

◆ DS 1.1 (4 points)

- 1) Déterminer l'ensemble des entiers relatifs n tels que $6n + 1$ divise 17.
- 2) Déterminer l'ensemble des entiers relatifs n tels que 17 divise $n + 6$.
- 3) Déterminer l'ensemble des entiers relatifs n tels que $n + 6$ divise $6n + 1$.

◆ DS 1.2 (4 points) Dans chaque cas, déterminer le reste r dans la division euclidienne de A par B .

- 1) $A = 2025$ et $B = 17$;
- 2) $A = -2025$ et $B = 17$;
- 3) $A = n^2 + n + 2$ et $B = n + 2$ où $n \in \mathbb{N}$.

◆ DS 1.3 (4 points) Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse en justifiant sa réponse. Une réponse non justifiée ne sera pas prise en compte dans l'évaluation.

- 1) Pour tout entier n , si 5 divise n alors 10 divise $2n$.
- 2) Pour tous entiers a , b et c , si ab divise c alors a et b divisent c .
- 3) Pour tous entiers a , b et c , si a et b divisent c alors ab divise c .

◆ DS 1.4 (8 points) Soit n un entier relatif. On pose $A_n = n^4 - 1$.

- 1) Question préliminaire : montrer que pour tout entier relatif k , $k^2 + k$ est un entier pair.
- 2) Montrer que $n^2 - 1$ et $n^2 + 1$ divisent A_n .
- 3) On suppose que n est impair. Montrer que 8 divise $n^2 - 1$.
- 4) En déduire que si n est impair, 16 divise A_n .
- 5) On suppose que 3 ne divise pas n .
 - a) En étudiant les restes possibles de la division euclidienne de n par 3, montrer que 3 divise $n - 1$ ou $n + 1$.
 - b) En déduire que 3 divise A_n .
- 6) On suppose que 5 ne divise pas n . Montrer que 5 divise A_n .
- 7) Le résultat précédent reste-t-il vrai si on remplace 5 par 7?

◆ DS 1.1 (4 points)

- 1) Déterminer l'ensemble des entiers relatifs n tels que $6n + 1$ divise 17.
- 2) Déterminer l'ensemble des entiers relatifs n tels que 17 divise $n + 6$.
- 3) Déterminer l'ensemble des entiers relatifs n tels que $n + 6$ divise $6n + 1$.

◆ DS 1.2 (4 points) Dans chaque cas, déterminer le reste r dans la division euclidienne de A par B .

- 1) $A = 2025$ et $B = 17$;
- 2) $A = -2025$ et $B = 17$;
- 3) $A = n^2 + n + 2$ et $B = n + 2$ où $n \in \mathbb{N}$.

◆ DS 1.3 (4 points) Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse en justifiant sa réponse. Une réponse non justifiée ne sera pas prise en compte dans l'évaluation.

- 1) Pour tout entier n , si 5 divise n alors 10 divise $2n$.
- 2) Pour tous entiers a , b et c , si ab divise c alors a et b divisent c .
- 3) Pour tous entiers a , b et c , si a et b divisent c alors ab divise c .

◆ DS 1.4 (8 points) Soit n un entier relatif. On pose $A_n = n^4 - 1$.

- 1) Question préliminaire : montrer que pour tout entier relatif k , $k^2 + k$ est un entier pair.
- 2) Montrer que $n^2 - 1$ et $n^2 + 1$ divisent A_n .
- 3) On suppose que n est impair. Montrer que 8 divise $n^2 - 1$.
- 4) En déduire que si n est impair, 16 divise A_n .
- 5) On suppose que 3 ne divise pas n .
 - a) En étudiant les restes possibles de la division euclidienne de n par 3, montrer que 3 divise $n - 1$ ou $n + 1$.
 - b) En déduire que 3 divise A_n .
- 6) On suppose que 5 ne divise pas n . Montrer que 5 divise A_n .
- 7) Le résultat précédent reste-t-il vrai si on remplace 5 par 7?