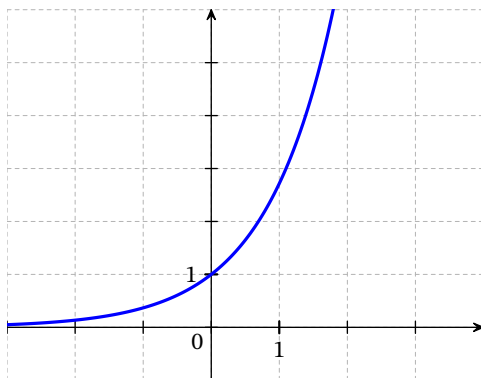


Fiche 13 | Exp, log

1 Représentations graphiques

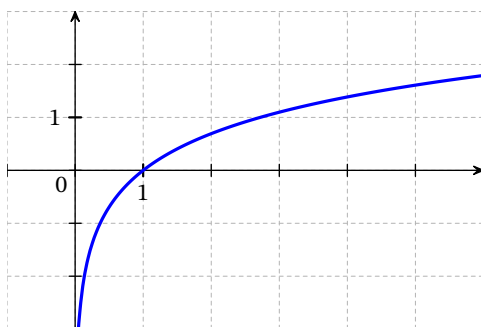
Il faut avoir en tête les représentations graphiques de ces fonctions, ainsi que leurs limites : on en a souvent besoin !

Fonction exp définie sur $\mathbf{R}$



- $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$;
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$.

Fonction ln définie sur $]0; +\infty[$



- $\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x = -\infty$;
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x = +\infty$.

2 Propriétés algébriques de l'exponentielle

- On note $\exp(x) = e^x$
- En particulier le nombre $\exp(1)$ est noté e
- On a $e \approx 2,718$.

Proposition 13.1 — On a pour tous nombres réels x et y :

- $e^{x+y} = e^x e^y$
- $e^{-x} = \frac{1}{e^x}$
- $e^{x-y} = \frac{e^x}{e^y}$
- Pour tout entier n , $(e^x)^n = e^{nx}$

Proposition 13.2 —

- $\exp$ est strictement croissante sur $\mathbf{R}$.
- Pour tout réel x , $e^x > 0$.

3 Propriétés algébriques de la fonction ln

Proposition 13.3 (Relation fondamentale) — Pour tous nombres a et b strictement positifs, on a :

$$\ln(a \times b) = \ln(a) + \ln(b).$$

Proposition 13.4 — Pour tous nombres a et b strictement positifs et $n \in \mathbf{Z}$, on a :

- $\ln\left(\frac{1}{b}\right) = -\ln(b)$;
- $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln(a) - \ln(b)$;
- $\ln(a^n) = n \ln(a)$;
- $\ln(\sqrt{a}) = \frac{1}{2} \ln(a)$;
- $\ln(e^n) = n$.