice est interdite, les numéros d'exercices et de questions doivent être soulignés, les résultats encadrés.

Soyez clairs et précis dans votre rédaction et dans la présentation de vos calculs.

♦ **INT 1.1** Soit (u_n) la suite géométrique de raison 3 et de premier terme $u_0 = 2$.

1) Donner une expression explicite de (u_n) .

2) Calculer $\sum_{k=0}^{50} u_k = u_0 + \dots + u_{50}$.

♦ **INT 1.2** On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 1$ et, pour tout $n \in \mathbf{N}$,

$$u_{n+1} = 2u_n + 2^{n+1}.$$

1) a) Calculer u_1, u_2 et u_3 .

b) La suite (u_n) est-elle arithmétique? Est-elle géométrique?

2) Démontrer par récurrence que, pour tout $n \in \mathbf{N}$, $u_n \geq 0$.

3) On considère la suite (w_n) définie, pour tout $n \in \mathbf{N}$, par

$$w_n = \frac{u_n}{2^n}.$$

a) Montrer que (w_n) est une suite arithmétique dont on précisera la raison et le premier terme.

b) En déduire, pour tout $n \in \mathbf{N}$, l'expression de w_n puis celle de u_n en fonction de n .

4) On pose, pour tout $n \in \mathbf{N}$,

$$S_n = \sum_{k=0}^n u_k = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n.$$

a) Calculer S_0, S_1, S_2 et S_3 .

b) Montrer par récurrence que, pour tout $n \in \mathbf{N}$,

$$S_n = n2^{n+1} + 1.$$

| | |
|--------|----------------------------|
| Nom : | Prénom : |
| Note : | Observations éventuelles : |

La calculatrice est interdite, les numéros d'exercices et de questions doivent être soulignés, les résultats encadrés.

Soyez clairs et précis dans votre rédaction et dans la présentation de vos calculs.

♦ **INT 1.1** Soit (u_n) la suite géométrique de raison 3 et de premier terme $u_0 = 2$.

1) Donner une expression explicite de (u_n) .

2) Calculer $\sum_{k=0}^{50} u_k = u_0 + \dots + u_{50}$.

♦ **INT 1.2** On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 1$ et, pour tout $n \in \mathbf{N}$,

$$u_{n+1} = 2u_n + 2^{n+1}.$$

1) a) Calculer u_1, u_2 et u_3 .

b) La suite (u_n) est-elle arithmétique? Est-elle géométrique?

2) Démontrer par récurrence que, pour tout $n \in \mathbf{N}$, $u_n \geq 0$.

3) On considère la suite (w_n) définie, pour tout $n \in \mathbf{N}$, par

$$w_n = \frac{u_n}{2^n}.$$

a) Montrer que (w_n) est une suite arithmétique dont on précisera la raison et le premier terme.

b) En déduire, pour tout $n \in \mathbf{N}$, l'expression de w_n puis celle de u_n en fonction de n .

4) On pose, pour tout $n \in \mathbf{N}$,

$$S_n = \sum_{k=0}^n u_k = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n.$$

a) Calculer S_0, S_1, S_2 et S_3 .

b) Montrer par récurrence que, pour tout $n \in \mathbf{N}$,

$$S_n = n2^{n+1} + 1.$$