Proposition 3.1 (racines de l'équation $x^2 = a$) — *Si a est un nombre réel strictement positif, alors il existe* ***deux*** *réels x tels que $x^2 = a$: l'un d'eux est positif, l'autre négatif.*

☞ **Exemple 1** Il existe deux réels x tels que $x^2 = 49$: 7 et -7.

Définition 1 — Si a est un réel strictement positif, le réel x positif tel que $x^2 = a$ est appelé la racine carrée de a. On note $x = \sqrt{a}$ et on a donc :

$$\left(\sqrt{a}\right)^2 = a.$$

De plus, $\sqrt{0} = 0$.

☞ **Exemple 2** On a donc $\sqrt{49} = 7$.

Proposition 3.2 (propriétés avec les racines carrées) — *Si a et b sont deux nombres positifs (éventuellement non nuls), alors :*

- $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$;
- $\sqrt{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$.

♦ **TD 4.1** Simplifier les expressions suivantes :

a) $\sqrt{1}$ d) $\left(\sqrt{5}\right)^2$ g) $(0{,}4^2)$

b) $\sqrt{4}$ e) $\left(\sqrt{25}\right)^2$ h) $\sqrt{12} \times \sqrt{12}$

c) $\sqrt{81}$ f) $\sqrt{3^2}$ i) $\sqrt{(-1)^2}$

♦ **TD 4.2** Simplifier les expressions suivantes :

a) $\sqrt{0{,}01}$ d) $\left(-\sqrt{2}\right)^2$ g) $\left(-\sqrt{(-9)^2}\right)^2$

b) $\sqrt{0{,}04}$ e) $\sqrt{(-2)^2}$ h) $\sqrt{(3-\pi)^2}$

c) $-\sqrt{2}^2$ f) $-\sqrt{(-9)^2}$ i) $\left(\sqrt{2\pi - 6}\right)^2$

☞ **Indications exercice 2 :** Pour le dernier, se demander si $3 - \pi$ est positif ou négatif.

♦ **TD 4.3** Calculer les nombres suivants en les simplifiant au maximum :

a) $\sqrt{\dfrac{25}{9}}$ e) $\dfrac{\sqrt{128}}{\sqrt{8}}$ g) $\dfrac{2\sqrt{5}}{3\sqrt{20}}$

b) $\sqrt{8} \times \sqrt{0{,}5}$

c) $\sqrt{18} \times \sqrt{2}$ h) $3\sqrt{\dfrac{25}{144}}$

d) $\dfrac{\sqrt{245}}{\sqrt{5}}$ f) $\dfrac{\sqrt{7}\sqrt{13}}{\sqrt{91}}$ i) $5\sqrt{11}\sqrt{110}$

Pour les exercices suivants, on utilisera la proposition au-dessus et on s'inspirera de l'exemple suivant :

$$\sqrt{72} = \sqrt{36 \times 2} = \sqrt{36} \times \sqrt{2} = 6\sqrt{2}.$$

♦ **TD 4.4** Écrire chaque expressions suivante sous la forme $a\sqrt{b}$ où a est un entier relatif et b un entier positif le plus petit possible :

a) $\sqrt{125}$ d) $\sqrt{32}$ g) $\sqrt{338}$

b) $\sqrt{48}$ e) $\sqrt{288}$ h) $\sqrt{99}$

c) $\sqrt{20}$ f) $\sqrt{108}$ i) $\dfrac{\sqrt{36\pi^2}}{6\pi}$

♦ **TD 4.5** Écrire chaque expressions suivante sous la forme $a\sqrt{7}$:

a) $3\sqrt{7} + \sqrt{63}$

b) $3\sqrt{7} - \sqrt{28}$

c) $2\sqrt{175} + \sqrt{700} - 5\sqrt{112}$

♦ **TD 4.6** Écrire chaque expressions suivante sous la forme $a\sqrt{b}$ avec b l'entier le plus petit possible :

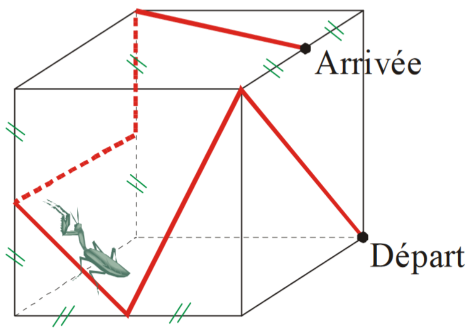
a) $\sqrt{72} - 2\sqrt{8}$

b) $\sqrt{12} + \sqrt{75} + 4\sqrt{300}$

c) $\sqrt{18} - \sqrt{8} + \sqrt{2}$

d) $\sqrt{112} - \left(\sqrt{7} + \sqrt{63}\right)$

♦ **TD 4.7** Un insecte capricieux chemine sur un cube de 6 cm d'arête comme sur la figure ci-dessous :



Démontrer que la longueur (en cm) du chemin parcouru est :

$$9 + 9\sqrt{2} + 6\sqrt{5}.$$

♦ **TD 4.8** Développer et réduire les expressions suivantes :

a) $\left(4+\sqrt{3}\right)^2$

b) $\left(2\sqrt{12}-3\sqrt{75}\right)^2$

c) $\left(4+5\sqrt{2}\right)^2-\left(2\sqrt{2}-3\right)\left(3\sqrt{2}+7\right)$

d) $\left(3-2\sqrt{7}\right)^2-\left(4\sqrt{7}-3\right)\left(5\sqrt{7}+7\right)$

♦ **TD 4.9** Soit $A = 8 + 2\sqrt{3}$ et $B = 8 - \sqrt{12}$.

Calculer $A + B$, $A \times B$ et $A^2 + B^2$.