

♦ **TD 1.1** Pour chaque suite donnée, calculer les trois premiers termes à la main. Attention, il faut déterminer quel est le premier terme pour chaque suite (elles ne sont pas toutes définies à partir de l'indice 0!).

1) $u_n = -n^2 + n + 1$;

3) $u_n = \sin\left(\frac{5\pi}{n}\right)$;

2) $u_n = \sqrt{2n-9}$;

4) $u_n = (-1)^n$.

☞ **Correction exercice 1 :**

1) $u_0 = 1; u_1 = 1; u_2 = -1$.

3) $u_1 = 0; u_2 = 1; u_3 = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

2) $u_5 = 1; u_6 = \sqrt{3}; u_7 = \sqrt{5}$.

4) $u_0 = 1; u_1 = -1; u_2 = 2$.

♦ **TD 1.2** Pour chacune des deux suites définies en 1) et 4) de l'exercice précédent, exprimer, pour tout entier naturel n , les nombres suivants en fonction de n :

• u_{n+1} ;

• $u_n - 1$;

• $u_n + 1$;

• u_{2n} ;

• u_{n-1} ;

• $2u_n$.

☞ **Correction exercice 2 :**

On démarre avec la suite $u_n = -n^2 + n + 1$:

• $u_{n+1} = -n^2 - n + 1$;

• $u_n - 1 = -n^2 + n$;

• $u_n + 1 = -n^2 + n + 2$;

• $u_{2n} = -4n^2 + 2n + 1$;

• $u_{n-1} = -n^2 + 3n - 1$;

• $2u_n = -2n^2 + 2n + 2$.

puis avec la suite $u_n = (-1)^n$:

• $u_{n+1} = (-1)^{n+1}$;

• $u_n - 1 = (-1)^n - 1$;

• $u_n + 1 = (-1)^n + 1$;

• $u_{2n} = 1$;

• $u_{n-1} = (-1)^{n-1}$;

• $2u_n = 2(-1)^n$.

Remarquons que $u_{n-1} = (-1)^{n-1} = (-1)^{n+1} = u_{n+1}$!

♦ **TD 1.3** Soit (u_n) la suite arithmétique de premier terme $u_0 = 2$ et de raison $r = 3$.

1) Calculer u_1, u_2 et u_3 .

2) Déterminer, pour tout $n \in \mathbf{N}$, l'expression de u_n en fonction de n .

3) Calculer $\sum_{k=0}^{10} u_k = u_0 + u_1 + \dots + u_{10}$.

☞ **Correction exercice 3 :**

1) $u_1 = 5; u_2 = 8$ et $u_3 = 11$.

2) On a $u_n = 2 + 3n$.

3) $\sum_{k=0}^{10} u_k = 11 \times \frac{u_0 + u_{10}}{2} = 187$.

♦ **TD 1.4** Soit (u_n) la suite géométrique de premier terme $u_0 = 3$ et de raison $q = 2$.

1) Calculer u_1, u_2 et u_3 .

2) Déterminer, pour tout $n \in \mathbf{N}$, l'expression de u_n en fonction de n .

3) Calculer $\sum_{k=0}^{10} u_k = u_0 + u_1 + \dots + u_{10}$.

☞ Correction exercice 4 :

- 1) $u_1 = 6; u_2 = 12$ et $u_3 = 24$.
- 2) On a $u_n = 3 \times 2^n$.
- 3) $\sum_{k=0}^{10} u_k = u_0 \frac{1 - q^{11}}{1 - q} = 3(2^{11} - 1) = 6141$.

♦ **TD 1.5** Soit $(u_n)_{n \geq 0}$ la suite arithmétique telle que $u_5 = 3$ et $u_{20} = 33$.

- 1) Calculer la raison de (u_n) .
- 2) Calculer le premier terme u_0 .
- 3) Déterminer, pour tout $n \in \mathbf{N}$, l'expression de u_n en fonction de n .
- 4) Calculer $\sum_{k=5}^{20} u_k = u_5 + u_6 + \dots + u_{20}$.

☞ Correction exercice 5 :

- 1) Si r est la raison de la suite, on doit avoir $15r = 30$ donc $r = 2$.
- 2) On a $u_0 = u_5 - 5r = 3 - 5 \times 2 = -7$.
- 3) $\sum_{k=5}^{20} u_k = 16 \times \frac{u_5 + u_{20}}{2} = 16 \times 18 = 288$.

♦ **TD 1.6** Soit $(u_n)_{n \geq 1}$ une suite géométrique telle que $u_5 = 1$ et $u_7 = 9$.

- 1) Quelles sont les valeurs possibles pour la raison q de la suite $(u_n)_{n \geq 1}$?
- 2) On suppose dorénavant que $q > 0$. Calculer u_1 .
- 3) Déterminer, pour tout $n \in \mathbf{N}$, l'expression de u_n en fonction de n .
- 4) Calculer $\sum_{k=1}^5 u_k = u_1 + u_2 + \dots + u_5$.

☞ Correction exercice 6 :

- 1) q doit vérifier $q^2 = 9$ donc $q \in \{-3; 3\}$.
- 2) $u_1 = u_5 \times \left(\frac{1}{q}\right)^4 = \frac{1}{81}$.
- 3) $\sum_{k=1}^5 u_k = \frac{1}{81} \times \frac{1 - 3^5}{1 - 3} = \frac{121}{81}$.